

Modellus, um exemplo com funções quadráticas

Vítor Teodoro

O Modellus está disponível na página <http://modellus.fct.unl.pt> e pode ser utilizado livremente por alunos e professores.

Neste breve texto é ilustrado como se podem explorar funções quadráticas, num contexto interdisciplinar Matemática-Física mas também num contexto exclusivamente matemático.

Uma das ideias que está na base do desenvolvimento do Modellus é a seguinte: «fazer <experiências> como modelos matemáticos». O conceito de experiência é muito mais vasto que à primeira vista se possa pensar e as potencialidades dos computadores permitiram alargar o tipo de «objetos» com que se fazem experiências.

A figura ao lado apresenta um exemplo de um modelo correspondente a um lançamento vertical de um objeto (uma maçã ...) a partir das coordenadas (50, 0). Vamos admitir que a cada pixel do ecrã corresponde 1 metro e que o tempo é medido em segundos.

É evidente que nestas condições a escala da imagem está muito desproporcionada! A maçã teria de ter vários metros de largura ... uma vez que ocupa vários pixéis. Mas, enfim, é apenas um modelo e na realidade a maçã representa apenas uma partícula!

A coordenada vertical da partícula, neste tipo de movimento e quando esta se encontra apenas sob a ação da força gravítica (portanto, já depois de ter saído do sistema de lançamento, seja a mão seja qualquer outro sistema!), pode ser descrita pela seguinte equação de posição, num referencial Oxy ,

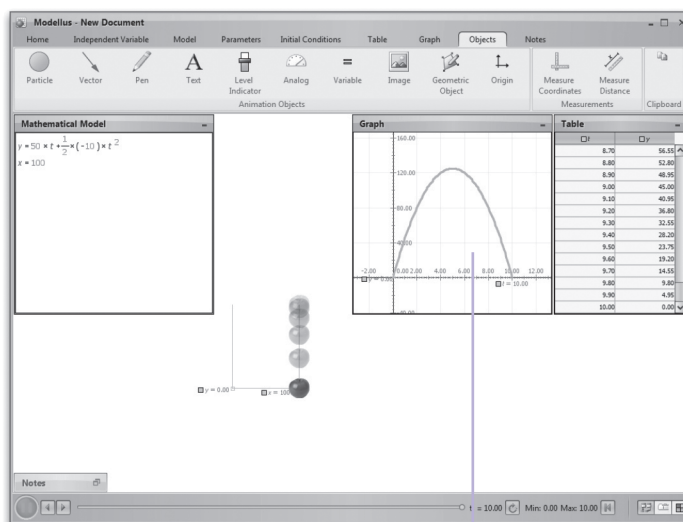
$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

onde y_0 representa a coordenada inicial, $v_{0,y}$ representa a componente escalar da velocidade no instante inicial e a_y a componente escalar da aceleração (que é constante e cuja magnitude é 9,8 m/s em cada segundo, aproximadamente 10 [m/s]/s).

Considerando que o eixo Ox aponta para a direita e que o eixo Oy aponta para cima, os parâmetros do modelo representado têm os valores seguintes:

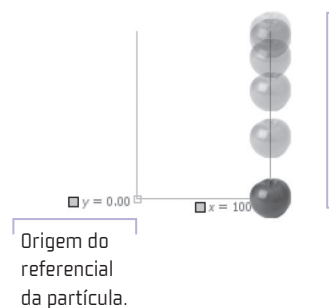
$$\begin{aligned} y_0 &= 0 \text{ m} \\ v_{0,y} &= 50 \text{ m/s} \\ a_y &= -10 \text{ [m/s]/s} \end{aligned}$$

Com estes parâmetros, o tempo de voo é de 10 s [5 s na subida e outros 5 s na descida]. Por isso, o domínio da variável independente t foi definido como sendo de 0 a 10 unidades. Vejamos como se faz este modelo.



Mathematical Model
 $y = 50 \times t + \frac{1}{2} \times (-10) \times t^2$
 $x = 100$
Modelo matemático das coordenadas da partícula.

