Investigações estatísticas: um caminho a seguir?

Ana Henriques e Hélia Oliveira

Introdução

Atualmente é inquestionável a importância de desenvolver a literacia estatística dos alunos, isto é, a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a grande quantidade de dados que fazem parte da realidade quotidiana e de comunicar e tomar decisões informadas (Gal, 2002). Por isso, não é de estranhar que nos documentos curriculares o ensino da Estatística tenha sido reforçado, estendendo-o aos níveis mais elementares, e enfatizando abordagens *orientadas para os dados* que desenvolvam o raciocínio e o pensamento estatístico, em detrimento da aplicação de fórmulas que requerem cálculos morosos e repetitivos e sem significado para os alunos (ME, 2007; NCTM, 2007).

A investigação nacional e internacional tem vindo a defender a realização de investigações estatísticas pelos alunos, em contextos próximos do seu ‹mundo›. Neste texto, com base em diversos estudos, procuramos ilustrar que, através desta atividade, os alunos podem aprender os conceitos e processos específicos da estatística, e discutir também algumas das dificuldades e obstáculos que têm que ultrapassar.

Figura 1. O ciclo investigativo (Martins & Ponte, 2010; Selmer, Bolyard & Rye, 2011).

Investigações estatísticas

Uma investigação estatística pode ser motivada por uma curiosidade sobre o mundo real ou por uma necessidade muito concreta (Martins & Ponte, 2010), tendo por base um ciclo de quatro etapas (figura 1): formulação de questões e conceção do plano, recolha de dados, representação e análise de dados e interpretação dos dados e formulação de conclusões.

Cada uma das etapas propostas é importante por direito próprio mas só quando integradas é que os alunos podem encontrar a lógica do processo estatístico. Neste sentido, expor os alunos ao ciclo do processo estatístico dá-lhes oportunidade de construir uma compreensão da importância de cada uma das fases e do propósito das várias técnicas estatísticas.

Formulação de questões

A primeira etapa consiste na formulação de um problema a investigar que, preferencialmente, deve partir dos interesses dos alunos. Um dos primeiros desafios para os alunos é transformar uma questão geral em questões estatísticas que possam ser respondidas através de dados, especialmente se antecipam a realização do estudo com o auxílio das questões que projetam para a recolha de dados (Konold & Higgins, 2003). É importante que ganhem sensibilidade à redação da questão, pensando como lhe poderiam responder, o que lhes permite descobrir não só a variedade de respostas possíveis mas também antecipar múltiplas interpretações da mesma. Por exemplo, numa turma do 8.º ano, quando foi pedido um esboço de um estudo para conhecer as práticas de higiene oral, uma aluna começou por formular questões gerais: «Costumas utilizar fio dentário? Com que frequência vais ao dentista?» (Roque & Ponte, 2012, p. 508). Ao ser interpelada pela professora sobre o significado atribuído a «costumas utilizar» e «frequência», a aluna constata que poderia obter dados, como «sim» e «regularmente» ou «com pouca frequência», com significados diversos para as diferentes pessoas inquiridas e opta pela sua reformulação, fazendo surgir a quantificação das ações referidas (figura 2).

Recolha de dados e amostragem

Nesta etapa, é feito o planeamento para selecionar e recolher dados relevantes para responder às questões formuladas. Embora a resposta a algumas dessas questões implique o recolher dados de toda a população em estudo (por exemplo, os alunos da turma), muitas outras implicam o recurso a amostras. O processo de amostragem, sendo crítico na recolha de dados, não é trivial e é fonte de dificuldades. Por vezes, os alunos rejeitam a ideia de amostragem porque subestimam as dificuldades associadas à realização de um censo, negligenciando a vantagem de se reduzir os dados a recolher, ou porque se debatem com a compreensão de como uma amostra, que não contém toda a população, pode dar informação relevante sobre esta, tal como documenta o estudo realizado por Jacobs (1999), no 5.º ano. Estes alunos, quando confrontados com resultados diferentes de amostras obtidas através de métodos distintos, não conseguem identificar os que foram sujeitos a enviesamento, baseando as suas avaliações sobre os métodos usados na sua experiência pessoal ou na forma como os resultados se ajustavam às suas expectativas ou fornecem evidência para tomar uma decisão. Por exemplo, para decidir sobre a realização de um sorteio na escola para angariar dinheiro, os alunos favoreceram um inquérito em que 100% dos inquiridos disseram comprar rifas em relação a um outro em que a opinião se dividia, justificando: «50–50 não irá decidir isso por nós» (p. 245).

