

## Área no 2.º Ciclo com o Geometer's SketchPad

Eduarda Moura

### Introdução

O título do artigo deveria ter um ponto de interrogação no fim, mas pontos de interrogação não aparecem em títulos de artigos de temas científicos e por isso a questão coloca-se agora: Área no 2.º Ciclo com o GSP? Dará resultado? E em que medida? Os materiais curriculares aqui apresentados foram desenvolvidos durante o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 2.º Ciclo (Serrazina e outros, 2006). Os ficheiros GSP referidos no texto podem ser solicitados à autora.

Com o Programa de Matemática do 1.º Ciclo que estava em vigor em 2006/07 esperava-se que os alunos desenvolvessem alguma experiência com transformações geométricas isométricas. Esta experiência pode ser conseguida, por exemplo, através de puzzles de área, minós de diversas unidades, pavimentações, desenho de frisos e rosáceas e de outras figuras simétricas com um eixo de simetria, todas estas atividades sugeridas no programa da altura. Relativamente a perímetros e áreas, no fim do 2.º ano era esperado dos alunos o cálculo de áreas com quadrados e

outras unidades geométricas através de contagem e, durante o 3.º ano, deveria realizar-se trabalho em tarefas para o desenvolvimento da competência de reconhecer lados paralelos em figuras geométricas simples. Relativamente a perímetros e áreas, no 4.º ano, era sugerida a comparação geométrica por sobreposição e a medição e cálculo de áreas de quadrados e retângulos através da multiplicação das medidas dos lados que deveria ser compreendida. Os comprimentos de círculos deveriam ser calculados por medição direta e a comparação entre perímetros e áreas feita também numericamente. No Novo Programa de Matemática (Ponte e outros, 2008, p. 39) no 2.º Ciclo os alunos devem ainda calcular áreas através da composição e decomposição de figuras e saber fazer estimativas de áreas por enquadramento. Neste artigo são comentadas algumas tarefas que poderão ajudar um professor a facilitar aos alunos a conexão entre a decomposição de áreas e o cálculo de áreas através de medidas lineares.

### Áreas Pintadas

Utiliza os triângulos em cartolina para encontrar figuras com áreas pintadas iguais<sup>[1]</sup>.

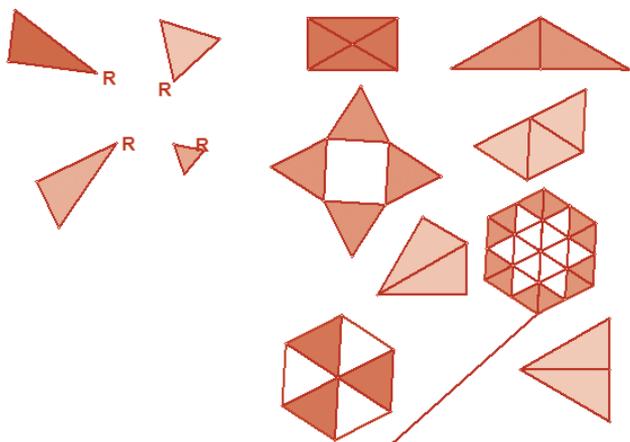


Figura 1

### Decomposição de áreas com o GSP

Para a comparação de áreas através da equivalência de figuras a unidade de geometria do 5.º ano, se bem explorada, pode constituir uma ótima base para os alunos construírem a noção de figuras geométricas equivalentes e não equivalentes. Por bem explorada queremos dizer que as crianças tiveram oportunidades não só de fazer classificações mas também de trabalhar em tarefas que os levem a estudar a geometria de cada polígono. Pensamos ser evidente para o professor que as tarefas de comparação de áreas são precedidas por tarefas em que as crianças fazem pavimentações de espaços limitados com polígonos regulares e não regulares, resolvem puzzles geométricos, compõem figuras geométricas, por exemplo com o tangram, de forma a poderem ter experiência com espaços planos de área limitada que podem ser constituídos de várias maneiras. Com estas tarefas as crianças poderão desenvolver a experiência necessária para que o professor possa ensinar o tema da equivalência entre figuras geométricas necessárias ao cálculo de áreas por decomposição e por medição.

Mesmo nas situações em que as crianças tiveram experiência com transformações isométricas em tarefas de caráter experimental no 1.º Ciclo o que é intencionado no 2.º Ciclo é que as crianças formalizem progressivamente o que aprenderam e no caso presente utilizem o conhecimento informal sobre transformações para desenvolver a noção que duas figuras têm áreas iguais quando uma delas é cortada e as peças arranjadas coincidem, quando sobrepostas, com a outra figura. Este é o método subjacente ao cálculo de áreas que lhes é familiar no 1.º Ciclo em que espaços planos são subdivididos em quadrículas iguais para que a área possa ser calculada por contagem.

### Áreas do Tangram

Abre o ficheiro *Tangram* e guarda-o com outro nome. Encontra relações de área entre as peças do tangram. Tens cópias de todas as peças que podes mudar de lugar e rodar para as fazer sobrepor.

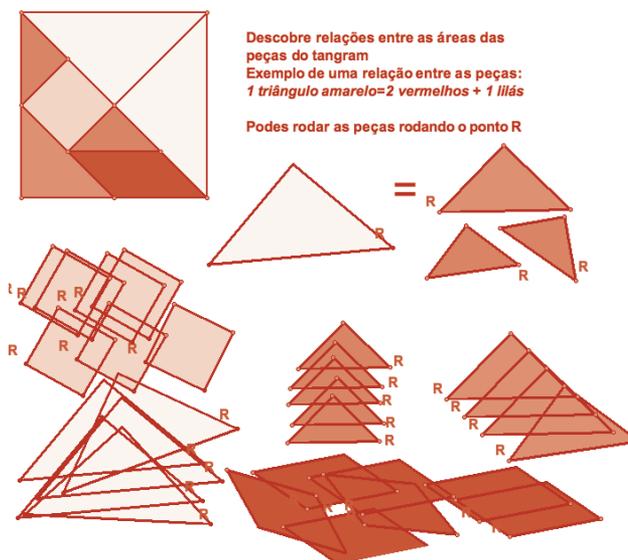


Figura 2

Consideramos assim que as tarefas de composição e decomposição são essenciais para conceber a decomposição de figuras geométricas como método para o cálculo de áreas. Estas tarefas podem ser tão simples como a apresentada na figura 1.

Ou, como a representada na figura 2 em que o objetivo é encontrar congruências entre figuras por decomposição para que possam as áreas ser comparadas.

O professor pode imprimir as diferentes figuras equivalentes que as crianças encontram e com as quais podem trabalhar em outras alturas para cálculo de áreas.

As tarefas que apresentamos de seguida foram desenhadas para as crianças aprenderem a medir área usando os conceitos geométricos de composição e decomposição de áreas e de figuras com áreas equivalentes. Estas tarefas poderão proporcionar às crianças a preparação necessária para aprender a utilizar ambos os métodos no cálculo de áreas e ficando fundamentado o cálculo da área de quadrados e retângulos através da multiplicação das medidas dos lados.

### A construção do Aquário

Na aula de EVT do João, que anda no quarto ano, os alunos e as alunas desenharam um aquário para tartarugas que querem construir no pátio da escola. A turma decidiu que o chão do aquário teria a forma do polígono da Figura 3, tendo o polígono 1 m de lado. Além da forma do tanque, também decidiram que deveria ficar localizado num canto do pátio. Os azulejos com que podem pavimentar o chão do aquário são triangulares, com os lados todos iguais e medem 0,5 m de lado. A turma do João decidiu pedir ajuda aos alunos da escola do 2.º Ciclo para fazer o plano e descobrir quantas tartarugas poderiam ser compradas. Uma turma decidiu aceitar o desafio de

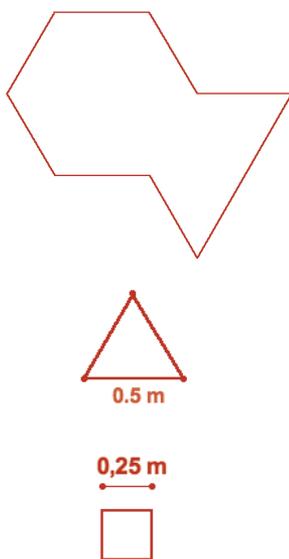


Figura 3

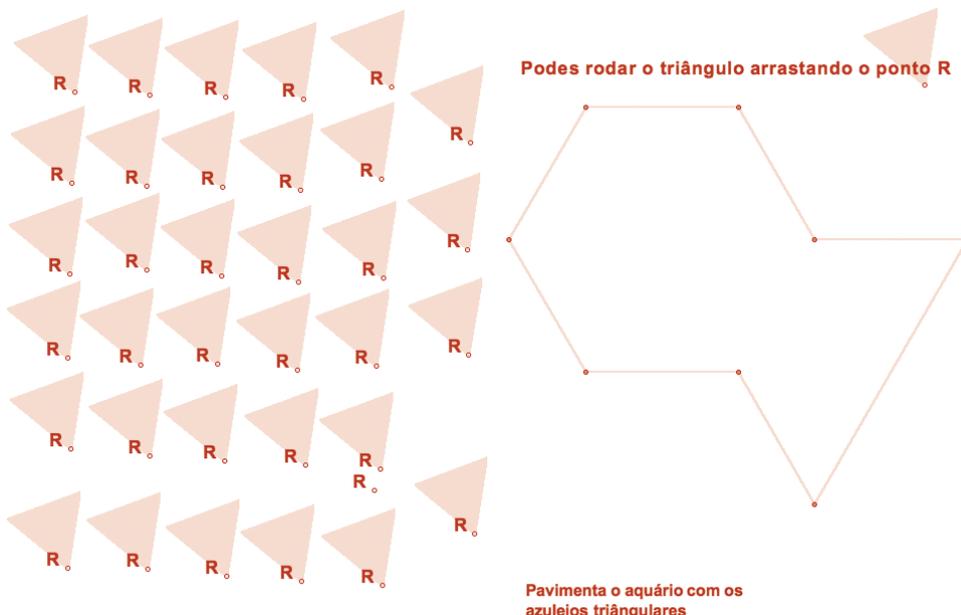


Figura 4

fazer o plano, ficaram contentíssimos e acharam que seria melhor o chão do aquário ser pavimentado com azulejos verdes da cor do mar, opinião com que a turma do João concordou. Vamos ajudá-los a fazer o plano e descobrir o número máximo de tartarugas para o tanque. Cada tartaruga precisa de um espaço de chão equivalente ao de um quadrado com 0,25 m de lado (figura 3).

- 1.1. Abre o ficheiro *Aquário* e guarda-o com outro nome. Pavimenta o chão do aquário com triângulos (figura 4).
- 1.2. Quais são as medidas dos lados do chão do aquário?
- 1.3. O aquário vai ficar num canto de um espaço retangular do polivalente de medidas  $9\text{ m} \times 5\text{ m}$ . Com uma folha A3 desenha o retângulo e cola a forma do chão do aquário num canto do retângulo. Cada metro vai ser representado por um segmento de 4 cm de comprimento. Não esquecer de anotar esta correspondência entre centímetros e metros num canto da folha.

Esta última questão poderá ser resolvida em grupos grandes de cinco crianças, dependendo do número de alunos da turma. As primeiras duas tarefas poderão ser resolvidas em grupos de duas crianças no computador com o GSP para que se possam familiarizar com a forma do chão do aquário antes de avançarem para o trabalho de fazer o plano juntamente com o grupo maior.

- 1.4. Abre o ficheiro *Área* e guarda-o com outro nome. Desenha um retângulo em que o chão do aquário cabe e que melhor aproxima a área ocupada pelo chão das tartarugas.

Este ficheiro aparece às crianças na folha de desenho do GSP como na figura 5.

As crianças podem enquadrar o aquário desenhado com segmentos de reta para obterem uma primeira aproximação da área.

- 1.5. Utiliza a quadrícula para calcular a área do retângulo. Será que podemos comprar tantas tartarugas quantas as quadrículas que compõe o retângulo? Porquê?
- 1.6. Quantas tartarugas cabem com certeza no chão do aquário? Porquê? Que espaço sobra? Desenha esse espaço usando segmentos de reta e guarda o ficheiro com outro nome.

As crianças poderão desenha as quadrículas ou outros retângulos e quadrados dentro da área do aquário para fazerem as aproximações contando o número total de todas as quadrículas. Alguma da área fica por aproximar e as crianças podem ser motivadas a aproximar-la porque mais tartarugas cabem no tanque se arranjarmos uma forma de reunir o espaço que sobra num espaço equivalente a uma quadrícula.

- 1.7. Será que o espaço não ocupado pelas quadrículas pode ser também utilizado por tartarugas? Como podemos medir o espaço de área que sobra?

Uma solução pode surgir com o refinamento da rede. Se as crianças refinarem a rede por elas mesmas demora muito tempo e dá trabalho desnecessário. Por isso sugerimos que será melhor o professor deslocar-se a cada uma das estações de computador, selecionar a rede e criar uma outra rede que vai dividir cada quadrícula em quatro quadrículas com aproximadamente 0,5 cm de lado.

As crianças podem então reorganizar cada quatro pequenos quadrados num só centímetro quadrado e decidir se será ou não boa ideia comprar mais tartarugas para o espaço que resta. A medição através da subdivisão fica fundamentada pois as crianças já trabalharam com áreas equivalentes e, a equivalência entre o quadrado maior e os quatro que o subdividem gerará

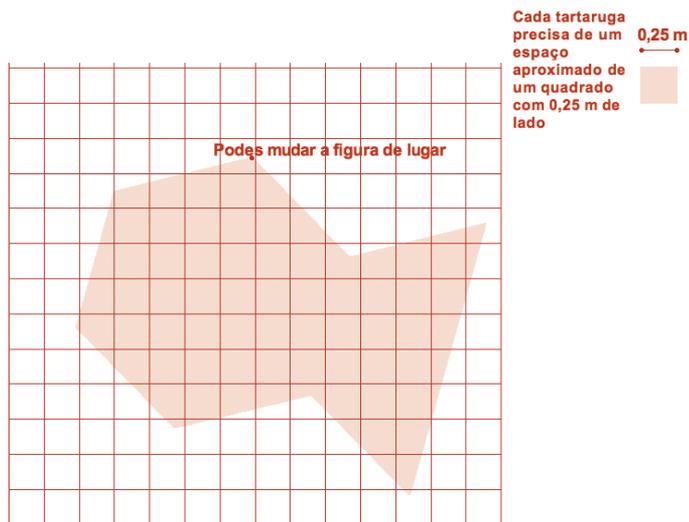


Figura 5

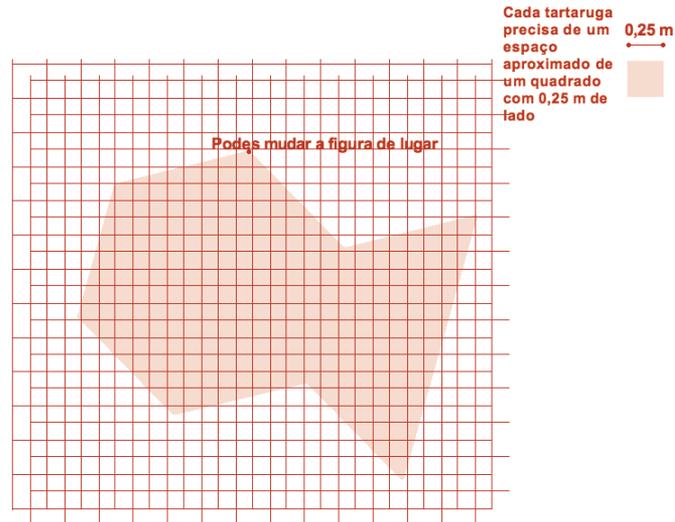


Figura 6

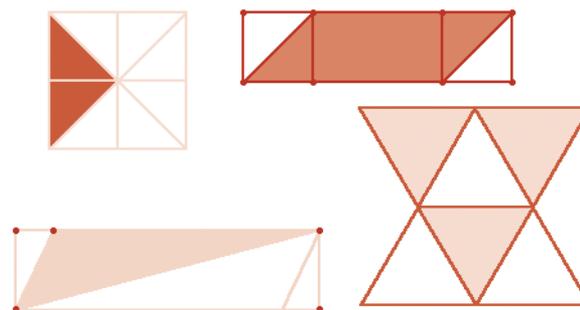
uma boa discussão. O desenho com a refinação da rede é o da figura 6.

Uma discussão para o nome das quadrículas quando têm 1 cm de lado pode ser levantada. Será uma boa discussão dado que as crianças mediram a área com quadrados que têm 1 cm de lado, além de ser interessante ver o que pensam sobre a unidade se chamar «centímetro quadrado». Na discussão final as crianças explicam todos os passos que levaram à solução do problema a que chegaram criando a oportunidade de comparar as áreas dos enquadramentos por excesso, defeito e refinamento.

Como resultado da resolução desta tarefa do cálculo da área do tanque, a questão da compreensão das fórmulas para o cálculo da área do quadrado ou retângulo pode ser abordada pelo professor perguntando aos alunos para explicarem as fórmulas bem como a relação entre centímetro quadrado e  $cm \times cm$ . Mais ainda, pode ser desenvolvido em outras aulas um trabalho em que os alunos fazem uma pesquisa na Internet sobre a história do sistema métrico. Como se formou, como surgiram os comprimentos que deram origem às medidas métricas, tanto as que conhecemos como, e por curiosidade, as que são muito pequenas ou muito grandes e que surgiram de necessidades práticas e científicas. Acabamos com uma tarefa que reúne todos os conceitos e que resume o que se espera dos alunos em relação ao cálculo de áreas utilizando a decomposição e composição de figuras (figura 7).

