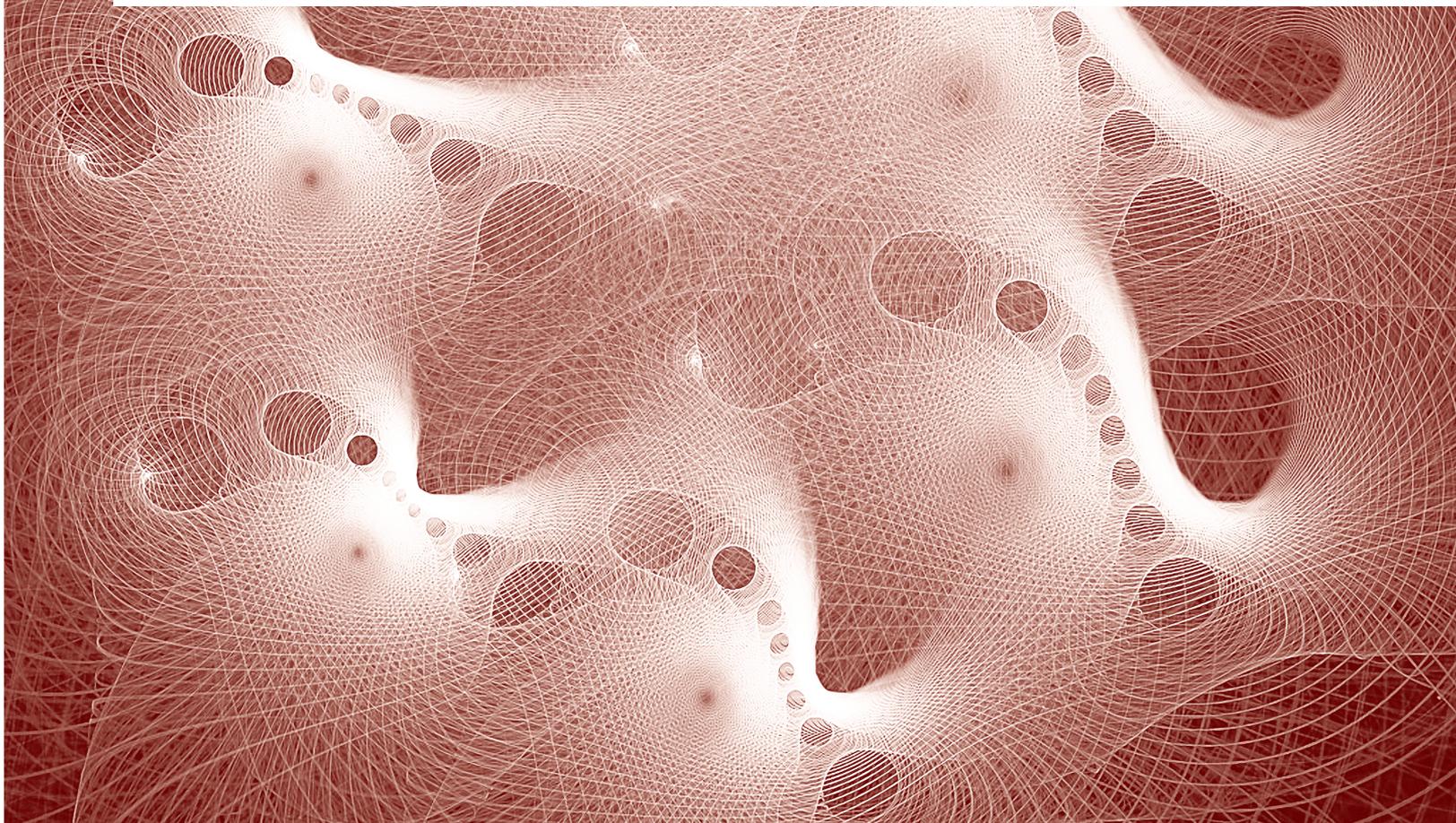


Sentido de gráfico: um exemplo com um gráfico circular

Paula Cristina Morais e José António Fernandes



O sentido de gráfico

Nos dias de hoje, vivemos numa sociedade altamente tecnológica em que a análise de dados estatísticos está fortemente relacionada com as representações gráficas (Friel, Curcio & Bright, 2001). Segundo Doig e Groves (1999), são os gráficos com que nos deparamos diariamente para ler e interpretar aqueles que devem ser explorados nas escolas, por forma a desenvolver nos alunos elevados níveis de literacia gráfica visando a compreensão de diferentes tipos de gráficos e a interpretação de cada um deles.

