

O Nónio de Pedro Nunes no 1.º ciclo do Ensino Básico

Paula Catarino, Cecília Costa, Maria Manuel da Silva Nascimento

Introdução

Várias recomendações e estudos internacionais relativos ao ensino da Matemática referem a História da Matemática como estratégia a não descurar no processo de ensino e de aprendizagem [Struik, 1980], [Swetz, 1984], [Dieudonné, 1990], [Fauvel, 1991], [NCTM, 2007], [Peters, 2005]. Hoje em dia já muitos professores seguem estas recomendações, mas continuam a ser escassas as propostas concretas de integração da História da Matemática nas aulas do 1.º ciclo do Ensino Básico.

No sentido de contribuir para colmatar essa lacuna, propõem-se três tarefas interligadas entre si envolvendo a biografia de Pedro Nunes e o Nónio, destinadas aos 3.º e 4.º anos. Encontram-se na literatura algumas tarefas relacionadas com este tema destinadas a alunos do 3.º ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário. Por exemplo, em [Moura *et al.*, 2008] encontramos uma proposta para alunos do Ensino Secundário

e em [Dias e Sousa, 2008] quatro propostas para alunos do 3.º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário.

Com a proposta «O Nónio de Pedro Nunes» entendemos contribuir para o estabelecer de conexões entre a História da Matemática e diferentes tópicos matemáticos, bem como com outras áreas do saber, e ainda, levar os alunos a reconhecer a utilidade dos saberes aprendidos e a evolução da tecnologia.

Começaremos por referir a criação do Nónio por Pedro Nunes, tendo como principal objetivo realçar a importância da sua invenção no contexto histórico da época. Referiremos, também, de um modo sucinto, o funcionamento deste instrumento de medida. De referir que a proposta que apresentamos foi inspirada^[1] num projecto de Ciência Viva — Ocupação Científica nas Férias^[2] que integrou a Escola de Verão de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro em 2009.



Figura 1. Quadrante fabricado por James Kynnuyn, em 1595. É possivelmente o único instrumento que existe dispondo do Nónio de Pedro Nunes [Reis, 1999].^[3]

A gênese do Nónio e a sua importância no século XVI

A expansão marítima portuguesa, iniciada no século XV, foi a consequência natural da preocupação da monarquia em compensar a marginalidade geográfica em relação à Europa:

«(...) o poder parece ter consciência de que a marginalidade de Portugal em relação ao continente europeu e à Península só pode ser compensada pela assunção de uma centralidade em relação às rotas marítimas que ligavam o Mediterrâneo ao mar do Norte, e vice-versa.» [Fonseca, 2001, p. 219]

Por outro lado, a situação geográfica de Portugal, constituiu-se como uma vantagem para a expansão marítima, em particular, porque está:

«Situado num contexto espacial bem definido, a meio caminho entre as grandes rotas do comércio marítimo, beneficiado pelo contacto com as regiões mais desenvolvidas da Europa do tempo (...).» [Fonseca, 2001, pp. 224–225]

Nesta época, as viagens por mar tornaram-se frequentes, passando a navegar-se sem a costa à vista. Este tipo de navegação exigiu o recurso a novas técnicas de marear e à utilização, adaptação e criação de instrumentos náuticos. Estes são utilizados, principalmente, para determinar a posição da embarcação através dos astros. Este tipo de navegação designa-se por navegação astronómica.

«A navegação astronómica teve início ainda no século XV, quando os navegadores portugueses, ao afastarem-se da costa tiveram de recorrer a instrumentos de altura para determinar a posição do navio. Para o efeito, usaram quadrantes e astrolábios náuticos (...).» [Reis, 1999]

É neste contexto que surge a necessidade de aperfeiçoar os instrumentos náuticos existentes à data. Para tão exigentes viagens eram necessários instrumentos tão precisos e rigorosos quanto a técnica e a ciência o permitissem na altura. Sabe-se [Reis, 1999] que, na época não era fácil marcar (com rigor) a escala de um quadrante ou de um astrolábio, o que levou a várias tentativas de aperfeiçoamento das técnicas usadas para esse fim. A maior dificuldade prendia-se com o facto de se tratar de escalas circulares e de à data não se saber dividir (com exatidão) um sector circular em partes iguais.