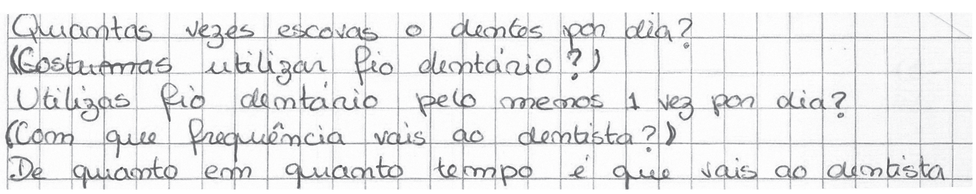
Quantas vezes escovas o dentes por dia?
(Costumas utilizar fio dentário?)
Utilizas fio dentário pelo menos 1 vez por dia?
(Com que frequência vais ao dentista?)
De quanto em quanto tempo é que vais ao dentista

Figura 2. Questões de inquérito formuladas por uma aluna.

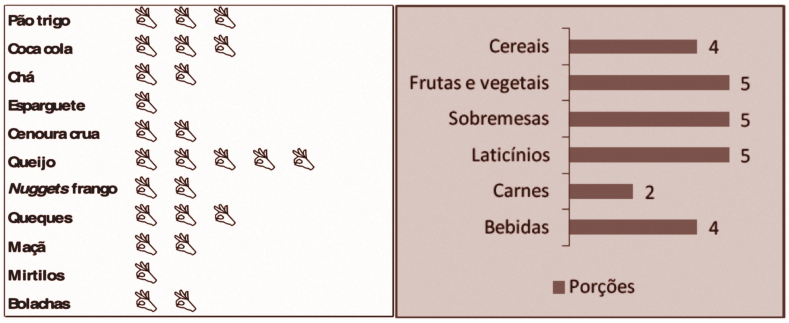

Figura 3. Esquema de contagem e gráfico de barras ilustrando os alimentos dominantes numa dieta (Selmer et al., 2011, p. 278–79).

No entanto, a realização em sala de aula de um trabalho envolvendo a análise de diversas situações em que é adequado o estudo de toda a população ou apenas de uma amostra, a análise crítica de estudos estatísticos face ao uso de amostras não representativas e a ponderação de elementos que afetam a representatividade de uma amostra, pode ser determinante para o progressivo reconhecimento de variabilidade, como ilustra o estudo de Roque e Ponte (2012). Estes alunos passaram a reconhecer que o aumento da precisão de uma sondagem está associado a uma maior dimensão da amostra aleatória e, ainda, a ponderar elementos que podem afetar a representatividade de uma amostra em relação à respetiva população em diferentes contextos, tomando consciência de possíveis fontes de enviesamento na recolha de dados.

Representação e análise de dados

A terceira etapa de uma investigação estatística consiste na organização e representação dos dados recolhidos, em que os alunos podem explorar a forma mais efetiva de converter dados na informação necessária para responder às suas questões e, assim, contactarem de perto com o verdadeiro trabalho estatístico (Selmer et al., 2011). Compreender a representação e análise de dados envolve muitos assuntos complexos, desde a sua ordenação, passando pelo significado dos números num gráfico e pela escolha das medidas apropriadas para sumariar e comparar grupos, até à identificação de relações entre variáveis.

Os gráficos e as medidas estatísticas (de localização, forma, dispersão e relação) são críticos na representação, redução e análise de dados, facilitando a identificação de padrões e tendências nos dados ou permitindo a descrição e comparação de distribuições. Estas ferramentas estatísticas tornam-se, assim, meios para obter respostas às questões, em vez de serem fins em si mesmo (Groth & Bargagliotti, 2012). Deste modo, o desafio começa na escolha deliberada de uma representação ou de medidas que sejam adequadas e facilitem a análise dos dados, tendo em conta a sua natureza e os objetivos em vista. Selmer et al. (2011) dão como exemplo uma situação em que um aluno coloca uma questão sobre os alimentos dominantes na sua dieta. Se este optar por um esquema de contagem de alimentos individuais (figura 3), dada a sua diversidade, pode ter dificuldade em analisar o que pretende. Ao invés, se conseguir criar categorias adequadas para os alimentos pode construir um gráfico de barras (figura 3) para analisar e interpretar mais facilmente a informação representada.