São os gráficos que nos permitem representar de forma reduzida dados estatísticos, requerendo na sua análise o desenvolvimento do sentido crítico e do raciocínio estatístico (Shaughnessy, 2007). Na generalidade dos países, a importância dos gráficos vem sendo reconhecida nas mais recentes reformulações dos programas escolares de Matemática, tal como aconteceu em Portugal com o atual Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007).

Um modo de contribuir para a promoção do raciocínio

estatístico é reconhecer que os gráficos são um modo de comunicar e clarificar a informação neles contida (Curcio, 1989). Tal como salientam Monteiro e Selva (2001), os gráficos são uma *ferramenta cultural* que nos permite ampliar a nossa capacidade de tratar informação estatística e estabelecer relações entre diferentes tipos de informação. Os gráficos permitem-nos comparar e mostrar relações matemáticas que muitas vezes não podem ser facilmente reconhecidas na forma numérica (Curcio, 1989).

O potencial máximo de um gráfico, segundo Curcio (1989), é realizado quando através da sua observação se consegue interpretar e extrair conclusões relativamente aos dados nele representados. A este respeito, Friel et al. (2001) referem que a capacidade do leitor para atribuir significado aos gráficos, construídos por outros ou por si mesmo, implica a sua compreensão.

Curcio (1989) reporta-se à ideia de *sentido de gráfico*, distinguindo três níveis hierárquicos de compreensão de um gráfico: *ler os dados*; *ler entre os dados*; e *ler além dos dados*. No primeiro nível, *ler os dados*, o leitor faz uma leitura literal do gráfico, que se concretiza através da leitura direta dos dados representados,

Automóveis vendidos em 2008 em alguns países europeus

No gráfico circular seguinte estão representadas as percentagens de automóveis de passageiros vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2131794 automóveis. Analisa o gráfico e responde às questões que se seguem.

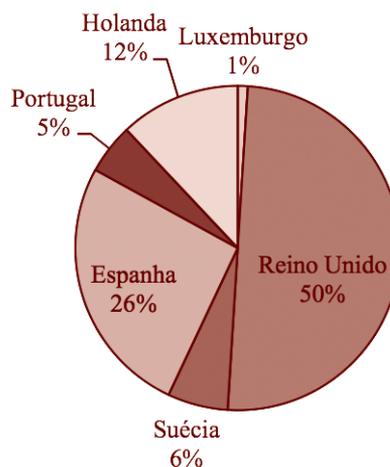


Figura 1

- Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?
- Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?
- O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?
- Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, porque é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

bem como da escala e unidades de medida usados. Neste nível não é exigida a interpretação do gráfico.

No segundo nível, *ler entre os dados*, o leitor consegue relacionar os dados entre si bem como interpretar a informação por eles fornecida. Neste nível combina-se e integra-se a informação e identificam-se relações que permitem, por exemplo, identificar tendências no gráfico.

O terceiro nível, *ler além dos dados*, pressupõe que da leitura do gráfico, o leitor retire informação relevante sobre a situação a que o gráfico se reporta, o que poderá requerer algum conhecimento sobre o assunto referente aos dados do gráfico. Neste nível, o leitor deve ser capaz de responder a questões cujas respostas requerem o uso de informação implícita no gráfico, extrapolando, predizendo ou fazendo inferências. Ou seja, como refere Curcio (1989), pretende-se que o leitor se projete no futuro e, até mesmo, que coloque questões relativas aos dados e ao modo como foram obtidos e são representados.

Alguns estudos realizados em torno desta taxonomia de Curcio acerca da compreensão dos gráficos revelaram que os alunos do ensino básico (4.º ano e 7.º ano) apresentam poucas dificuldades no primeiro nível, relativo à leitura direta dos dados. No entanto, quando se deparam com questões do segundo e terceiro níveis, é frequente que os alunos cometam erros ou não sejam bem-sucedidos nas respostas (Friel et al., 2001). Para estes autores, estes erros podem estar relacionados com fragilidades nos conhecimentos matemáticos necessários para interpretar o gráfico, com a própria leitura e linguagem dos gráficos ou com conhecimentos do contexto em que se insere o gráfico.

Um exemplo com o gráfico circular

Com o objetivo de descrever, compreender e comparar a realização de alunos do 9.º ano de escolaridade na resolução de tarefas sobre a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, foi realizado um estudo (Morais, 2010) com 108 alunos que em 2009/10 frequentavam o 9.º ano de escolaridade numa escola básica e secundária do distrito de Braga. Os alunos tinham uma média de idades de 14 anos, idade normal para a frequência do 9.º ano, distribuíam-se em igual número pelos sexos feminino e masculino e tinham um aproveitamento médio na disciplina de Matemática.

Neste artigo analisamos as respostas dos alunos a uma das tarefas usadas no estudo referido para ilustrar o seu sentido de gráfico. A tarefa «Automóveis vendidos em 2008 em alguns países europeus», adaptada de GAVE (2009), envolve a leitura e interpretação de um gráfico circular dado. Foi proposta aos alunos numa aula regular de Matemática em que estes puderam usar calculadoras para efetuar cálculos (figura 1).

Na Tabela 1 apresenta-se a distribuição das percentagens de alunos segundo a correção das respostas destes às quatro questões da tarefa, as quais foram codificadas em corretas, parcialmente corretas e incorretas, considerando-se também o caso de não respostas.

Por observação da Tabela 1, verificamos que quase todos os alunos responderam corretamente à questão a), menos de metade respondeu corretamente à questão b) e menos de um quarto respondeu corretamente às questões c) e d). Seguidamente analisam-se os diferentes tipos de respostas dos alunos em cada uma das questões incluídas na tarefa.

Respostas	Percentagem de alunos			
	a)	b)	c)	d)
Correta	96	39	23	23
Parcialmente correta	-	3	9	-
Incorreta	2	34	55	41
Não resposta	2	24	13	36

Tabela 1. Distribuição da percentagem de alunos segundo a correção de resposta nas questões a), b), c) e d) ($n=108$)

$$\frac{2131794}{x} = \frac{50\%}{5\%}$$

$$x = \frac{2131794 \times 5}{50}$$

$$x = 213179.4$$

Foram vendidos 213179.4 automóveis em Portugal.

Figura 2. Resposta dada pelo aluno R_1 na questão b).

$$2 \times 2131794$$

$$4263588 \times 5\% = 106589.4$$

Figura 3. Resposta dada pelo aluno R_{42} na questão b).

b) Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?

$$x = \frac{2131794 \times 5}{100} = 106589.4$$

$$\frac{x}{2131794} = \frac{5\%}{100\%}$$

Em Portugal foram vendidos 106589.4 Automóveis

Figura 4. Resposta dada pelo aluno R_{53} na questão b).

Questão a). A obtenção da resposta correta nesta questão apenas requer que os alunos leiam o valor 5% no gráfico dado. O facto de esta informação estar explícita no gráfico, correspondendo ao nível de compreensão do gráfico de *ler os dados*, explica que a quase totalidade dos alunos (96%) tenha respondido corretamente. Apenas dois alunos não responderam e outros tantos responderam incorretamente. Destes últimos alunos, um apresentou o valor 54% (do qual não se percebe a origem) e o outro não interpretou corretamente o que era pedido, aplicando a regra de três simples para determinar o valor absoluto de automóveis correspondente.

Questão b). Nesta questão, a obtenção da resposta correta requer a transformação de dados fornecidos no gráfico, o que corresponde ao segundo nível de compreensão do gráfico de *ler entre os dados*. Especificamente requer-se a determinação de uma frequência absoluta a partir do conhecimento de uma percentagem. Neste caso, mais de metade dos alunos responderam incorretamente ou não responderam.

Relativamente aos alunos que responderam corretamente ou com correção parcial, um apresentou apenas o resultado final e 41 recorreram à regra de três simples para determinar o valor em causa. Destes últimos, 28 partiram do número de automóveis vendidos no Reino Unido (2131794) e 13 começaram por calcular antes o número total de automóveis vendidos na Europa (4263588), correspondente ao dobro do número de automóveis vendidos no Reino Unido. Nenhum aluno adotou a estratégia de dividir por 10 o número de automóveis vendidos no Reino Unido, que decorre da relação entre as percentagens

de automóveis vendidos em Portugal e no Reino Unido.

Verificou-se ainda que, de todos estes alunos, 28 não apresentaram uma solução inteira, como se exemplifica na figura 2, questionando-se assim o sentido que atribuíram aos valores calculados.

No caso das respostas consideradas parcialmente corretas, os três alunos calcularam o número total de automóveis vendidos (4263588), mas determinaram incorretamente 5% desse valor, como se ilustra na figura 3.

Em relação às respostas incorretas, dos 24 alunos que recorreram à regra de três simples, 21 erraram por fazerem corresponder o número de automóveis vendidos no Reino Unido a 100% (figura 4), um aluno fez corresponder metade do número de automóveis vendidos no Reino Unido a 50% e dois associaram a percentagem do número total de automóveis vendidos à amplitude total do círculo (360° em vez de 100%).

Por último, dois alunos dividiram o número total de automóveis vendidos no Reino Unido por 45 e 5, respetivamente, e os restantes onze alunos apresentaram respostas curtas em que não se vislumbrava a origem dos valores indicados.

Nesta questão, os erros dos alunos parecem ter origem na dificuldade em dar sentido aos valores apresentados no gráfico, em especial, no que se refere ao total de dados.

Questão c). Tal como na questão anterior, também nesta questão a obtenção da resposta correta requer a transformação de dados fornecidos no gráfico, o que corresponde ao nível de compreensão do gráfico de *ler entre os dados*. Nesta questão,

É superior, porque metade de 50% é 25% e em Espanha foi vendido 26%.

Figura 5. Resposta dada pelo aluno A₇₀ na questão c).

$4263588 \text{ — } 100\%$
 $x \text{ — } 26\%$
 $x = 1108532,88$

$4263588 \text{ — } 100\%$
 $x \text{ — } 50\%$
 $x = 213179400$

Figura 6. Resposta dada pelo aluno A₆ na questão c).

o luxemburgo em relação aos outros países, é um país mais pequeno, com menos habitantes, logo tem menos vendas.

Figura 7. Resposta dada pelo aluno A₁₀₂ na questão d).

porque é um país que usa bastante os transportes públicos e há poucas pessoas que andam em carro privados.

Figura 8. Resposta dada pelo aluno A₅₉ na questão d).

cerca de dois terços dos alunos responderam incorretamente ou não responderam, podendo o maior número de respostas nestas categorias, relativamente à questão anterior, dever-se aos cálculos mais elaborados apresentados nas respostas dos alunos. Relativamente aos 25 alunos que responderam corretamente, seis recorreram à regra de três simples, tendo determinado a frequência absoluta correspondente a 26% dos automóveis vendidos em Espanha e comparado de seguida esse valor com metade do número de automóveis vendidos no Reino Unido, enquanto os restantes 19 alunos obtiveram as suas respostas por comparação de metade da percentagem de automóveis vendidos no Reino Unido, 25%, com a percentagem de automóveis vendidos em Espanha, 26%. Na figura 5 apresenta-se a resposta de um aluno que adotou o segundo processo de resolução.

