



## «E se os alunos seguem caminhos imprevistos?»

### Dilemas e desafios de uma professora

Podemos ler nas páginas 28 e 29 desta revista a descrição de uma aula realizada pela Irene Segurado em que foi proposta uma tarefa de investigação, numa turma do 6º ano. Esta descrição permite-nos refletir sobre algumas preocupações e inquietações vividas pela professora no decorrer desta aula e que decerto terão sido sentidas por muitos professores de forma semelhante quando trabalharam em aula com tarefas que envolveram atividades de investigação, de exploração ou de resolução de problemas.

A ideia de que se aprende Matemática fazendo Matemática reúne hoje o consenso de muitos educadores matemáticos. Parte-se do pressuposto que aprender Matemática não é somente decorar propriedades e repetir procedimentos ensinados pelo professor, mas ser capaz de compreender e construir novo conhecimento, assumindo uma atitude de pesquisa e de questionamento, implicando-se pessoalmente na procura de caminhos e soluções para as situações em estudo (APM, 1988; NCTM, 2007).

Também no atual programa de Matemática se salienta a importância de os alunos aprenderem matemática através das experiências significativas que os professores proporcionam. Os conhecimentos dos alunos e a capacidade para os utilizar na resolução das diferentes situações com que se deparam, a sua confiança e a sua predisposição em relação à matemática são influenciados pelo tipo de ensino que vivenciam na escola. Deste modo, as tarefas que os professores selecionam podem ser determinantes, condicionando em grande parte a Matemática que os alunos experienciam (Ponte, 2005). Entre os vários tipos de tarefas que o professor pode selecionar, as que envolvem investigações matemáticas podem proporcionar, aos alunos, experiências de aprendizagem estimulantes, pois constituem um verdadeiro desafio à capacidade de mobilizar e relacionar informação na interpretação das situações e na escolha do caminho a seguir.

O ambiente de aprendizagem proporcionado pelo professor também é decisivo, pois pode ser um estímulo, para que os alunos se sintam à vontade para colocar as suas questões, fazer conjecturas, explorar as suas ideias, comunicá-las e discutí-las com os colegas e o professor, assumindo um papel mais interventivo na aprendizagem e construção do conhecimento matemático (Bishop e Goffree, 1986).

Em aulas deste tipo, os dilemas sentidos pelos professores na sua condução costumam verificar-se usualmente em dois

momentos distintos: por um lado quando os alunos estão a trabalhar em grupo na exploração da tarefa e por outro lado no momento da discussão em grupo turma.

O papel do professor é decisivo, especialmente no modo como vai ajudando os alunos, tendo um papel menos diretivo, procurando compreender como os trabalhos se vão desenvolvendo, prestando o apoio aos alunos só quando estritamente necessário, deixando-lhes um espaço indispensável para explorarem a situação, para formularem e testarem as suas conjecturas e para justificarem as suas conclusões.

No entanto, para além do tipo de apoio prestado, o professor poderá ter dificuldades na condução destas aulas, devido também, em parte, ao facto de os alunos terem alguma dificuldade em trabalhar em grupo e em realizar atividades de investigação. No caso da turma da Irene apesar dos alunos estarem habituados a trabalhar em grupo e a realizar este tipo de atividades, o que não é vulgar em muitas turmas de Matemática, o apoio do professor continuou a ser indispensável como forma de validação do trabalho que iam desenvolvendo, o que é visível no extrato seguinte da descrição da aula:

Não era a primeira vez que eram confrontados com tarefas de investigação e por isso mesmo tinham entendido o que pretendia. Contudo continuei a ser solicitada constantemente pelos grupos, não com o intuito de tirar dúvidas, mas para me revelarem as suas descobertas...