Gráfico da coordenada vertical da partícula em função do tempo t , no intervalo [0, 10] s.



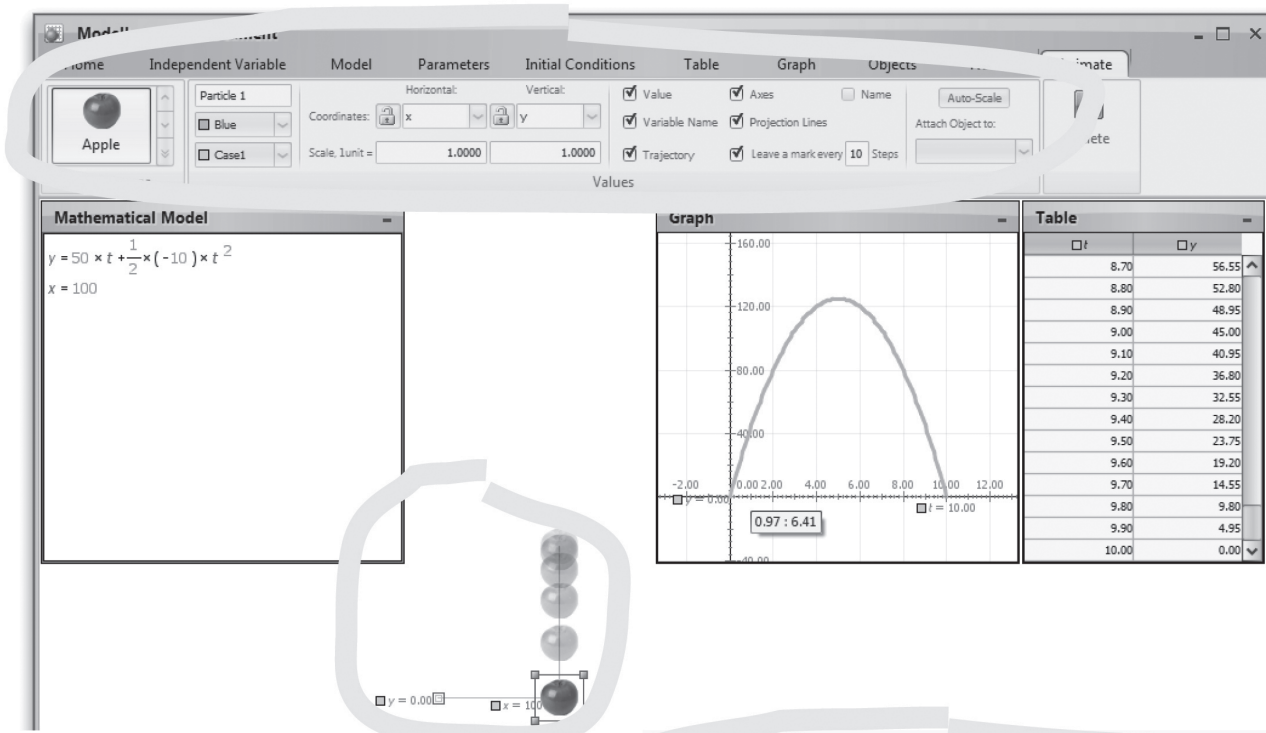
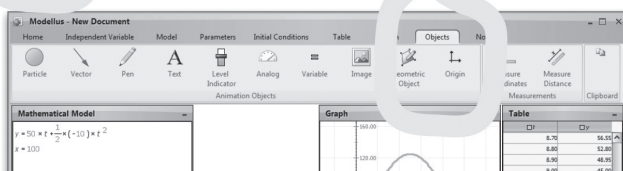
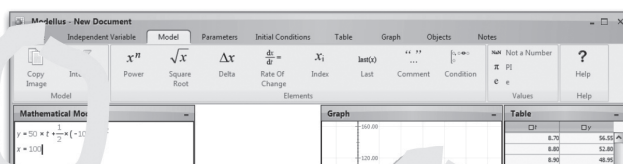
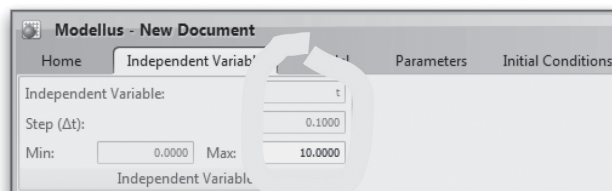
Origem do referencial da partícula.

Trajectória e estroboscopia da partícula de segundo a segundo.

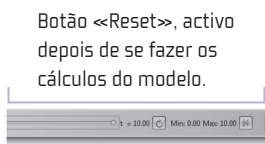
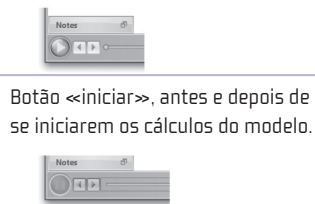
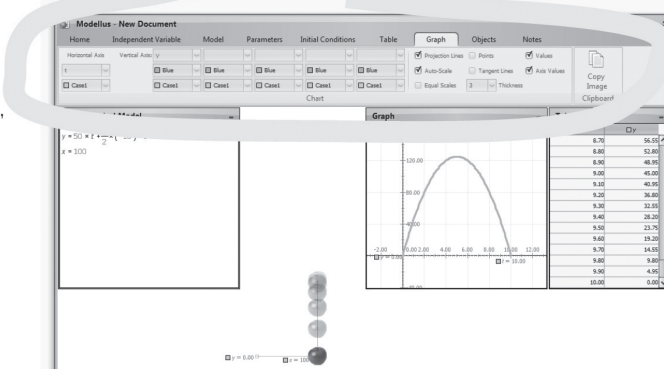
No friso «Variável Independente», verifique que a Variável Independente é «t» e altere o máximo para 10. O Passo desta variável é 0.1.

O modelo matemático escreve-se na janela «Modelo Matemático». O sinal de multiplicação pode ser obtido utilizando a barra de espaço ou «*». A potência, bem como outros operadores, podem ser obtidos utilizando os botões do friso «Modelo».

Para criar uma partícula, faça clique na área de trabalho ou no friso «Objetos»; em seguida, seleccione o primeiro objeto («Partícula») ou utilize o botão direito do rato na área de trabalho. Passa a ter acesso às propriedades da partícula; pode, então, seleccionar como coordenadas horizontal e vertical as variáveis x e y , já definidas no modelo.



Para obter um gráfico adequado, seleccione o friso «Gráfico» e verifique se está a representar a variável y no eixo vertical e t no eixo horizontal. Depois de executar o modelo, no botão «Iniciar», pode seleccionar a opção «Escala Automática».



A partir deste modelo, podem ser construídos outros, com valores diferentes para os parâmetros e, eventualmente, para o domínio de t . Pode também explorar-se a resolução gráfica de equações (exemplo: ao fim de quanto tempo é que a partícula passa na coordenada $y = 100$? E $y = 150$?). Se necessário, cria-se uma nova variável para representar uma coordenada específica – ver imagem ao lado. E, claro, pode relacionar-se a resolução gráfica com a resolução algébrica.

Outro exemplo com uma função $y(x)$, com parâmetros e «casos»

Ao lado está um exemplo «tipicamente matemático» ... Uma função $y(x)$, com parâmetros a , b e c e diversos «casos», isto é, conjunto de valores diferentes para os parâmetros.

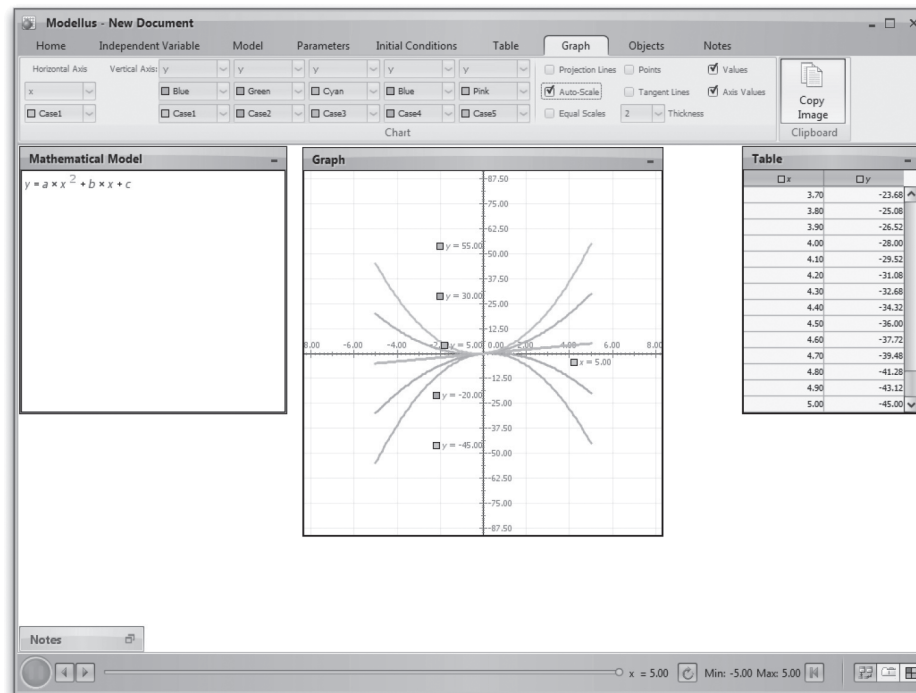
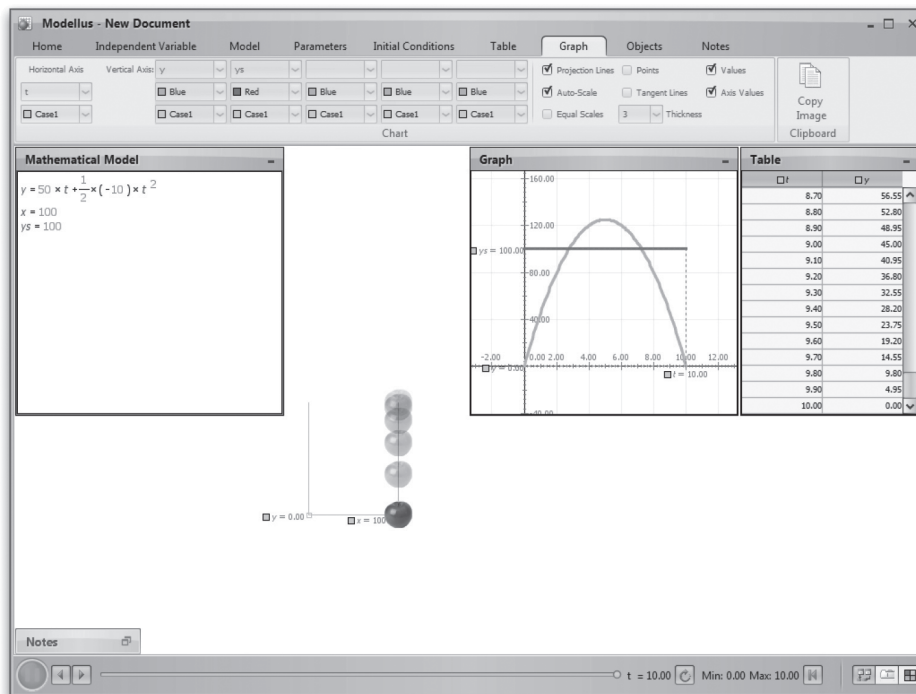
Os valores dos parâmetros são definidos no friso «Parâmetros». No friso «Gráficos» seleccionam-se os casos e as cores que se pretende.

No [link](#) abaixo poderá encontrar um vídeo do autor com a criação de um modelo quadrático com o Modellus:

http://www.youtube.com/watch?v=eGRSjz48hMO&feature=share&list=UURf_IkrlsxN6hwOHQMrV-uw

Vítor Teodoro

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa



Os diversos valores dos parâmetros são indicados no friso «Parâmetros».

Importante: a variável independente foi definida como sendo x , tendo como mínimo 0 e máximo 5.