No caso das respostas parcialmente corretas, embora quatro desses alunos também tenham recorrido à regra de três simples, dois não comparam os valores obtidos, como se exemplifica na resposta da figura 6, e os outros dois compararam com o número de automóveis vendidos no Reino Unido e não com metade desse número. Os restantes seis alunos limitaram-se a apresentar a resposta «superior» sem qualquer justificação. Apesar destes alunos não apresentarem qualquer tipo de justificação, estas respostas foram consideradas parcialmente corretas porque por observação do gráfico circular o aluno poderia ter comparado mentalmente, sem registar por escrito, que a percentagem da Espanha (26%) é superior à metade da percentagem do Reino Unido (25%), pensando de modo análogo aos alunos que o referiram explicitamente (ver figura 5).

Nas respostas incorretas, sete alunos recorreram à regra de três simples, dos quais quatro determinaram o número de automóveis correspondentes a 26% e 50%, mas erraram ao considerarem o número de automóveis vendidos no Reino Unido como sendo o número total de automóveis vendidos, dois alunos determinaram 26% e 50% do ângulo de 360° (amplitude total do círculo) e um não respondeu à pergunta formulada. Das 52 restantes respostas incorretas, 49 alunos responderam

que o número de automóveis vendidos em Espanha é inferior ao do Reino Unido sem justificar a sua resposta e três alunos não apresentaram qualquer explicação para os 1108532,88 automóveis vendidos em Espanha.

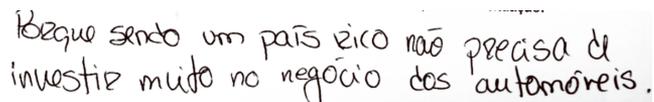
Questão d). Nesta questão, a obtenção da resposta correta implica ir além dos dados apresentados, requerendo o estabelecimento de relações com conhecimentos do contexto da situação representada no gráfico, o que corresponde ao nível de compreensão do gráfico de *ler além dos dados*. Em termos de percentagens de respostas corretas e parcialmente corretas, constata-se que o total é um pouco inferior ao que foi obtido na questão c).

Considerámos corretas as respostas adequadas no contexto da situação apresentada, tendo-se verificado que todos os 25 alunos associaram a percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo às dimensões do país e/ou ao seu reduzido número de habitantes, como ilustra a seguinte resposta (ver figura 7).

No caso das respostas incorretas, nove alunos associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao uso de outro tipo de transporte, em especial os transportes públicos, o que foi considerada uma razão possível mas que envolve apenas o Luxemburgo, sem qualquer relação com outros países ou com a totalidade dos países (ver figura 8).

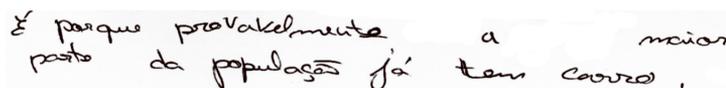
Das restantes respostas incorretas, verificou-se que 14 alunos associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao seu elevado custo, seis alunos relacionaram a baixa venda de automóveis com o facto de o Luxemburgo não necessitar de investir na produção de automóveis (ver figura 9).

Ainda 14 alunos referiram o facto de os luxemburgueses já terem carro (ver figura 10) ou não os adquirirem devido à crise económica. Por último, destaca-se ainda, nesta questão, que cerca de um terço dos alunos não apresentou qualquer resposta, correspondendo à maior percentagem de não respostas das quatro questões da tarefa.



Beque sendo um país rico não precisa de
investir muito no negócio dos automóveis.

Figura 9. Resposta dada pelo aluno R₄₇ na questão d).



É porque provavelmente a maior
parte da população já tem carro.

Figura 10. Resposta dada pelo aluno R₁₃ na questão d).

Algumas conclusões e implicações para o ensino

Globalmente verificou-se um fraco desempenho dos alunos na leitura e interpretação do gráfico circular relativo à tarefa proposta. Ora, tratando-se de alunos que não estudariam mais o tema de Estatística no ensino básico, este resultado é problemático face à importância que é reconhecida aos gráficos enquanto componente da literacia estatística (Gal, 2002).

Quando se consideram os três níveis de compreensão dos gráficos proposta por Curcio (1989), na tarefa analisada distingue-se claramente o sucesso dos alunos no nível *ler os dados*, em que quase todos responderam corretamente, seguindo-se o nível *ler entre os dados*, em que apenas cerca de um em três alunos respondeu corretamente e, por último, o nível *ler além dos dados*, em que apenas cerca de um em quatro alunos respondeu corretamente. Este resultado é compatível com o grau de dificuldade crescente desses níveis de compreensão de um gráfico (Curcio, 1989).

Tal como foi verificado por Friel et al. (2001), o fraco desempenho dos alunos no nível *ler entre os dados* poderá estar relacionado com a própria leitura e linguagem dos gráficos ou com os conhecimentos matemáticos necessários para produzir respostas corretas às questões. Especificamente, a complexidade dos cálculos envolvidos parece ter-se repercutido numa menor percentagem de respostas corretas da questão c) quando comparada com a questão b).

O ensino que os alunos experienciaram nas aulas de Matemática poderá também explicar a sua elevada adesão à regra de três simples, sobretudo nas questões do nível *ler entre os dados*. Embora o recurso às proporções, enquanto igualdade de duas razões, torne mais explícito o raciocínio proporcional, a maior ênfase dada à regra de três simples nas aulas, muito provavelmente, fez com que eles adotassem tal regra nas suas resoluções.

Refira-se ainda a possibilidade de o fraco desempenho dos alunos na leitura e interpretação de gráficos estatísticos ter também origem no próprio ensino da Estatística por que passaram, como referem Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007). Nesse estudo, envolvendo três turmas do 7º ano de escolaridade, constatou-se que as três professoras participantes no estudo desenvolviam um questionamento centrado apenas nos dois primeiros níveis de Curcio.

Em relação às tarefas que se realizam na sala de aula, Curcio (1989) recomenda que elas devem permitir aos alunos interpretar gráficos e devem incluir questões que envolvam diferentes níveis de compreensão. De entre os diferentes níveis de compreensão, uma atenção especial no ensino deve ser dada aos níveis *ler entre os dados* e *ler além dos dados* uma vez que foi neles que os alunos revelaram mais dificuldades, no primeiro

caso devido às exigências matemáticas, apesar de ser frequentemente tratado na sala de aula (Friel et al., 2001) e, no segundo caso, por ser menos frequentemente abordado na sala de aula.

Assim, para os alunos melhorarem as capacidades de leitura e interpretação de gráficos, devemos pedir-lhes que falem e escrevam sobre os gráficos, o que lhes permite clarificar e partilhar as suas ideias, bem como solicitar-lhes que façam inferências a partir da representação do gráfico com a finalidade de interpretar os dados.

Referências

- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. Reston, VA: NCTM.
- Doig, B. & Groves, S. (1999). Putting meaning behind bars: Children's interpretations of bar graphs. *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*, Melbourne, Australia, November 29–December 2, 1999. Consultado em Maio 15, 2010, em <http://www.aare.edu.au/99pap/gro99317.htm>
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7º ano de escolaridade. *Revista Zetetiké*, 15(28), 27–61.
- Friel, S., Curcio, F. & Bright, G. (2001). Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124–158.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), pp. 1–25.
- GAVE (n.d.). Banco de Itens. Consultado em setembro 10, 2009, em <http://bi.gave.min-edu.pt/bi/3eb/802/>.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- Monteiro, C. & Selva, A. C. V. (2001). Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. *Anais da XXIV Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu, Brasil. Consultado em Setembro 20, 2010, em http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/investigando.pdf.
- Morais, P. C. (2011). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Braga.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. In F. Lester (Eds.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957–1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Paula Cristina Morais
Agrupamento de Escolas de Cabeceiras de Basto

José António Fernandes
Universidade do Minho