«Um modo de fugir ao penoso problema de dividir as escalas circulares, era recorrer a instrumentos que, destinados à medida de ângulos, usassem escalas rectilíneas, como acontecia com a balestilha, também foi usada pelos pilotos portugueses, a partir do início de século XVI.» [Reis, 1999]

Pedro Nunes (1502–1577), que tal como é referido em Medeiros *et. al* (2004), é considerado pelos seus historiadores como

« (...) o maior matemático português do século XVI e é tido por muitos como o maior vulto da Ciência portuguesa em todos os tempos. (...) Destacou-se, entretanto, principalmente como matemático, ao desenvolver as suas atividades como professor e como cosmógrafo real.» (p. 559)

também se dedicou a este problema. Para além dos muitos e relevantes contributos que deu para o desenvolvimento da astronomia e cosmografia, Pedro Nunes é o criador de uma pequena escala, designada por Nónio, que quando incorporada noutro instrumento de medição permite obter medições mais precisas. Embora esta invenção seja o trabalho mais conhecido de Pedro Nunes junto da sociedade em geral, é de sublinhar que esta é apenas um pequeno contributo, comparativamente com o valor e importância de outras obras suas.

O Nónio é apresentado em *De Crepusculis*, de Pedro Nunes, publicado em 1542. Esta obra é considerada a mais importante deste matemático português [Martins e Fiolhais].

Segundo A. Estácio dos Reis (1999):

«Na segunda parte desta obra, a proposição número três, reza assim: «Construir um instrumento que seja muito apropriado às observações dos astros, e com o qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas». A ideia que estimulou o nosso cosmógrafo, aliás descrita na sua obra intitulada *De arte atque ratione navigandi*, foi uma passagem do *Almagesto* (pág. 9 da edição de 1515) [de Ptolomeu] (...).»

Diversos matemáticos e cosmógrafos dedicaram-se ao problema de encontrar processos/instrumentos que possibilitassem medições mais rigorosas. Antes de Nunes, Levi ben Gerson (1288–1344) propõe uma escala transversal, ideia retomada mais tarde por Thomas Digges (1546–1593), tanto quanto se sabe de forma independente. Supõe-se que Pedro Nunes não teve conhecimento destes estudos. No seguimento da criação

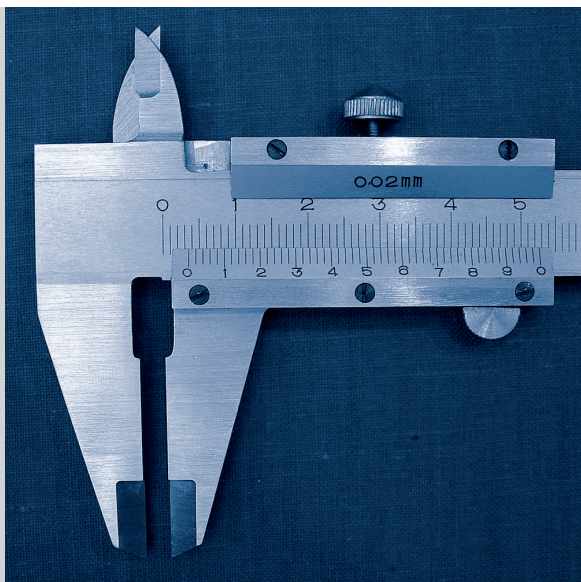


Figura 2. Paquímetro^[4]



Figura 3. Micrómetro^[5]

do Nónio por Pedro Nunes e devido ao facto de este ser de difícil construção, outros matemáticos e cosmógrafos procuraram melhorar esse aspecto. Foi Pierre Vernier (1584–1638) quem conseguiu a solução prática que sucedeu ao Nónio de Pedro Nunes. Razão pela qual o Nónio é também conhecido por Vernier.

Princípio Matemático de funcionamento do Nónio

«(...) Medir é atribuir um valor numérico a um dado atributo de um objeto ou, em níveis mais aprofundados, a uma característica de uma situação.(...)» [Leitão e Cangeiro, 2008].