É de notar que agora a decomposição é posta ao uso de um objetivo: formar o quadrado ou mais geralmente o retângulo, figuras para as quais é simples calcular a área através de dimensões lineares. Não é aconselhável nesta altura que materiais manipuláveis sejam disponibilizados aos alunos pois espera-se

que eles imaginem o retângulo ou o quadrado em que as áreas se compõem, procedendo depois à sua construção e verificação através da régua.



### Cálculo de áreas

*Consegues imaginar uma forma de decompor as áreas pintadas em retângulos ou quadrados? Calcula as áreas dos retângulos ou quadrados que formaste através das medidas dos lados. Usa uma régua para medir comprimentos.*

Figura 7

## Comentário Final

Esperamos ter proporcionado uma ideia concreta sobre a questão de um ensino de área que fundamenta o cálculo das áreas através de medidas lineares. Este é um exemplo também em que o uso do software acelera passos logísticos de sala de aula evitando as demoras que se vislumbram com algumas das tarefas. Com a utilização de régua e compasso as tarefas tornam-se demoradas, provocam dispersão e são difíceis de difundir para todos os alunos da turma na sala de aula. O software poderá permitir que os alunos se concentrem na matemática da situação embora tal esteja ainda aberto a investigação, especialmente quando a implementação engloba ambientes de sala de aula.

Um outro aspeto que merece atenção é a arbitrariedade que a quadrícula do geoplano não metrizado pode causar quando se pretende que a decomposição de áreas tenha significado na aprendizagem da medição de áreas. Contar quadrículas no 1.º Ciclo para calcular áreas e decompor áreas no 5.º ano poderão não garantir que os alunos entendam a relação entre essas duas atividades e o conceito de medição de áreas. Que os alunos têm dificuldades em relacionar comprimentos geométricos com as unidades necessárias para os medir tem sido documentado amplamente, bem como foi já constatada a incompreensão das fórmulas para a medição de áreas a partir de medidas lineares (ver síntese em Owens and Outhred, 2006). É uma questão de investigação se tarefas como as acima propostas resolvem este problema e o que mais pode ser feito para que a compreensão da medição e cálculo de áreas seja conseguida por todos os alunos. Com este artigo esperamos motivar estudos que discutam melhor o tema com dados empíricos para informar futuras decisões curriculares.

Em todo o artigo foi utilizada a forma masculina para referir ambos os géneros. A autora agradece a todos os formandos e formandas e seus alunos e alunas que trabalharam com a autora durante todo aquele ano fazendo comentários pertinentes às propostas da formadora, confrontando a formadora com diver-

sos problemas de situações de ensino e aprendizagem durante as sessões de formação em sala, e em sala de aula, que inspiraram a construção deste artigo.

## Nota

[1] Os puzzles da Figura 1 podem ser impressos; se esta tarefa for desenhada com o GSP, triângulos podem ficar disponíveis na folha de desenho e podem ser reproduzidos com os comandos copiar e colar.

## Referências

- DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Lisboa: Antunes & Amílcar, Lda.
- DEB. (2004). *Organização Curricular e Programas/Ensino Básico — 1.º Ciclo*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- DGEB. (1991). *Programa de Matemática 2.º Ciclo do Ensino Básico: plano de organização do ensino e aprendizagem*. (Vol. II). Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook on research on the psychology of mathematics education* (pp. 83–115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G., & Oliveira, P. A. (2008). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. ME — Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Available: [http://www.portugal.gov.pt/Portal/PT/Governos/Governos\\_Constitucionais/GC17/Ministerios/ME/Comunicacao/Outros\\_Documentos/20080104\\_ME\\_Doc\\_Programa\\_Matematica\\_Basico.htm](http://www.portugal.gov.pt/Portal/PT/Governos/Governos_Constitucionais/GC17/Ministerios/ME/Comunicacao/Outros_Documentos/20080104_ME_Doc_Programa_Matematica_Basico.htm) [2008, 26 de fevereiro].
- Serrazina, L., Canavarro, A., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J., & Gouveia, M. J. (2006). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 2.º Ciclo*. Available: [www.min-edu.pt/np3content/?newsId=307&fileName=programa\\_mat\\_2ciclo.pdf](http://www.min-edu.pt/np3content/?newsId=307&fileName=programa_mat_2ciclo.pdf) [2007, 30 de dezembro].

Eduarda Moura

## ICME-12

De 8 a 15 de Julho realiza-se em COEX, na Coreia do Sul, o 12th *International Congress on Mathematical Education* (ICME-12). O prazo normal de inscrição é até 1 de Junho. <http://www.icme12.org/default.asp>

