



Em 2013, é tempo de explorar a Matemática do Planeta Terra! é o desafio feito na apresentação do projeto MPT-2013 neste número da E&M. Para responder ao desafio, propomos, para os materiais para a sala de aula deste número, um projeto para redescobrir um pouco de matemática no nosso planeta.

Em 2006, no âmbito do projeto Pencil, dinamizado em parceria pelo Pavilhão do Conhecimento, pela APM e outras entidades, foram produzidas e experimentadas várias tarefas de sala de aula, publicadas no site do Pavilhão em <http://gam.pavconhecimento.pt/projectos/pencil/pt/home/home.html>. Nesse contexto, Eduardo Veloso e Rita Bastos desenharam um projeto, que teve por base atividades sugeridas pelo prof. Máximo Ferreira, do Centro de Ciência Viva de Constância e redigiram um texto publicado em http://gam.pavconhecimento.pt/projectos/pencil/pt/outras_actividades/outras_actividades.html, onde as visões astronómica e matemática complementam e justificam os procedimentos sugeridos nas tarefas do projeto. O referido texto, cuja leitura recomendamos, está também disponível no site da APM, junto dos materiais para a sala de aula da revista nº 119.

Nesse projeto propõe-se a determinação experimental do perímetro da Terra e outras experiências envolvendo o Sol e as suas sombras. As propostas foram pensadas para serem concretizadas por professores e alunos de escolas localizadas

em diferentes pontos de Portugal. Na adaptação realizada restringimos a escolas com a mesma longitude, mas, tal como é referido no texto que serve de suporte à atual proposta, as medições podem ser feitas em escolas que se encontrem em meridianos diferentes. Note-se que o processo proposto para medição experimental do perímetro da Terra, tem pequenas modificações em relação ao método seguido por Eratóstenes, pois num dos locais de observação escolhido por Eratóstenes, Sienne, ao meio-dia solar o Sol estava no Zénite (portanto com uma altura do Sol igual a 90°) e, na nossa proposta, nenhuma das escolas estará nessa situação, pelo que teremos que utilizar a diferença das alturas (e não apenas o ângulo de $7^\circ 12'$ medido em Alexandria por Eratóstenes).

Este é um projeto a calendarizar ao longo de um ano letivo, pois é necessário efectuar os contatos com as escolas, planificar as três tarefas propostas, preparar as leituras necessárias à compreensão dos conteúdos envolvidos, prever tempos de discussão nas aulas e o trabalho a realizar fora da sala de aula. Reforçamos, por isso, o desafio feito na apresentação da secção MPT-2013: mãos à obra, já este ano letivo!

Irene Segurado
Joana Latas
Manuela Pires



Determinação experimental do perímetro da Terra e outras propostas de experiências envolvendo o Sol e as suas sombras^[1]

Este projeto deve envolver alunos e professores de duas ou mais escolas afastadas em latitude, mas situadas no mesmo meridiano^[2] e envolve três partes:

- I. Determinação da direção Norte-Sul em cada escola;
- II. Determinação da altura do Sol ao meio-dia solar em cada escola e;
- III. Determinação do comprimento do Meridiano Terrestre.

Nas duas primeiras partes são feitas certas construções e medições e na terceira calcula-se o comprimento do meridiano terrestre utilizando os resultados obtidos nessas medições. A precisão com que este comprimento é obtido depende do cuidado e rigor colocados nas medições.

A iniciativa parte da escola A, que convida a escola B (e eventualmente as escolas C, D, etc.) para a execução em conjunto do projeto. Vamos considerar para simplificar que a escola A (em Lisboa) convida a escola B (em Viana do Castelo).

O processo usado nesta proposta inspira-se na determinação do perímetro da Terra realizado por Eratóstenes no terceiro século antes da nossa era.