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) o professor, ao acompanhar o trabalho dos alunos, deve procurar um equilíbrio entre dois pólos: por um lado, dar-lhes a autonomia necessária de modo a não comprometer a sua autoria na investigação e, por outro, garantir que o trabalho dos alunos se vai desenvolvendo de modo significativo do ponto de vista matemático. Este aspeto é bem visível no episódio relatado pela professora quando se refere ao momento em que é chamada por um dos grupos. Muito entusiasmados, os alunos queriam mostrar-lhe a conjectura que tinham feito, partindo do estudo do que acontecia quando se alterava o número de colunas. Tinham escolhido uma direção diferente da que foi prevista pela professora:

Notava-se claramente terem achado mais aliciente investigar o que acontecia quando se modificava a arrumação dos números, do que descobrir as relações existentes entre os números apresentados na figura da ficha.



Era uma quarta-feira igual a muitas outras, mas eu sentia-me ansiosa por ir dar aulas aos meus alunos do 6.º D. Antevia que iria ser um <sucesso>. A tarefa que tinha preparado parecia-me ser bastante aliciante e, pelo que conhecia dos meus alunos, previa que estes iriam sentir o mesmo prazer que eu sentira, na véspera ao explorá-la.

A tarefa, cujo título era *Exploração com números*, consistia no seguinte:

Procura descobrir relações entre os números da figura

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

Como sempre, regista as conclusões que fores obtendo.

Já na aula, dei aos alunos pequenas <dicas> sobre o que poderiam tentar observar (regularidades, como se comportam na figura: múltiplos, divisores, números primos, quadrados perfeitos...) e todos os grupos começaram animadamente a trabalhar. Não era a primeira vez que eram confrontados com tarefas de investigação/exploração e por isso mesmo tinham entendido o que se pretendia. Contudo, continuei a ser solicitada constantemente pelos grupos, não com o intuito de tirar dúvidas, mas para me revelarem as descobertas feitas (em segredo, não fosse o grupo do lado ouvir e estragar-lhes o <brilharete> na hora da discussão!).

Várias descobertas foram surgindo:

Nas diagonais da direita para a esquerda os números crescem de 3 em 3 unidades, da esquerda para a direita de 5 em 5 unidades.

A tabuada dos 2 encontra-se na primeira e terceira coluna.

A tabuada dos 6 encontra-se na primeira e terceira coluna saltando sempre dois números.

Os números primos estão nas colunas ímpares, incrivelmente o 2 está numa coluna par.

[...]

Em dado momento, o grupo do Bruno, Ricardo, Cândido e Pedro chamou-me, mostrando grande entusiasmo. Haviam conjecturado (palavra usada pelos próprios alunos) que se os números se encontrassem arrumados em quatro colunas, na primeira coluna teriam a tabuada dos 4; se estivessem arrumados em 5 colunas

teriam na primeira coluna a tabuada dos 5; se estivessem arrumados em 6 teriam a tabuada dos 6, o que já tinham verificado.

Veja-se:

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
...	...	...	...	...

0	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23
...	...	...	...	...	...

Este mesmo grupo tinha ainda descoberto que:

Nas diagonais da esquerda para a direita os números crescem uma unidade em relação ao número de colunas e nas diagonais da direita para a esquerda decrescem uma unidade.

Notava-se claramente terem achado mais aliciante investigar o que acontecia quando a arrumação dos números se modificava, do que descobrir as relações existentes entre os números apresentados na figura da ficha.

Fiquei um pouco apreensiva quanto ao que fazer. Uma possibilidade era deixá-los continuar mesmo que na hora da discussão não estivessem em sintonia com os colegas. Uma atividade de investigação não é mesmo isso, ir para além do que é previsível? Outra possibilidade era encaminhá-los novamente para a tarefa apresentada. Nesse caso, não seria grande o risco de lhes cortar o prazer que estavam a ter naquele momento?

Durante algum tempo, fui deixando que seguissem o caminho escolhido, embora a validação das suas descobertas me demorasse um pouco mais (não havia pensado neste tipo de exploração em casa), o que perturbava de certo modo o meu acompanhamento ao resto da turma.

A hora da discussão aproximava-se. Eu sabia que a riqueza do trabalho deste grupo não seria entendida pelos colegas se deixasse que a sua divulgação fosse feita ao mesmo tempo que a deles, pois estes estariam demasiado envolvidos pela estrutura da tarefa que lhes havia sido apresentada. Pensei, então, que a melhor maneira de valorizar o trabalho destes alunos era dar-lhes um espaço para comunicarem à turma a sua pequena investigação, o que só seria possível numa próxima aula.

Com alguma pena, dirigi-me então ao grupo, pedindo-lhes que não se esquecessem de pensar também um pouco sobre a figura inicial. Prometi-lhes que iram ter oportunidade de comunicarem aos seus colegas a sua investigação.

No início da aula seguinte dei a palavra ao grupo. Foi o Bruno o escolhido para relatar a investigação feita no dia anterior. Os colegas da turma mostravam-se atentos. Uma mal disfarçada rivalidade impedia-os, no entanto, de se revelarem muito maravilhados com a descoberta. Contudo, pareceu-me, pelo modo como se comportaram na realização da tarefa seguinte e que

lhes foi proposta pelo Bruno – *Que acontece quando alteramos o número de colunas?* – que tinham entendido que investigar era ir para além daquilo que lhes era pedido, era ter a liberdade de explorar outros caminhos não indicados na tarefa.

Terminei a aula com um sentimento misto de realização e de preocupação. De realização porque os alunos tinham avançado no seu conceito de investigação, de preocupação pelo novo desafio que um dia terei de enfrentar: orientar uma turma em que grupos de alunos avançam, independentemente, em direções muito diferentes nas suas investigações.

(In Histórias de Investigações Matemáticas (1998), pp. 73-76)

E o que fazer perante esta situação? Nestas aulas, em que se exploram tarefas de natureza investigativa, a margem de imprevisibilidade é realmente muito grande e o professor tem que ter uma grande flexibilidade para lidar com as situações novas que vão ocorrendo (Idem). Esta imprevisibilidade poderá ter a ver com os caminhos que os alunos vão seguindo, bem como com os tópicos matemáticos e a profundidade com que podem surgir. Apesar de ter explorado previamente a tarefa, essa imprevisibilidade também foi vivida nesta aula:

Fiquei um pouco apreensiva quanto ao que fazer. Uma possibilidade era deixá-los continuar [...] Outra possibilidade era encaminhá-los novamente para a tarefa apresentada. Nesse caso, não seria grande o risco de lhes cortar o prazer que estavam a ter naquele momento? [...] não havia pensado neste tipo de exploração em casa, o que perturbava de certo modo o meu acompanhamento ao resto da turma.

É, sem dúvida, essencial que o professor planifique de uma forma cuidada o trabalho que irá decorrer na aula, ainda que, como neste episódio, os imprevistos possam igualmente ocorrer. O modo de lidar com eles depende em boa medida do professor e da sua segurança face aos conceitos matemáticos em estudo, para a qual pode contribuir um trabalho cuidada de planificação.

Posteriormente, na fase de discussão, é importante que o professor proporcione oportunidades para que os alunos desenvolvam a sua capacidade de comunicar matematicamente e o seu poder de argumentação, refletindo sobre o seu trabalho. Por vezes, é difícil para o professor conseguir um ambiente de partilha de ideias em que os alunos se ouçam uns aos outros e ao professor, pois não estão habituados a comunicar as suas ideias, nem a argumentar. Porém, a investigação destes autores

mostra que, sem discussão final, corre-se o risco de se perder o sentido do trabalho realizado em aulas em que se desenvolvem investigações matemáticas.

No episódio da aula relatado pela Irene ficou também patente a importância atribuída à fase de discussão. O acompanhamento das explorações dos alunos enquanto trabalhavam em grupo foi decisivo para o modo como organizou posteriormente a discussão, valorizando as descobertas de um grupo que tinha aprofundado um pouco mais do que os outros os conhecimentos matemáticos em estudo.

A hora da discussão aproximava-se. Eu sabia que a riqueza do trabalho deste grupo não seria entendida pelos colegas se deixasse que a sua divulgação fosse feita ao mesmo tempo que a deles [...] Pensei então que a melhor maneira de valorizar o trabalho destes alunos era dar-lhes um espaço para comunicarem à turma a sua pequena investigação...

Salientando também a importância das discussões quando se trabalha com este tipo de tarefas, Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) realçam que o papel que hoje se espera do professor está a mudar de *transmissor de conhecimento* e de *árbitro* do que está ou não correto, para *engenheiro* de ambientes de aprendizagem em que os alunos são ativamente envolvidos na resolução de problemas e na construção da sua própria compreensão da matemática. De acordo com este ponto de vista, o professor coloca os alunos perante problemas de vários graus de complexidade, promovendo ambientes em que os alunos os exploram em conjunto e partilham as suas estratégias e soluções com toda a turma. Assume, assim, um papel de moderador da discussão, conducente à sistematização e construção dos conceitos matemáticos envolvidos.

Estes investigadores referem, também, que o professor durante a fase de discussão tem como principal finalidade construir conhecimento a partir do trabalho dos alunos, ao invés de ratificar possíveis processos e resultados. É essencial que o acompanhamento que faz ao trabalho de cada grupo permita identificar estratégias e ideias que sejam significativas e importantes para serem partilhadas e discutidas com o grupo turma e que sejam uma mais-valia para a construção e aprofundamento do conhecimento matemático envolvido na tarefa em causa.

Quando um professor propõe tarefas de investigação, exploração ou de resolução de problemas é natural que viva muitos destes desafios e dilemas que referimos. O trabalho colaborativo pode ser uma grande ajuda para ultrapassar esses desafios, pois pode ser um contexto favorável à experimentação de novas práticas de ensino, possibilitando o confronto de ideias e de experiências. A colaboração entre colegas pode ajudar os professores a ganharem mais confiança na seleção das tarefas que propõem aos seus alunos, na medida em que pode permitir uma melhor perceção dos conhecimentos matemáticos envolvidos, bem como prever diversas estratégias de resolução e possíveis dificuldades sentidas pelos alunos e professores. Posteriormente, a discussão e a reflexão em grupo, sobre o que aconteceu na aula, poderá também contribuir para reorientar o trabalho a seguir, tendo por base a análise das várias situações que foram ocorrendo.

## Referências

- APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Bishop, A. J., & Goffree, F. (1986). Classroom organisation and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309–365). Dordrecht: Reidel.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J.P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.

### João Almiro

Escola Secundária de Tondela  
Grupo de Trabalho de Investigação da APM

### Margarida Abreu

Agrupamento de Escolas de Tondela  
Grupo de trabalho de Investigação da APM

## MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

Com esta tarefa pretende-se que os alunos, em pequenos grupos, encontrem um processo que lhes permita obter o maior/menor número possível, a partir de um qualquer conjunto de cinco números, trabalhando essencialmente duas das capacidades transversais, o raciocínio e a comunicação matemáticos. Esta tarefa, já que introduz intencionalmente a notação algébrica, pode também tirar partido das potencialidades da folha de cálculo.

A tarefa pode ser realizada em 60 minutos, onde 30 são para o trabalho autónomo dos alunos e os restantes para apresentação, discussão e sistematização de ideias.

Numa primeira fase é natural que os alunos recorram a estratégias de tentativa e erro contudo devem compreender que esse processo é moroso e não conduz à generalização. Desta forma, os alunos podem verificar o contributo de cada número para o resultado final, concluindo que para quaisquer números  $a, b, c, d$  e  $e$ , o número do topo da pirâmide é dado pelo valor da expressão  $a + 4b + 6c + 4d + e$ .

Ana Pires, Colégio José Álvaro Vidal

Cátia Rodrigues, Escola Superior de Educação de Viseu

Sónia Almeida, Escola Secundária da Ramada