Um instrumento de medida é um agente mecânico utilizado na execução de qualquer trabalho cujo objetivo é a medição, sendo o Nónio um exemplo. A necessidade de se medir uma dada grandeza vai depender, em geral, de muitos parâmetros, como por exemplo, ter em conta a precisão e exatidão do instrumento utilizado.

Imaginemos que realizávamos a medida de um dado objeto com uma régua graduada em milímetros (ou outra unidade de medida) e o resultado que obtínhamos não correspondia a um número inteiro de divisões de graduação da régua. O que fazer para a determinação da parte fracionária? O uso do Nónio permite-nos responder a esta questão.

O conceito de Nónio é utilizado em instrumentos de medida de dimensões lineares (ou de comprimento) ou angulares como paquímetros (ou craveiras), micrómetros, sextantes, quadrantes,

octantes, astrolábios, entre outros, com os quais se podem atingir precisões absolutas de décimos de milímetro e para os ângulos precisões de minutos ou frações de minutos.

Um «Nónio linear» é constituído por uma régua de pequenas dimensões que desliza sobre uma outra régua de maiores dimensões — a escala principal — também com divisões gravadas (ver figura 4).

Chama-se Nónio à régua mais pequena que tem marcadas m divisões cujo comprimento é equivalente ao de $m - 1$ divisões da escala principal, ou seja, as divisões do Nónio são gravadas de tal maneira que uma divisão do Nónio é igual a uma divisão da escala principal multiplicada por um fator igual a

$$1 - \frac{1}{m} = \frac{m-1}{m}$$

sendo m o número de divisões do Nónio.

Observando a figura 4, verificamos que 10 divisões do Nónio correspondem a 9 divisões da escala principal, ou seja, neste caso, uma divisão do Nónio é igual a uma divisão da escala principal multiplicada pelo fator 0,9.

A justificação do funcionamento do Nónio é a seguinte: se a representar a distância entre dois traços consecutivos da escala principal e b a distância entre dois traços consecutivos do Nónio (ver figura 5), então a relação entre estas duas distâncias é dada por

$$b = a - \left(\frac{a}{m}\right) = \left(\frac{m-1}{m}\right)a.$$

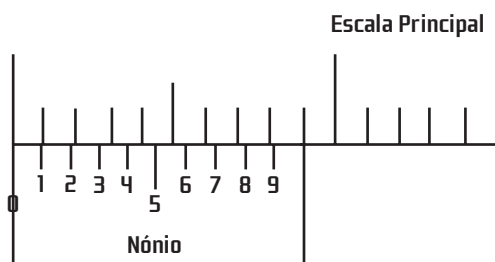


Figura 4. Exemplo de um Nónio e escala (principal)

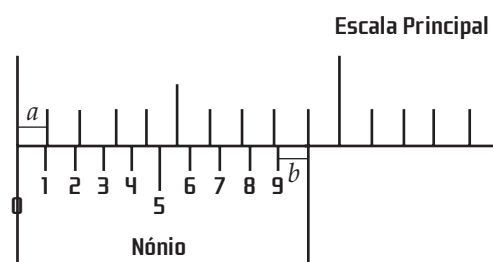


Figura 5. Exemplo de um Nónio e escala (principal)

À grandeza $a - b = a/m$ dá-se o nome de *precisão* (ou *natureza*) do Nónio e representa o valor do erro máximo do Nónio, ou seja, o menor comprimento que se pode medir exatamente com o Nónio adaptado à escala principal.

Quando se mede um comprimento que não coincide, exatamente, com uma divisão do Nónio, o valor da grandeza será igual ao número inteiro de divisões da escala principal, dado pela marca «zero» do Nónio, mais uma fração de divisão, x , a determinar. Imaginemos que o ponto em que uma divisão do Nónio coincide com uma divisão da escala principal ocorre na divisão do Nónio. Então nesse ponto temos que $ca = cb + x$, ou, $x = c(a - b) = c(a/m)$, que é a *precisão* (ou *natureza*) do Nónio.