I – Determinação da direção Norte-Sul em cada escola e do meio-dia solar

Para esta determinação, é necessário:

- a) Colocar uma estaca vertical num ponto de um local limpo, plano e horizontal, iluminado pelo Sol durante a manhã e o início da tarde (por exemplo, entre as 10h da manhã e as 16h).
- b) Periodicamente (por exemplo, de 30 em 30 minutos), durante o período de tempo escolhido, assinalar no chão o ponto correspondente à sombra da extremidade da estaca. Obtêm-se desta forma os pontos S₁, S₂, S₃, etc. (ver figura 1)

- c) Depois de assinalados todos os pontos, traçar a curva definida por eles.

Com centro na base F da estaca traça-se uma circunferência (linha fina na figura) que intersecta o ramo de hipérbole nos pontos C e D. Unindo o ponto médio do segmento CD com o ponto F, encontra-se a direção Norte-Sul verdadeira (diz-se “verdadeira” para distinguir da direção N-S magnética, que poderia ser determinada por uma bússola, e que não serviria, naturalmente, para determinar o meio dia solar). Nas nossas latitudes, as sombras estão sempre para norte, e o meio-dia solar é a hora a que a sombra da estaca, produzida pelo Sol, coincide com a direção N-S que determinámos.

Com esta atividade pretende-se determinar a direção Norte - Sul, calculando o meio-dia solar.

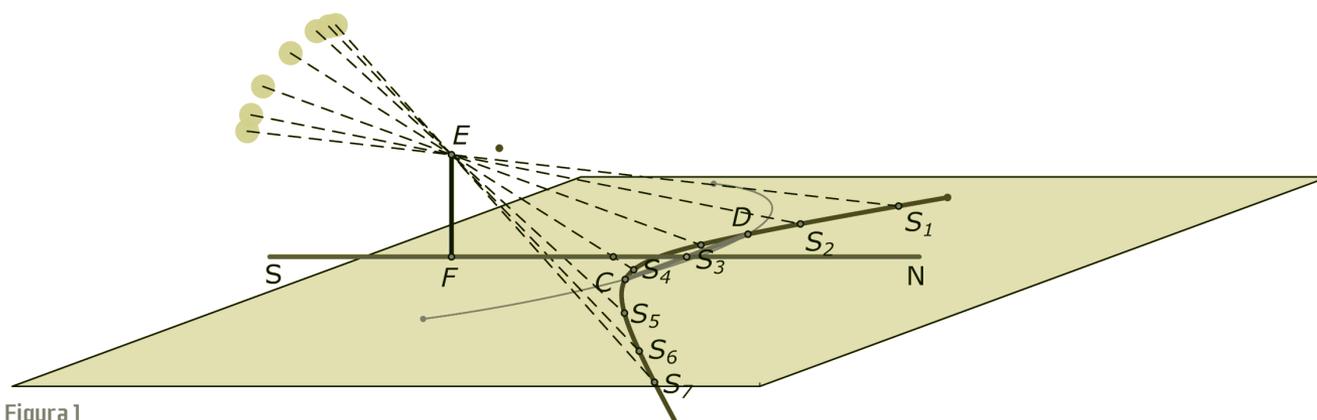


Figura 1

[1] Propostas adaptadas de um conjunto de actividades sugeridas pelo prof. Máximo Ferreira, do Centro de Ciência Viva de Constância, no âmbito do ProjetoPencil, do qual a APM foi parceira. O enquadramento foi realizado por Eduardo Veloso e Rita Bastos e encontra-se num texto publicado em http://gam.pavconhecimento.pt/projectos/pencil/pt/outras_actividades/outras_actividades.html e que está online no site da APM, junto dos materiais para a sala de aula da revista nº 119

[2] Para desenvolver o projeto entre escolas com longitudes diferentes, consultar o texto acima referido

