



O PROBLEMA DESTE NÚMERO

José Paulo Viana

Um retângulo e mais outro

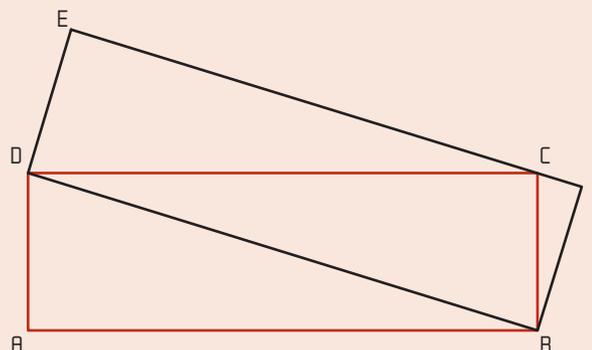
Numa aula, a Catarina desenhou um retângulo ABCD, traçou a diagonal BD e, a partir dela, construiu um novo retângulo BDEF, de tal modo que o ponto C passou a pertencer ao lado EF.

As opiniões da turma dividiram-se quando os presentes começaram a pensar nas áreas respetivas.

- O segundo retângulo tem maior área que o primeiro – disse o Francisco.
- Não, o primeiro é maior – contrapôs o João.
- Nada disso – sentenciou a Patrícia. – Ambos têm a mesma área.
- Tudo depende do retângulo inicial – discordou a Lena. – Nuns casos é ele o maior, noutras é o segundo.

Quem tem razão?

[Respostas até 12 de Junho para zepaulo46@gmail.com]



Na sala de aula

O problema proposto no número 115 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Disse o professor para os alunos:

- *Imaginem que escrevíamos todos os números de 1 a 10000 encostados uns aos outros de modo a formar um número enorme: 123456789101112131415...9998999910000. Qual é a soma de todos os algarismos deste «supernúmero»?*

Não foi preciso nem um minuto para que o menino Frederico G. Auss respondesse corretamente.

Como terá ele conseguido?

Recebemos 9 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Edgar Martins (Queluz), Graça Braga da Cruz (Ovar), João Oliveira (Cartaxo), João Pineda & Ema Modesto (Aveiro), João Sá (Lisboa), Jorge Filipe, e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Praticamente todos os leitores começaram por admitir que o problema não se altera se admitirmos que os números são todos escritos com quatro algarismos. Por exemplo, o 5 seria 0005, o 48 viria 0048, etc. Seriam então os números de 0000 até 9999. Depois, para chegar à solução, ou imaginaram estes números escritos uns debaixo dos outros ou raciocinaram simplesmente sobre a quantidade de vezes que cada algarismo aparece.

Desta forma, há 40000 algarismos e *como todos eles aparecem o mesmo número de vezes (parafraseando e contradizendo Orwell, todos os algarismos são «iguais» e não há uns mais «iguais» que outros), existirão 4000 zeros, 4000 uns, 4000 dois, ... , 4000 noves* (Alberto Canelas). A sua soma será:

$$4000 \times 1 + 4000 \times 2 + \dots + 4000 \times 9 =$$

$$4000 \times (1 + 2 + \dots + 9) = 4000 \times 45 = 180\ 000$$

Falta apenas acrescentar o 1 de 10000 e o resultado final é 180 001.

O Alberto apresenta ainda um curioso raciocínio que permite uma rápida resposta:

Cada algarismo «vale» em média 4,5 (média aritmética entre 0 e 9) e portanto os 40000 algarismos somam $40000 \times 4,5 = 180000$, a que se somaria depois o 1 do 10000.

Pedrosa Santos propõe uma pergunta adicional ao problema: *Quantos algarismos tem o «supernúmero»?*

A resposta não é tão imediata como pode parecer à primeira vista...

Finalmente, o Edgar diz:

O menino Frederico conseguiu responder rapidamente porque somas é coisa que a família G.Auss faz muito facilmente, desde os tempos do seu tio avô Carl.

Um pedido de desculpas – Por motivos que o autor desta secção não consegue explicar, as resoluções dos nossos leitores Álvaro Anjo, Ana Maciel, Catarina Ferreira, Ema Modesto & João Fernandes, Francisca Canais, Francisco Branco, Francisco Estorninho, João Barata, Helena Rocha e Patrícia Sampaio referentes ao problema «Um número de restos» extraviaram-se e não foram consideradas no momento próprio. O nosso obrigado por terem respondido, as nossas maiores desculpas e os desejos de que não desistam e continuem a responder aos problemas da *Educação e Matemática*.

[Resposta à pergunta adicional: 38894.]