Concretizemos a explicação anterior com um exemplo de determinação do comprimento de uma barra (ver figura 6) usando uma régua e um Nónio. Consideremos que o valor da menor divisão da escala principal é a , sendo a uma dada unidade de medida. Notemos que entre dois números consecutivos existem $10a$ unidades de medida. Uma extremidade da barra foi colocada na origem da escala principal e a outra é a que aparece na figura 6 assinalada por d .

Qual será o valor do comprimento da barra, ou seja, qual será o valor a atribuir a d ? Verificamos que d está entre $116a$ e $117a$. Como pode ser visto na figura 6, este comprimento deve estar mais próximo de $117a$ pois a extremidade da barra está mais próxima de $117a$ do que de $116a$. Como decidir? Reparemos que o traço da escala principal situado à esquerda do zero do Nónio é $116a$. Basta-nos agora ver onde existe a «melhor coincidência» entre um traço do Nónio e um traço da escala principal. O traço do Nónio que coincide ou fica mais próximo de uma divisão da escala principal indica a parte decimal. Essa coincidência está no traço 8 do Nónio da figura 6. Então a medida vai ser $116a, 8$, porque $d = 116a + 0,8a = 116a + 8(\cdot)$, sendo 10 o número de divisões do Nónio. A título meramente ilustrativo, se $a = 1\text{mm}$, então o valor do comprimento da barra será de $d = 116,8\text{mm} = 11,68\text{cm}$. Assim, em síntese, podemos afirmar que o comprimento de uma peça medida com uma escala com Nónio é igual ao número de divisões inteiras da escala adicionado ao valor obtido na multiplicação da precisão do Nónio pelo número da divisão do Nónio que coincide com alguma das divisões da escala.

Para familiarização com medições com o Nónio, deixamos, a título meramente ilustrativo, um exemplo de uma medição de uma porca de parafuso que pode ser consultada em http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Using_the_caliper_new_en.gif.

Proposta: O Nónio de Pedro Nunes

Esta proposta é destinada a alunos do 3.º e 4.º anos do 1.º ciclo do Ensino Básico e é composta por três tarefas. A primeira pretende dar a conhecer aos alunos um pouco da vida e obra de Pedro Nunes procurando conexões com a Língua Portuguesa e Estudo do Meio; a segunda solicita a construção simples de um modelo linear de um Nónio, fazendo a conexão, dentro da Matemática, com aspetos geométricos, explorando vários tópicos inseridos no tema «Geometria e Medida» e, fora da Matemática, com Educação Artística e Educação Tecnológica; a última, propõe efetuar medições simples usando o Nónio construído pelos

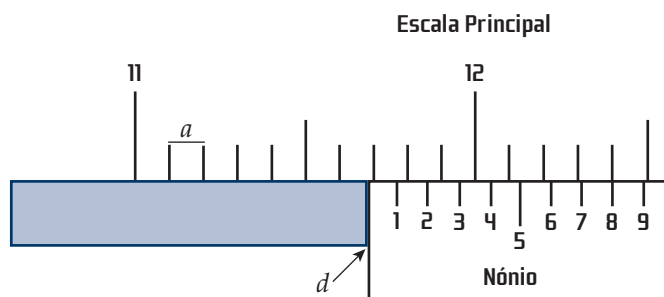


Figura 6. Exemplo de medição do comprimento de uma barra

alunos, podendo com esta tarefa trabalhar-se tópicos dos temas «Números e Operações» e «Geometria e Medida».

Com o desenvolvimento destas tarefas, dependendo da dinâmica da aula planeada pelo professor, pode contribuir-se para a consecução dos seguintes objetivos:

- Gerais:
 - Mobilizar saberes culturais, científicos e tecnológicos;
 - Dar a conhecer Pedro Nunes, matemático português de relevo;
 - Dar a conhecer um instrumento de medição antigo (o Nónio) e mostrar a sua utilidade.
- Específicos:
 - Resolver problemas envolvendo números na sua representação decimal;
 - Localizar e posicionar números racionais não negativos na reta numérica; (...) e construir maquetas simples;
 - Representar retas paralelas e perpendiculares;
 - Realizar medições de grandezas em unidades SI, usando instrumentos adequados às situações;
 - Comparar e ordenar medidas de diversas grandezas;
 - Resolver problemas envolvendo situações temporais.