II – Determinação da altura do Sol ao meio-dia solar em cada escola

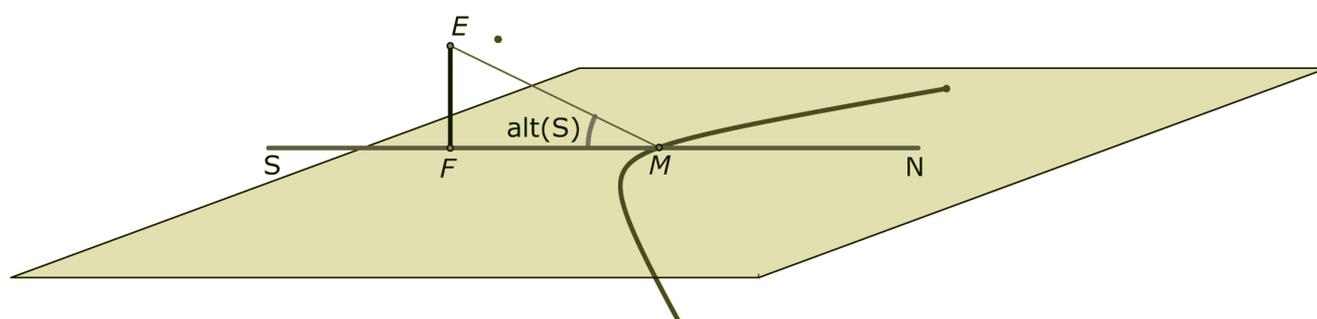


Figura 2

A altura de um astro, num determinado ponto da superfície terrestre, é por definição a amplitude do (menor) ângulo formado pela semireta com origem nesse ponto e passando pelo astro e o plano do horizonte (plano tangente à Terra nesse ponto). Durante o dia, a altura do Sol num determinado local da Terra (exceto nos pólos) está sempre a variar, sendo nula ao nascer e ao pôr-do-sol e máxima ao meio-dia solar. Traçada a linha N-S, para obter a altura do sol ao meio dia solar basta esperar pelo meio-dia solar e medir esse ângulo, que designamos por $alt(S)$ (figura 2).

O processo de medição do referido ângulo depende do nível de escolaridade dos alunos. Sugerem-se três métodos:

- Medição direta do ângulo com o auxílio de um transferidor. Para obter o ângulo correspondente à altura do Sol, coloca-se um fio preso com um dedo sobre a cabeça de um dos participantes e a outra extremidade coincidente com a extremidade da sombra (figura 3).
- A construção de um astrolábio simples (em cartão, por exemplo) constituirá um trabalho manual que culminará com a sua utilização na medição da altura do Sol. (no Kit Latitude Longitude, editado pelo Ciência Viva, disponível em http://www.cienciaviva.pt/equinocio/lat_long/indice.asp, encontram-se procedimentos para a construção de vários instrumentos, incluindo o astrolábio).



Figura 3

- Obtenção do mesmo ângulo por um método de resolução trigonométrica do triângulo retângulo, cujos catetos são o observador e a sua sombra, ou o comprimento da estaca vertical e o comprimento da respectiva sombra coincidente com a direção N-S, o que conduzirá a uma melhor aproximação.

III – Determinação do comprimento do Meridiano Terrestre.

A determinação deste comprimento faz-se utilizando as construções e medições anteriores, nas duas escolas A e B:

- Em cada um dos locais foi determinada a direção Norte-Sul e a hora das medições das alturas do sol poderá ser diferente nos dois locais, pois coincidirá com o momento em que, nesse local, a sombra da estaca estará sobre a linha N-S.
- Assim, o que há a fazer é medir as alturas do Sol, no mesmo dia, em cada uma das escolas, nas respetivas horas correspondentes ao meio-dia solar. Portanto, se em dois locais de latitudes diferentes, ao meio-dia solar em cada um dos locais, se executa o procedimento proposto no ponto II, a diferença entre as alturas do Sol é igual à diferença das latitudes dos dois locais, e daí esse valor é

a diferença angular, medida sobre um meridiano, entre as duas latitudes. O esquema da figura 4 mostra claramente essa situação.

Nesta figura as escolas estão supostamente no mesmo meridiano, e conclui-se imediatamente que a diferença das alturas do Sol (ao meio-dia solar, neste caso coincidente nas duas escolas) é igual à diferença das latitudes. Conhecida a diferença das latitudes entre as escolas A e B, procura-se a quando equivale essa diferença em distância (por exemplo em km) medida sobre um mesmo meridiano. Esta pesquisa pode fazer-se através de mapas convenientes ou por exemplo no Google Earth. Depois, com uma proporção em tudo similar à utilizada por Eratóstenes, determina-se o comprimento do meridiano terrestre.

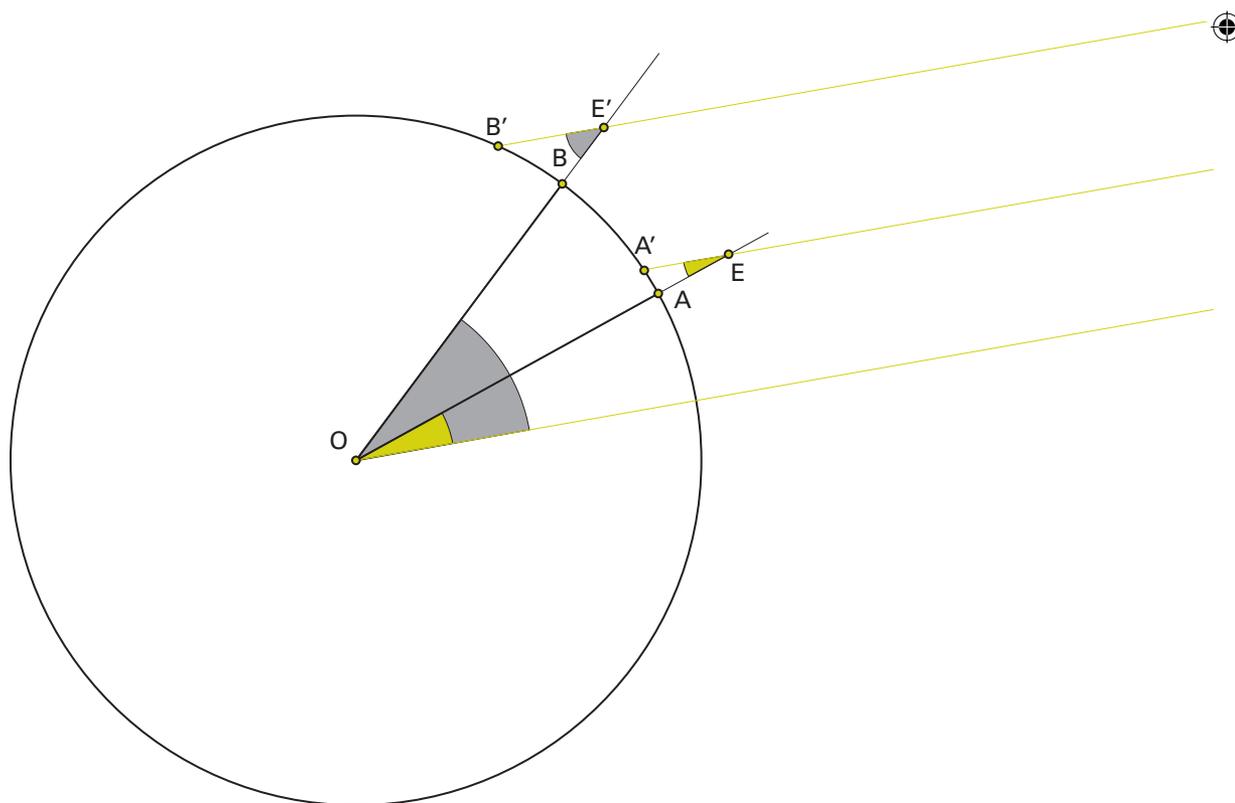


Figura 4.–Os ângulos marcados com a mesma cor são iguais por serem alternos internos logo $\angle BOA = \angle BE'B' = \angle AEA'$