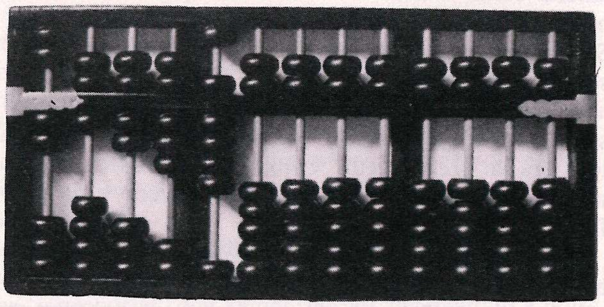
Ábaco

A designação **ábaco** engloba, em princípio, qualquer instrumento de cálculo. Conhecidos desde a Antiguidade, pelos Egípcios, Chineses e Etruscos, consistiam em estacas fixas verticalmente no solo ou numa base de madeira onde se podiam enfiar folhas, conchas, pedras, pedaços de osso ou de metal que representavam números cujo valor dependia da estaca onde eram colocados.

Os ábacos de arame terão tido origem no Oriente, supondo-se que foram os Mongóis os responsáveis pela sua introdução na Europa. Nos ábacos chinês (*suan-pan*, séc. XII) e japonês (*saroban*, séc. XV), os cálculos podem ser efectuados na base dez.

Os arames representam, da direita para a esquerda, as unidades, as dezenas, as centenas, etc. As contas situadas por cima da barra horizontal valem 5 (unidades, dezenas, centenas,...), as de baixo valem 1.

O ábaco russo (*stchióti*) é considerado o instrumento de cálculo mais utilizado na Europa até ao fim do século XIX. Vulgarizou-se, também, em Portugal, registando-se a sua utilização em muitas escolas portuguesas até à década de 30 do nosso século.



Blocos Lógicos

Para favorecer o desenvolvimento do pensamento lógico, Zoltan Dienes criou um material didáctico estruturado inspirado nos blocos de William Hull.

Este material é constituído por diferentes peças que apresentam características fáceis de aprender, o que permite efectuar discriminações válidas, a partir dos três ou quatro anos. As peças diferem relativamente a quatro propriedades: cor, forma, tamanho e espessura. Quanto à cor, há peças vermelhas, azuis e amarelas. No que se refere à forma, há peças circulares, quadradas, triangulares, rectangulares (e, às vezes, também hexagonais). Umas peças são finas, outras grossas. Há dois tamanhos: grande e pequeno.

Para um estudo detalhado deste material pode consultar os livros: *Lógica y juegos lógicos* de Z. Dienes e *Cómo utilizar los Bloques Lógicos* de S. Kothe, ambos da Editorial Teide (Barcelona).

Cuisenaire (barras)

Conhecidas, também, por números coloridos, a sua criação deve-se ao belga George Cuisenaire. A divulgação mundial da obra de Cuisenaire deve-se, no entanto, a Caleb Cattegno.

O material é constituído por um conjunto de barras cujo comprimento varia de 1 a 10 centímetros, sendo a sua secção um quadrado com 1 cm^2 de área. As barras com diferentes comprimentos têm diferentes cores, havendo, portanto, dez cores diferentes: branco, vermelho, verde claro, cor de rosa, amarelo, verde escuro, preto, castanho, azul e cor de laranja.

Manipulando este material, e solicitada a explicitar as suas acções, a criança vai associando a cada cor um comprimento e toma consciência das relações *é maior, é menor, é igual, é o dobro, é metade,...* ao mesmo tempo que inicia a estruturação da adição e subtracção.

Os casos mais simples de multiplicação e divisão, bem como a noção de fracção, podem, também, ser abordados, pela manipulação das barras Cuisenaire.

Para um estudo detalhado da utilização deste material veja-se, por exemplo:

Gattegno, C. (1963). *Introduccion al método Cuisenaire-Cattegno de los numeros en color para la ensenanza de la aritmética*. Madrid: Cuisenaire.

Dado

O **dado** cúbico tão comum nos nossos dias já era usado pelos romanos mas não terá sido o primeiro a surgir nas civilizações ocidentais. Nas escavações arqueológicas de Ur (no sul do actual Iraque) foram encontrados tetraedros (poliedro regular de 4 faces) que se admite terem servido como dados no 3.º milénio a.C.

Na história recente, foi um problema de dados que levou Pascal e Fermat a fundarem a teoria das probabilidades (segunda metade do séc. XVII).

De um modo geral os dados constituem um excelente material para o ensino de diferentes ocorrências combinatórias e para o estudo prático de distribuições de frequências.

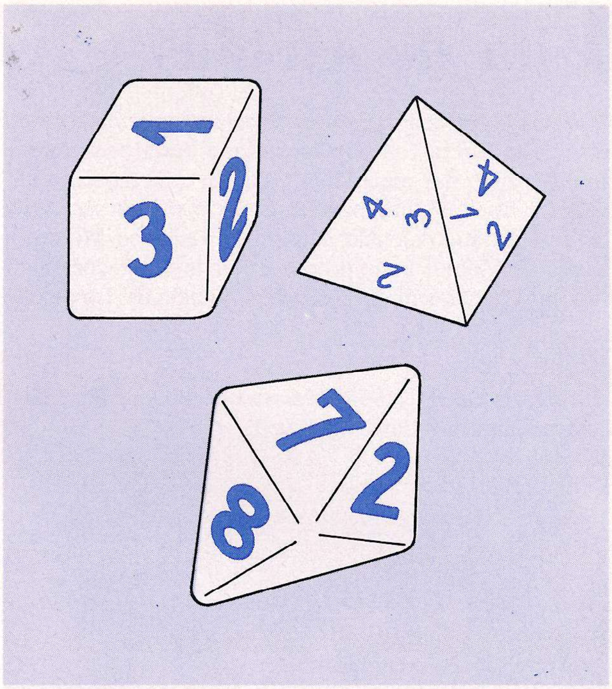
O princípio de numeração do dado cúbico, a «soma sete» dos números inscritos em faces opostas, é a base da resolução de muitos quebra-cabeças que o têm como interveniente.

Bibliografia:

Les jeux de réflexion, n.º 124 de *Science et Vie (hors série)*, Excelsior Publications, Paris 1978

Moscow Puzzles, Boris Kordomsky, Penguin Books, Harmondsworth 1975

Jeux et Stratégie, vários números, Excelsior Publications, Paris.



Espelhos

Os espelhos são conhecidos como objectos cheios de utilidade na vida corrente. E como materiais para o ensino da Matemática? Para que servem?

Quando os ingleses querem falar da transformação geométrica simetria, empregam a palavra **reflection**. Na realidade, as imagens que obtemos dos objectos por meio de um espelho plano «coincidem» com os transformados desses objectos por meio de uma simetria espacial em que o plano de simetria contém o espelho. Se colocarmos o espelho de modo que fique perpendicular a um plano, a intersecção do plano do espelho com esse plano define o eixo de uma simetria axial. Por esta razão, os espelhos são um óptimo material para o estudo intuitivo das simetrias no Ensino Básico. Utilizando um par de espelhos, torna-se ainda mais fácil conjecturar qual é o produto de duas simetrias quando os eixos são concorrentes ou quando são paralelos.

Foi ainda um inglês, Lewis Carroll, que imortalizou um espelho, o espelho que Alice — a mesma do País das Maravilhas — atravessa para o lado de lá, no início de outra série das suas aventuras.

Bibliografia:

Robertson, Jack M.: Geometric Constructions Using Hinged Mirrors. *The Matematics Teacher*. Maio 1986

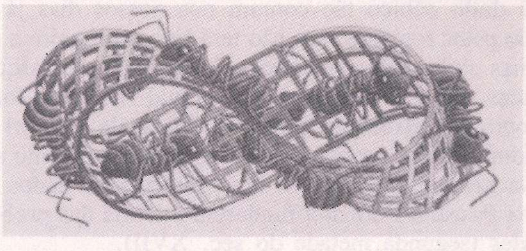
Carroll, Lewis. *Through the looking glass, and What Alice found There*. Macmillan, 1971.

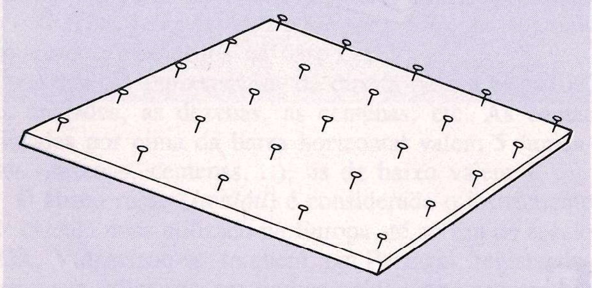
Fita de Möbius

A sua construção surpreende pela simplicidade. Para obter esta forma com um único lado basta pegar numa tira de papel, dar meia volta (180°) a uma das extremidades e unir as duas pontas. Descoberta no séc. XIX pelo matemático alemão Augustus Ferdinand Möbius a banda de Möbius pode proporcionar investigações interessantes para quem quer entrar no mundo da Topologia.

Bibliografia:

Mottershead, L. (1978). *Sources of Mathematical Discovery*. Oxford: Basil Backwell.





Geoplano

O **geoplano** mais divulgado consiste numa base de madeira onde está disposta uma malha quadrangular de pregos. Manipulando elásticos de diversas cores é possível construir nele figuras geométricas, explorar situações que conduzem à definição de conceitos (como os de polígono, ângulo, comprimento, área, etc.) e resolver problemas. Os resultados são registados sobre papel onde se imprimiu previamente um ponteado que representa a malha do geoplano utilizado.

Além do chamado geoplano quadrangular são também vulgares os geoplanos triangular e circular.

A generalização do geoplano ao espaço, o **geoespaço**, é materializada por uma caixa vazia em que algumas faces estão ausentes e as outras possuem perfurações para os dispositivos de fixação dos elásticos.

Bibliografia:

O geoplano na sala de aula, Lurdes Serrazina e José Manuel Matos, APM, Lisboa 1988.

Jogos

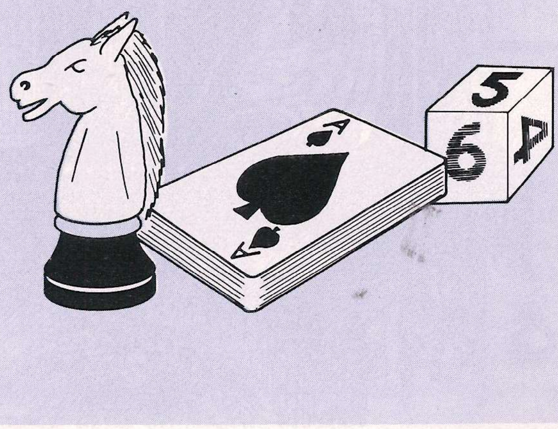
Desde sempre o jogo, formal ou informal, fez parte da vida do Homem. O mais antigo que se conhece foi encontrado na sepultura de um rei babilónico, morto cerca de 2600 anos antes de Cristo. Lá estão o tabuleiro, as peças e os dados. Infelizmente, não incluíram as regras, pelo que não podemos saber como se jogava.

Os jogos, para além da componente competitiva tão de agrado de muita gente, funcionam como modelos de situações reais ou imaginárias. Há-os dos mais variados tipos, desde os de simples azar (totoloto) até aos da mais sofisticada estratégia (xadrez). Muitos deles podem ser estudados do ponto de vista matemático, e outros têm regras que «obrigam» os jogadores a fazer raciocínios do tipo lógico-matemático.

A Matemática tem mesmo um ramo, a Teoria dos Jogos, que estuda situações em que se opõem dois jogadores com objectivos antagónicos e em que o resultado da acção de um deles depende do comportamento do outro.

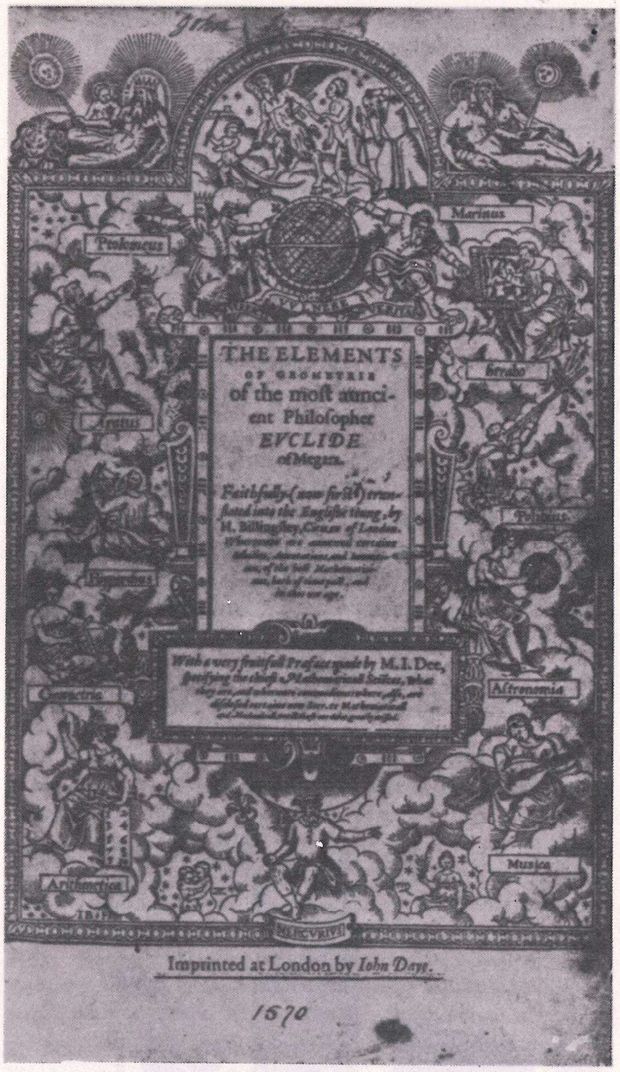
Bibliografia:

Guick, E. *Jogos Lógicos*. Editora Mir, Moscovo, 1989.



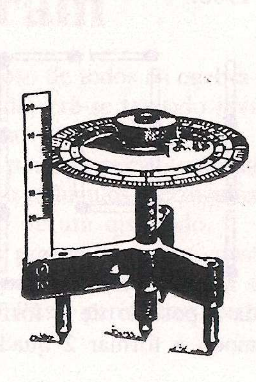
Livro

O livro adoptado (o livro único, num passado não muito distante), o livro de exercícios,... são expressões que fazem parte, desde há muito, do processo de ensino--aprendizagem da Matemática. E, no entanto, estamos muito longe de um consenso sobre o papel dos livros nesse processo. Desde os *Elementos* de Euclides, o best--seller de todos os tempos entre os livros de Matemática, que terá sido tomado durante séculos como um manual escolar quando não era essa a sua vocação, a utilização didáctica do(s) livro(s) de Matemática permanece uma questão em aberto que é preciso discutir. Muitos alunos habituaram-se (foram habituados) a usar apenas as páginas finais dos capítulos, aquelas onde aparecem os exercícios, mas toda a gente reconhece que a leitura e o estudo pessoal são actividades a incentivar...



Modelo

Quando certos elementos e relações entre eles são seleccionados numa dada situação e traduzidos em termos matemáticos temos um *modelo matemático* dessa situação. Os objectos e relações do *modelo* (que desejavelmente representam os originais) podem então ser estudados por processos matemáticos e as conclusões a que se chega dentro do modelo poderão ser úteis para analisar a situação original ou para comunicar uma ideia sobre ela. Um modelo não representa uma situação de uma maneira única; não só a correspondência entre elementos do modelo e da situação não é biunívoca (a supressão de pormenores é quase sempre essencial) como o próprio modelo pode ser melhorado ou mesmo substituído por outro que se revele mais adequado. A construção, a escolha, a crítica e o aperfeiçoamento de modelos são, desde sempre, actividades essenciais quando se aplica a Matemática a algum domínio e, hoje, cada vez mais vozes defendem que essas actividades deveriam ter igualmente um lugar na aprendizagem da Matemática.



Nónio

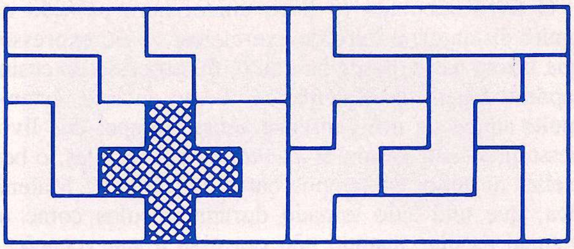
De Noniu, forma latinizada de Nunes. Na verdade, foi no livro De Crepusculis (1512) que Pedro Nunes, procurando explicar uma passagem do Almagesto onde Ptolomeu se refere a um instrumento utilizado em astronomia, descreveu a sua invenção que conhecemos pelo nome de Nónio. O jesuíta Cristovão Clávio e o Matemático francês Vernier (nome pelo qual os franceses conhecem o nónio) aperfeiçoaram a invenção de Pedro Nunes até à forma com que hoje é conhecida. Trata-se, como se sabe, de uma escala circular ou rectilínea que, deslocando-se ao longo de uma outra, principal, permite medir comprimentos de fracções da menor divisão da escala principal. A craveira, o palmer (parafuso micrométrico), o catetómetro (que mede diferenças de nível) e o esferómetro (mede o raio de curvatura de superfícies esféricas) são alguns instrumentos que utilizam o nónio nas suas medições.

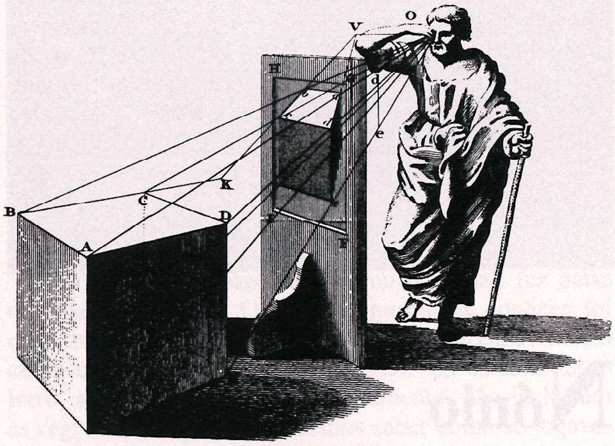
Poliminós

Estas figuras, obtidas a partir da união de quadrados, formam conjuntos particulares de acordo com o número de unidades envolvidas. Assim, existem 1 monominó, 1 dominó, 2 triminós, 5 tetraminós, 12 pentaminós, 35 hexaminós,... Para além do aspecto lúdico, estas formas proporcionam um vasto campo para o desenvolvimento de actividades matemáticas. Problemas sobre áreas, perímetros, pavimentações, transformações geométricas,... são alguns exemplos de situações matemáticas a ser exploradas com o auxílio dos poliminós.

Bibliografia:

Callejo, M. L. e Lebrón, M. T. (1986). *Material Didactico — Geometria*. Madrid: Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas.





Quebra-cabeças

Há-os por todo o lado, utilizam os materiais disponíveis (fósforos, moedas, palavras, números), obrigam a fazer pesquisa, a procurar soluções não óbvias, a pensar. Dão prazer (e, às vezes, desespero) a quem os tenta resolver.

Bibliografia:

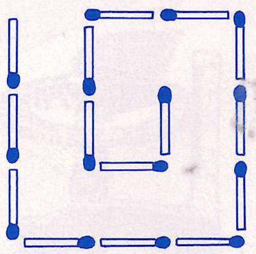
Tovar, P. (1978). *O Livro de Ouro de Quebra-Cabeças*. Rio de Janeiro: Ed. Tecnoprint.

Régua

A geometria dos gregos era baseada em construções geométricas feitas com compasso e régua, e esta não necessitava de ser graduada, pois não tinha por fim medir distâncias. Embora a régua pareça um instrumento insubstituível em certas construções, tal não é verdade: o holandês G. Mhor demonstrou em 1672 que *todas as construções geométricas que podem ser feitas com um compasso e uma régua não graduada também podem ser feitas apenas com um compasso!* O prestígio da régua ficou, por assim dizer, abalado... E os matemáticos interrogaram-se: não seria também a régua capaz de fazer todas as construções? O suíço Jacob Steiner, em 1833, deu a resposta: *todas as construções geométricas que podem ser feitas com um compasso e uma régua não graduada podem ser feitas apenas com uma régua não graduada, se previamente estiver desenhada no plano uma circunferência qualquer!* Isto é, a régua é quase equivalente ao compasso, basta usar primeiro o compasso uma vez... De referir ainda uma geometria extremamente interessante, em que apenas entra a régua: a **geometria projectiva**, cuja origem remonta aos pintores do Renascimento italiano e à sua descoberta da perspectiva.

Bibliografia:

Kostovskii, A. *Geometrical Constructions with Compasses only.* Little Mathematics Library. Mir. Publishers, Moscovo, 1986.



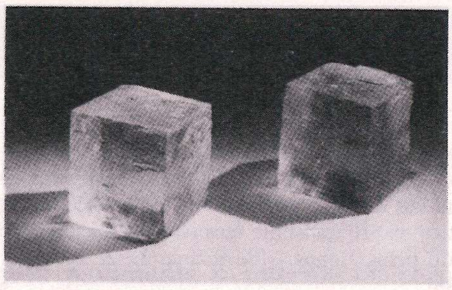
Muda a posição de 3 fósforos de modo a formar 2 quadrados.

Sólidos

Material privilegiado na representação de figuras espaciais. Os modelos tridimensionais desempenham um papel fundamental na interpretação do espaço, dos objectos que nele habitam e das relações entre eles. Cubos e policubos, poliedros, deltaedros, sólidos de revolução,... são exemplos de famílias de sólidos com características particulares. Os mais famosos são sem dúvida os sólidos platónicos: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Bibliografia:

Alsina, C. et al. (1988). *Materiales para construir la Geometria.* Madrid: Editoral Sintesis.



(La) Villete

Nome de uma localidade a leste de Paris e muito próxima desta cidade, onde se ergue um complexo em que coexistem espaços de natureza diversificada dedicados aos diferentes aspectos da *aventura humana*. Existem assim, por exemplo, **Le Zénith**, grande sala de espectáculos de variedades com capacidade para cerca de 6400 pessoas; **La Grande Halle**, espaço polivalente para manifestações diversas — festivais, encontros, exposições, etc. — que pode acolher cerca de 15000; uma grande sala de espectáculos de forma exterior esférica, **La Géode**, que possui um écran hemisférico de 1000 m^2; **La Cité des Sciences et de l'Industrie** onde através de exposições permanentes e temporárias, salas de espectáculos, centros de documentação, debates e ateliers *crianças e adultos, investigadores ou curiosos, estudantes ou professores, industriais ou criadores, podem apreender concretamente o mundo científico e técnico de hoje*. Em Portugal, há poucos anos, a exposição **Horizontes Matemáticos**, proveniente de La Villete, visitou várias localidades e esteve no Profmat de Bragança.

Tangram

É o mais famoso de todos os quebra-cabeças. De origem desconhecida, crê-se ter sido inventado há alguns séculos na China.

É constituído por sete peças (um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos rectângulos) obtidos a partir de uma partição de um quadrado.

Para além do prazer de tentar construir as centenas de figuras possíveis, presta-se a uma série de actividades em torno de áreas, perímetros, semelhanças, homotetias...