Antes de passarmos à descrição de cada uma das tarefas, nunca é demais lembrar que também em [NCTM, 2007] é realçada a importância do estudo da *medida* no currículo de matemática, desde o Pré-escolar ao Ensino Secundário,

«(...) não só devido à sua aplicação prática na vida quotidiana, mas também porque permite realçar as conexões existentes no interior da própria matemática, ao proporcionar uma oportunidade para aprender e aplicar outros tópicos matemáticos: operações, conceitos geométricos, e noções de estatística e de funções. (...)» [Leitão e Cangaieiro, 2008].

Passamos de seguida a descrever cada uma das tarefas.

Tarefa 1. À descoberta de Pedro Nunes

Situação: Dar a conhecer aos alunos um pouco da biografia de Pedro Nunes e o seu contributo para o desenvolvimento da navegação, essencial para os Descobrimientos Portugueses e o seu relacionamento com a Matemática.

Material de apoio: Pequenos textos de apoio relacionados com a vida e obra de Pedro Nunes fornecidos pelo professor e (ligação à) Internet^[6].

Desenvolvimento: O professor começa por relatar, em grupo turma, alguns tópicos relevantes acerca da vida e obra de Pedro Nunes. Posteriormente, os alunos são divididos em grupos de 3 e cada grupo, utilizando, os pequenos textos fornecidos pelo professor e efetuando pesquisas na Internet, redige um resumo do estudo levado a cabo. Cada grupo lerá à turma esse resumo, efetuado com a supervisão e apoio do professor. Em simultâneo vão construindo um quadro resumo, com as principais ideias a reter sobre a figura de Pedro Nunes e, eventualmente, afixá-lo na sala de aula a fim de poderem recordar esta figura proeminente de Portugal (figura 7).

Tarefa 2. O meu Nónio

Situação: Construção simples de um modelo linear de um Nónio.

Material de apoio: Folha de cartolina e folhas de papel (grosso) de formato A4, régua, lápis, borracha, cola e tesoura.

Desenvolvimento: Partindo de uma folha de papel de formato A4 (eventualmente colorida) construir um retângulo maior de modo que tenha 20 cm de comprimento. Dividir um dos lados maiores do retângulo considerado (Escala Principal) em 20 partes iguais marcando a escala considerada. Repetir o processo de construção anterior agora para um retângulo menor (Nónio) de modo que tenha comprimento igual a 19 divisões da escala principal. Dividir um dos lados maiores deste retângulo considerado em 20 partes iguais. De seguida, colar os dois retângulos numa folha de cartolina e recortá-los (figura 8).

Tarefa 3. Medindo com o Nónio...

Situação: Familiarizar o aluno com o funcionamento do Nónio. Efetuar medições com um Nónio.

Material de apoio: o modelo de Nónio construído pelos alunos na tarefa anterior, objetos para medir (figura 9).

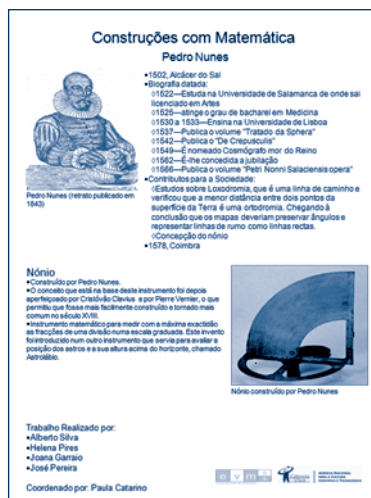


Figura 7. Exemplo de quadro resumo: um poster sobre Pedro Nunes⁽⁷⁾

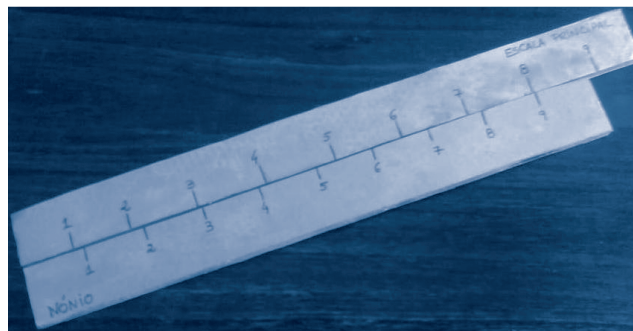


Figura 8. Nónio artesanal

Desenvolvimento: Usando um Nónio, proceder como a seguir se sugere:

- 1) O aluno escolhe um objeto para medir e segue os seguintes passos:
 - a) Colocar o objeto escolhido de modo a que uma das extremidades desse objeto coincida com o zero da escala principal.
 - b) Encostar o Nónio à outra extremidade do objeto.