As dificuldades que os alunos revelam na seleção de gráficos adequados aos dados advêm, muitas vezes, de uma escolha baseada em critérios não intencionais como a facilidade na construção ou a familiaridade com a representação escolhida (Morais, 2010).

A compreensão dos gráficos estatísticos é fundamental para se retirar deles a máxima informação e envolve não só a sua leitura e interpretação, que permite aos alunos extrair dados do gráfico e produzir informação a partir deles, formulando opiniões sobre a informação representada, mas também a sua construção e avaliação, competências estas associadas à capacidade de saber representar ou editar dados graficamente e avaliar a precisão e eficácia de um gráfico (Wu, 2004). Se considerarmos o gráfico de barras, presente logo nos primeiros anos de escolaridade para representar frequências absolutas de dados discretos ou categorizados, este sofre uma evolução natural a partir do diagrama de pontos (ver figura 4), permite depois representar frequências relativas (onde a escala já não inclui números inteiros) e mais tarde, ainda, é introduzido para representar dados contínuos (onde o eixo horizontal se torna uma escala contínua).

De igual modo, o diagrama de extremos e quartis pode constituir uma ferramenta valiosa na análise de dados, não existindo, contudo, unanimidade sobre a sua introdução aos

Figura 4. Evolução do diagrama de pontos para o gráfico de barras (Martins & Ponte, 2010).

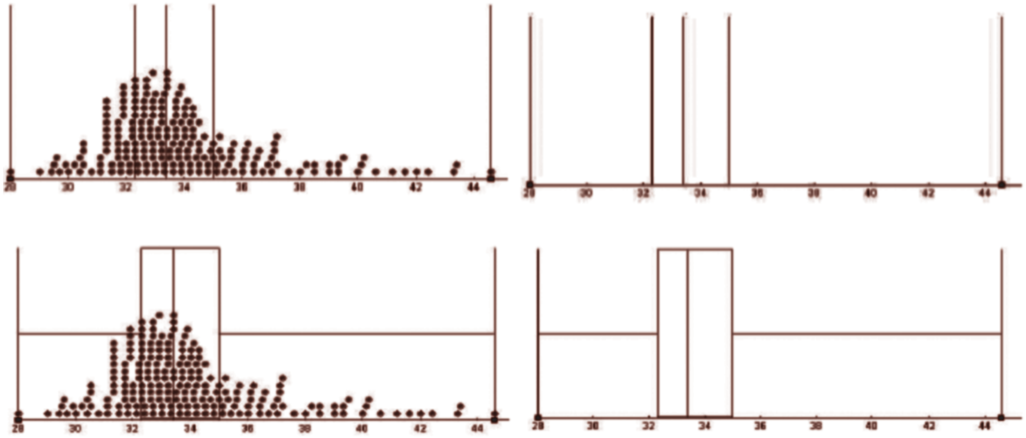

Figura 5. Opções no Minitool 2 para formar quatro grupos (linha superior), ocultar os dados (gráficos da direita) e sobrepor um diagrama de extremos e quartis (linha inferior). (Bakker et al., 2004, p. 165).

alunos mais novos, uma vez que algumas das suas características tornam-no particularmente difícil de utilizar em contextos reais (Bakker, Biehler & Konold, 2004). Estes autores sugerem que a introdução desta representação seja inicialmente acompanhada de outras que permitam visualizar os casos individuais, como exemplificado na figura 5, onde o diagrama de extremos e quartis é sobreposto com um diagrama de pontos, com a opção de ocultar os casos representados pelos pontos (disponível em software educacional recente, como o Minitools ou o TinkerPlots).

As transições referidas nos exemplos anteriores constituem grandes saltos cognitivos para os alunos e estão na origem de muitas das suas dificuldades quando têm que realizar mais do que uma simples leitura do gráfico (Moritz & Watson, 1997). De facto, Curcio (1987) ajudou a clarificar a natureza complexa da compreensão dos gráficos, caracterizando-a de acordo com três níveis de leitura dos dados: i) *ler os dados*, nível elementar que requer apenas uma leitura direta do gráfico sem qualquer interpretação, atendendo apenas a factos representados explicitamente; ii) *ler entre os dados*, nível intermédio caracterizado por requerer o conhecimento de conceitos e habilidades matemáticas que permitem identificar relações nos dados; e iii) *ler para além dos dados*, nível avançado que exige uma ampliação dos conceitos e a capacidade de realizar inferências ou previsões com base numa interpretação dos dados. Shaughnessy (2007) considera necessário acrescentar mais um nível — *ler por detrás dos dados* — para aferir a compreensão das conexões entre o contexto e os dados e das causas da variação dos dados que diversos estudos têm revelado ser particularmente difícil (Ainley, 2000; Friel, Curcio & Bright, 2001; Morais, 2011). Estes estudos sugerem, no entanto, que o trabalho com diversos tipos de representações gráficas em contextos relevantes para os alunos e com questões dirigidas a diferentes níveis de compreensão, contribuem para ativar o processo de compreensão gráfica.

As tarefas em que os alunos têm que escolher as medidas que melhor descrevem e sintetizam a informação contida num conjunto de dados são bastante ricas, uma vez que lhes permitem contactar com os seus diferentes significados e examinar como a variação nos dados pode ter impacte nos seus valores (Selmer et al., 2011). A média aritmética de um conjunto de dados é, provavelmente, o conceito estatístico mais comum na vida quotidiana dos alunos, uma vez que ouvem falar de ordenado médio, temperatura média diária/mensal, velocidade média, entre outros exemplos. No entanto, este conceito é bem mais complexo do que a simplicidade do seu algoritmo. A maioria dos alunos parece conhecer o algoritmo e ser capaz de resolver problemas com médias, aplicando competências algébricas, mas tem dificuldade na compreensão dos seus diferentes significados. Isto é salientado, por exemplo, num estudo com uma turma do 5.º ano, quando se pede que calculem a média das temperaturas mínimas verificadas ao longo de uma semana num local específico (figura 6) e que expliquem o seu significado (Gregório, 2012, p. 78):

A maioria dos alunos calcula corretamente a média, contudo, apenas um pequeno grupo apresenta uma explicação válida, neste contexto, referindo: «A média é de 3°C, significa que se em todos os dias tivesse a mesma temperatura estaria 3°C» (p. 80). Alguns alunos respondem explicando o procedimento de cálculo da média e não o seu significado: «O seu significado é que todas as temperaturas juntas (21°C) e depois dividirmos por 7 dá 3» (p. 81). Também apresentaram dificuldade em perceber o impacte que o zero tem na média de uma distribuição porque não o consideram como um dos dados, aspeto já identificado por outros autores: «4+4+1+4+5+3=21; 21/6=3,5» (p. 81). Além disso, noutros estudos, os alunos são capazes de encontrar resultados com «adicionar todos e dividir» mas têm menos sucesso na operação contrária, quando precisam de encontrar um valor desconhecido num conjunto de dados a partir do valor da média (Mokros & Russell, 1995).

De facto, diversos estudos evidenciam que os alunos de diferentes níveis de ensino revelam dificuldade em perceber se a média resume bem ou não os dados da distribuição e, por isso, tendem, por exemplo, a usar a moda em questões que requerem

domingo	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	sábado
4°C	4°C	0°C	1°C	4°C	5°C	3°C

Figura 6. Temperaturas mínimas registadas ao longo da semana.

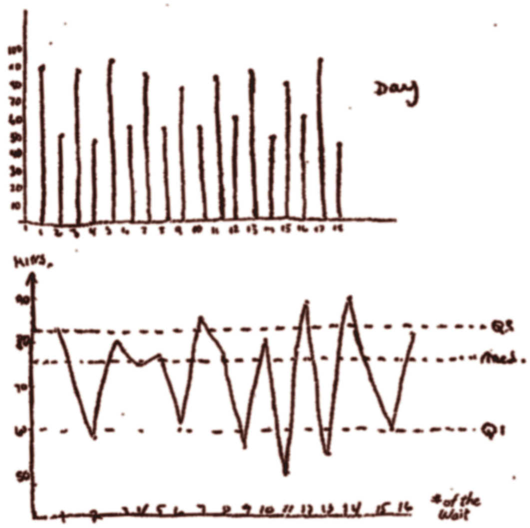

Figura 7. Gráficos usados pelos alunos para representar os dados do Old Faithful (Shaughnessy, 2007, p. 974).

a descrição do que é típico num conjunto de dados (Konold & Higgins, 2003). Proporcionar situações que apelem ao uso da média e que requeiram a negociação e debate dos seus múltiplos significados em diferentes contextos, contribuirá para a compreensão informal, conceptual e algorítmica desta medida (Watson, 2007).

O conceito de moda, por sua vez, é introduzido de um modo intuitivo, desde os primeiros anos de escolaridade e, embora a sua identificação não traga grandes dificuldades, a sua interpretação nem sempre é adequada. Um erro bastante comum, quando o foco em valores singulares dos dados transita para uma conceptualização dos dados como um agregado, é considerar a moda como a maior frequência absoluta em vez do respetivo valor da variável (Batanero, 2000).

De entre as três medidas de tendência central, a mediana parece ser a menos evidente para os alunos (Batanero, 2000). Segundo esta autora, o cálculo da mediana é complexo para os alunos, uma vez que estão habituados a métodos de cálculo e soluções únicos para os problemas matemáticos e o algoritmo para a calcular, sendo que o resultado da sua aplicação é diferente, consoante se tenha um número par ou ímpar de dados ou se tenha dados agrupados ou não. Algumas das dificuldades identificadas no cálculo desta medida são a falta de ordenação inicial dos dados, a não contabilização de valores repetidos e a utilização do dado central das frequências absolutas ou a média dos extremos (Batanero, 2000; Sousa, 2002).

Uma atenção demasiado precoce às medidas de tendência central pode resultar na não identificação de tendências importantes na variabilidade dos dados e no que esta pode revelar sobre os contextos (Shaughnessy, 2007). Como exemplo, consideremos uma situação proposta com os dados de uma série de tempos de espera entre erupções do geiser Old Faithful, correspondente a três dias, para que os alunos tomassem uma decisão sobre quanto tempo seria necessário esperar por uma erupção. Muitos começaram por calcular as medidas de tendência central (média e mediana) para cada dia, baseando nestas as suas predições (Shaughnessy, 2007). Quando posteriormente representaram os dados através de um gráfico, descobriram um padrão curto-longo alternado nas erupções, revelado em algumas representações que não é aleatório mas tem causas geológicas subjacentes (figura 7).

Os resultados deste estudo revelam que os alunos que consideraram a variabilidade dos dados tendem a apresentar uma previsão para o tempo entre erupções através de um intervalo de valores («A maioria das vezes teremos que esperar entre 60 a 85 minutos») em vez de prever, simplesmente, um número (como 77 minutos) (Shaughnessy & Pfannkuch, 2002). Este exemplo mostra bem a importância de os alunos compreenderem o papel da variabilidade nos dados.

Outros estudos, que analisam o pensamento dos alunos sobre a variabilidade entre distribuições de dados a serem comparadas, revelam que estes usam estratégias estatísticas e sumários quantitativos de dados que se centram em características incompletas dos conjuntos de dados, isto é, focam-se, com frequência, em dados particulares ou características individuais dos dados em vez de fazerem comparações globais das distribuições (Watson & Moritz, 1999; Watson, 2001). Estes autores defendem, também, que as tarefas que requerem a comparação de conjuntos de dados (por exemplo, comparar rapazes e raparigas de uma turma que surge naturalmente nos trabalhos dos alunos) permitem desenvolver a capacidade de realizar inferências informais, para os preparar para um estudo posterior mais formalizado.

Interpretação de resultados

Na última etapa do ciclo, os alunos deverão interpretar os resultados obtidos, formulando conclusões e depois refletir sobre todo o processo, nomeadamente a adequação dos dados e a eficácia da análise para fornecer respostas às questões iniciais (Selmer et al., 2011). As conclusões obtidas poderão responder ou não às questões de investigação e, neste último caso, será necessário recolher novos dados e ou reformular as questões de investigação. Também há necessidade de fornecer argumentos persuasivos baseados na análise de dados que podem permitir aos alunos fazer inferências ou levantar questões conduzindo a novas investigações (Sousa, 2002). A literatura evidencia a necessidade de contrariar a tendência dos alunos para o tratamento dos dados como simples números, esquecendo-se que eles estão inseridos em contextos que se pretendem conhecer melhor e que são a razão da análise realizada, sobretudo quando não são os próprios a recolhê-los (Konold & Higgins, 2003).

A Concluir

Os aspetos discutidos, embora de forma muito sumária e não exaustiva, evidenciam uma mudança para um modo flexível e não compartimentado de se perspetivar a aprendizagem da Estatística, valorizando as investigações em contextos diversificados, sempre que possível próximos da realidade dos alunos, e integrando os diversos tópicos do programa. Para tal podem contribuir significativamente os múltiplos recursos tecnológicos hoje disponíveis que podem ser adotados de modos diversificados: como fonte de questões, fonte de dados ou instrumento para tratamento e análise de dados (Tishkovskaya & Lancaster, 2012). O uso de tais recursos em ambientes adequados pode, ademais, potenciar o desenvolvimento do raciocínio estatístico dos alunos, proporcionando-lhes acesso a processos estatísticos mais avançados, como por exemplo a inferência estatística informal (Makar & Rubin, 2009). Colocam-se, assim, atualmente desafios que consideramos ser estimulantes para o professor, e para a formação de professores, ao nível dos contextos a propor aos alunos, dos processos estatísticos mais avançados a explorar de modo informal e do tipo de recursos tecnológicos a usar.

Referências

Ainley, J. (2000). Transparency in graphs and graphing tasks: An iterative design process. *The Journal of Mathematical Behavior*, *19*(3), 365–84.

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2004). Should young students learn about box plots? In G. Burrill & M. Camden (Eds.), *Curricular development in Statistics Education, IASE Roundtable* (pp. 163–173). Voorburg: ISI.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, *25*, 41–58.

Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18*(5), 382–393.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 124–158.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, *70*(1), 1–25.

Gregório, H. M. (2012). *O desenvolvimento da literacia estatística no 5.º ano. O contributo de uma unidade de ensino* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Groth, R., & Bargagliotti, A. E. (2012). GAISEing into the Statistics Common Core. *Mathematics Teaching in Middle Schools*, *18*, 38–45.

Jacobs, V. R. (1999). How do students think about statistical sampling before instruction? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(4), 240–246, 263.

Konold, C., & Higgins, T. (2003). Reasoning about data. In G. Burrill (Ed.), *Research Companion to Principles and Standards of School Mathematics* (pp. 193–215). Reston, VA: NCTM.

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82–105.

Martins, M. E., & Ponte, J.P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: ME–DGIDC.

ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Mokros, J., & Russell, S. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*, 20–39.

Morais, P. (2011). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade* (Tese de mestrado, Universidade do Minho).

Moritz. J., & Watson, J. (1997). Graphs: communication lines to students. In F. Biddulph & K. Carr (Eds.), *People in Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 344–351). Waikato, New Zealand: The University of Waikato Printery.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM. (Tradução portuguesa do original de 1998).

Roque, C., & Ponte, J. P. (2012). Planeamento estatístico e análise de dados no 3.º ciclo do ensino básico. In *Atas do XXIII SIEM* (pp. 501–518). Lisboa: APM.

Selmer, S., Bolyard, J., & Rye, J. (2011). Statistical reasoning over lunch. *Mathematics teaching in the middle school*, *17*(5), 274–281.

Shaughnessy, J. M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. In F. Lester (Eds.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957–1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing and NCTM.

Shaughnessy, J. M., & Pfannkuch, M. (2002). How faithful is Old Faithful? Statistical thinking: A story of variation and prediction. *The Mathematics Teacher*, 95, 252–259.

Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2.º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Tishkovskaya, S., & Lancaster, G. (2012). Statistical Education in the 21st Century: a Review of Challenges, Teaching Innovations and Strategies for Reform. *Journal of Statistics Education*, *20*(2).

Watson, J. (2001). Longitudinal development of inferential reasoning by school students. *Educational Studies in Mathematics*, *47*, 337–372.

Watson, J. (2007). The role of cognitive conflict in developing students' understanding of average. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 21–47.

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999). The beginning of statistical inference: comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, *37*, 145–168.

Wu, Y. (2004). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*. Retirado a 16 de Junho de 2012 de http://scholar.google.pt/scholar?q=Singapore+Secondary+School+Students%E2%80%99+Understanding+of+Statistical+Graphs&hl=pt-PT&lr=

Ana Henriques e Hélia Oliveira

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa