José Paulo Viana

Piquenique nas lagoas

A família Barbosa e a família Cruz resolveram fazer um piquenique nas lagoas de Bertiandos. Quando chegaram ao local combinado, cada homem cumprimentou os homens da outra família com um aperto de mão e as mulheres com um beijo. Cada mulher trocou um beijo com as mulheres da outra família.

Deram-se 35 apertos de mão e trocaram-se 86 beijos.

Quantos homens lá estavam? E mulheres?

Quantos elementos tinha cada família?

(Respostas até 19 de fevereiro, para zepaulo46@gmail.com)

A correr à volta do campo

O problema proposto no número 118 de Educação e Matemática foi o seguinte:

Ao passar junto do campo de jogos da minha escola, vi que uma das minhas turmas estava a ter aula de Educação Física e fiquei parado a observar. A certa altura, a Ema e o João começaram a correr à volta do campo, em direções opostas e sempre à mesma velocidade. Cruzaram-se a primeira vez mesmo ao pé de mim, a segunda vez junto de uma baliza, a terceira perto de uma bola abandonada e a quarta novamente ao pé de mim.

Qual é a relação entre as velocidades da Ema e do João? Pergunta adicional (para os mais entusiastas): E se fosse apenas no sexto cruzamento que eles voltassem a cruzar-se comigo?

Recebemos 5 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Edgar Martins (Queluz), Graça Braga da Cruz (Ovar), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e Sérgio Rosa (Pinhal Novo). A quantidade de resoluções foi pequena, mas a qualidade foi alta, como se irá ver.

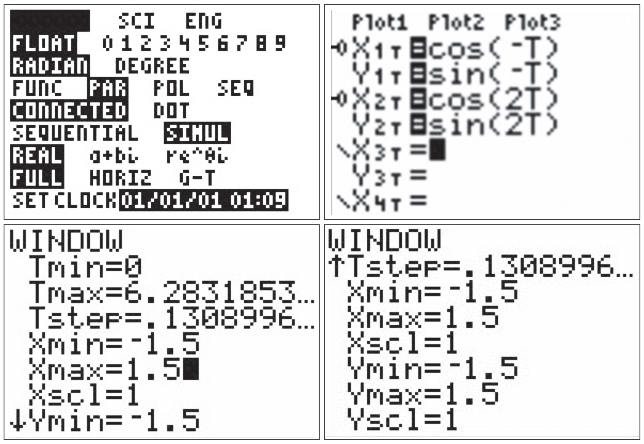
À primeira pergunta, é possível responder sem fazer cálculos (e foi assim que todos lá chegaram). Entre dois cruzamentos sucessivos, a distância total percorrida pelos dois corredores é equivalente a uma volta completa. Demos a palavra ao Alberto:

Como o 1º e o 4º cruzamento se dão no mesmo local, a Ema e o João cruzaram-se 3 vezes, o que significa que percorreram 3 perímetros do campo (e cada um deles um número inteiro de perímetros). Portanto, um deles percorre 2 perímetros e o outro 1 perímetro no mesmo intervalo de tempo. Logo um deles tem o dobro da velocidade do outro.

O Sérgio explicita:

Neste caso não haverá outra possibilidade a não ser que eles se encontrem sucessivamente a: 1/3 (2ª vez); 2/3 (3ª vez); 3/3 (4ª vez) de uma volta, para o caso da Ema e 2/3 (2ª vez) ; 4/3 (3ª vez) ; 6/3 (4ª vez) de uma volta, para o caso do João, ou seja duas voltas.

A Graça raciocina da mesma forma e constrói mesmo duas belas simulações visuais da situação, uma com o Geometer's Sketchpad, outra usando uma TI-84. Eis as instruções para esta última. Vale a pena ver!



Pergunta adicional

Depois do 1º cruzamento, eles voltaram a cruzar-se 5 vezes e por isso, no total, deram cinco voltas ao campo. Se representarmos o número de voltas de cada um deles pela respetiva inicial, temos:

$E + J = 5$

Como E e J são inteiros (cada um começa e acaba no mesmo ponto do campo), as possibilidades são

$1 + 4$ ou $2 + 3$

A relação entre as velocidades pode portanto ter dois valores: 4/1 ou 3/2.

O Alberto e o Sérgio vão ainda mais longe e generalizam o problema para qualquer número de cruzamentos entre duas passagens simultâneas pelo mesmo ponto. Por exemplo, se a passagem pelo local do observador se desse aos 1º e 13º cruzamentos, eles teriam dado um total de 12 voltas. Seria E+J=12 mas só servem as soluções em que E e J sejam primos entre si (caso contrário a fração simplifica-se). Há então apenas duas soluções, com a relação entre as velocidades a poder ser 11/1 ou 7/5.