Observar que uma das seguintes duas situações ocorre:

OU

- (i) O zero do Nónio coincide com um traço da divisão da escala principal;

OU

- (ii) O zero do Nónio está entre dois traços da divisão da escala principal.

No caso de (i), o valor do comprimento do objeto considerado será igual ao número inteiro que coincide com o valor do traço.

No caso de (ii), o valor do comprimento do objeto em análise terá uma parte inteira e uma parte decimal (não nula). O valor da parte inteira coincide com o valor do traço da escala principal situado à esquerda do zero do Nónio e o valor da parte decimal coincide (ou terá um valor aproximado) com o valor do traço do Nónio que se encontra mais próximo da escala principal.

- c) Medir o mesmo objeto com uma régua ou com uma fita métrica.
- 2) Indicar, numa tabela, os valores das medidas do objeto efectuadas com diferentes instrumentos (uma coluna para a medição com o Nónio, outra com a régua, etc.).
- 3) Escolher outros objetos e repetir os passos a), b) e c) para efetuar medições, recolhendo todos os registos na tabela.
- 4) Trocar de objetos com os colegas e repetir o passo 2).
- 5) Em grupo turma, cada grupo divulga os resultados obtidos e tenta responder às questões: Deverão ser iguais os valores obtidos, por cada grupo, para um mesmo objeto? Que conclusões podemos tirar deste tipo de medições? Que relação há entre a medição com o Nónio e com a régua (ou com a fita métrica)?

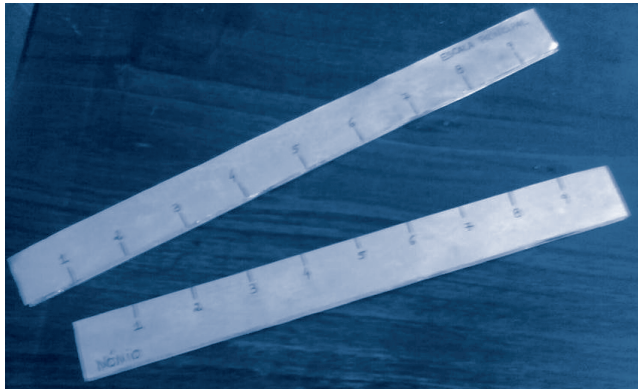


Figura 9. Nónio artesanal

Nota final

A história da expansão portuguesa, dos instrumentos náuticos (ver estudos de A. Estácio dos Reis), do Matemático e Cosmógrafo-mor do Reino, Pedro Nunes, e da sua obra é vastíssima e continua a ser estudada (ver estudos de H. Leitão). Com este artigo, pretendemos apenas contribuir para a divulgação destes temas junto dos mais novos, através dos seus professores. Entendemos que as atividades propostas contribuem ainda para a conexão de diferentes tópicos matemáticos abordados no 1.º ciclo do Ensino Básico, bem como de diversas áreas do saber. Em jeito de conclusão, pensamos também que com a execução destas propostas poder ajudar os nossos alunos a lidar com medidas que podem ser (ou são, na maior parte dos casos) aproximações e a perceber que, tal como é referido em [Leitão e Canguieiro, 2008]

«(...) compreender que todas as medidas são aproximações constitui um conceito difícil, mas importante, para os alunos.(...)».

Notas

- ^[1] Projetado e implementado para/com alunos do ensino secundário.
- ^[2] http://www.cienciaviva.pt/estagios/jovens/ocjf2009/inscricao.asp?acao=showentidadedetail&id_entidade=122
- ^[3] Figura retirada de <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e20c.html>
- ^[4] Figura retirada de <http://img.wikiwix.com/img.php?imgtitle=Messschieber.jpg&width=56x56&lang=pt>
- ^[5] Figura retirada de <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ea/5783metric-micrometer.jpg>
- ^[6] Sugerimos a consulta do site: <http://pedronunes.fc.ul.pt/index.html> com autoria de Bruno Almeida e Henrique Leitão. Este último é, atualmente, o maior especialista português em Pedro Nunes, pelo que a consulta das suas obras é também uma referência para os mais interessados (ver, por exemplo [Leitão, 2003]).
- ^[7] Elaborado na Escola de Verão de Matemática, em 2009, na Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

Referências bibliográficas

- Dias, I. C. e Sousa, H. I., (2008). *A Astronomia de Pedro Nunes na Aula de Matemática*. H. Leitão (Coord. Científico). Lisboa: Edição APM.
- Dieudonné, J., (1990). *A formação da matemática contemporânea*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

- Fauvel, J., (1991). A utilização da História em Educação Matemática, em *História da Matemática Cadernos do GTHEM*. Lisboa: APM (tradução de I. C. Dias, J. Nunes e P. Nunes), 1997.
- Fonseca, L. A., (2001). A primeira expansão, em *Memória de Portugal, o milénio português*, R. Carneiro (Coord. Geral) e A. T. Matos (Coord. Científica). Lisboa: Círculo de Leitores, pp. 214-265.
- Leitão, A. e Canguieiro, L. Utopia? Não necessariamente. *Educação e Matemática*, 97 (2008), pp. 26-28.
- Leitão, H., Para uma biografia de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático, 1502-1542, *Cadernos de Estudos Sefarditas*, 3 (2003), pp. 45-82.
- Martins, D.R. e Fiolhais, C., *As ciências exactas e naturais em Coimbra*, em https://estudogeral.sib.uc.pt/jspui/bitstream/10316/8534/1/MC_Catalogo4.pdf, consultado em 06/04/2011 às 18:27h.
- Medeiros, A., Medeiros, C. de & Junior, F. N. M., Pedro Nunes e o problema histórico da compreensão da medição das frações, *Ciência e Educação*, 10(3) (2004), p. 559-570.
- Moura, A., Sousa, P. & Semana, S., (2008). *Aulas de substituição: Ensinar Matemática Divertindo*. Porto: Edições ASA II, S. A..
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM (trabalho original em inglês, publicado em 2000).
- Peters, J. R., (2005). *A História da Matemática no ensino fundamental — uma análise de livros didáticos e artigos sobre história*. Tese de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Sta Catarina, Brasil.
- Reis, A. Estácio dos, Navios e navegações — Portugal e o Mar, *Revista Oceanos*, número 38 Abril / Junho 1999, Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimientos Portugueses em <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e20a.html> consultado em 06/04/2011 às 18:33h
- Struik, D. J. (1980). Porquê estudar a História da Matemática?, em *História da Matemática Cadernos do GTHEM*, Lisboa: APM (tradução de P. Oliveira), 1997.
- Swetz, F. (1984). Quer dar significado ao que ensina? Tente a História da Matemática, em *História da Matemática Cadernos do GTHEM*, Lisboa: APM (tradução de M. J. Lagarto), 1997.

Referências on-line

- http://www.cienciaviva.pt/estagios/jovens/ocjf2009/inscricao.asp?acao=showentidadedetail&id_entidade=122 consultado em 09/04/2011 às 17:43h.
- http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Using_the_caliper_new_en.gif consultado em 09/04/2011 às 22:30h.
- <http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e20b.html> consultado em 11/04/2011 às 15:22h.
- <http://pedronunes.fc.ul.pt/index.html> consultado em 11/04/2011 às 15:23h.
- <http://img.wikiwix.com/img.php?imgtitle=Messschieber.jpg&width=56x56&lang=pt> consultado em 08/04/2011 às 10h.
- <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ea/5783metric-micrometer.jpg> consultado em 04/04/2011 às 11h.

Paula Catarino, Cecília Costa, Maria Manuel da Silva Nascimento

Departamento de Matemática da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro