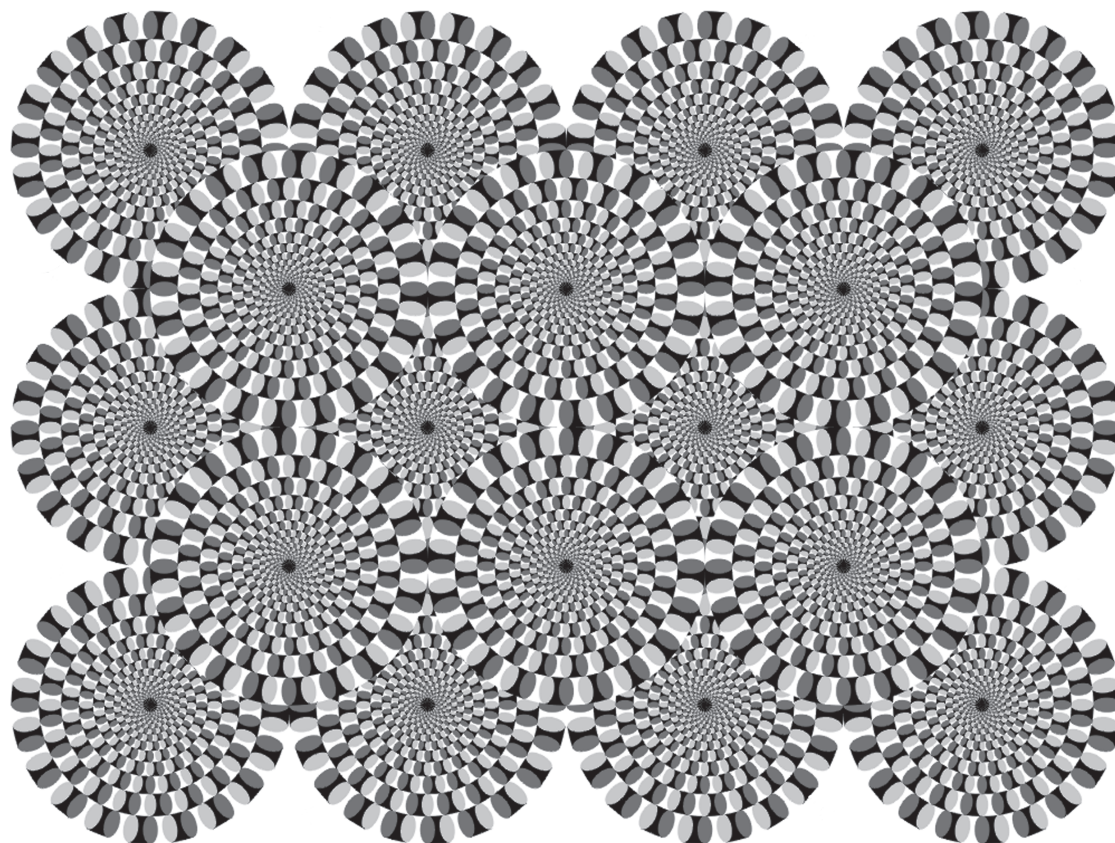


Uma experiência com cálculo mental

Renata Carvalho
Irene Segurado



Ensinar a calcular mentalmente não é fácil, deve iniciar-se logo nos primeiros anos em que as crianças aprendem a trabalhar com números e requer tempo, persistência e estrutura. No atual Programa de Matemática o desenvolvimento de capacidades de cálculo mental é enfatizado ao longo de todo o ensino básico, bem como a sua importância na capacidade dos alunos estimarem e resolverem problemas. Este artigo relata uma experiência de cálculo mental numa turma de 6.º ano de escolaridade.

Importância do cálculo mental

O cálculo mental permite à criança calcular livremente, sem restrições, levando-a a desenvolver novas estratégias de cálculo, a usar números de referência e estratégias que já possui. Esta posição é defendida, por exemplo, por Buys (2001), que refere três características importantes deste cálculo: (i) opera com números e não com dígitos; (ii) usa propriedades elementares das operações e relações numéricas; e (iii) permite o recurso a registos intermédios em papel.

MacIntosh, Reys e Reys (1992), consideram que crianças com um bom cálculo mental têm sentido de número e de operação. Estes autores apresentam um quadro de referência para um sentido básico de número sistematizado em três áreas: (i) no conhecimento e destreza com números, (ii) no conhecimento e destreza com operações e (iii) na aplicação do conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo.

Facilmente se encontram pontos de contacto entre as características do cálculo mental de Buys (2001) e o quadro de referência apresentado por McIntosh *et al.* (1992). De facto, operar com quantidades e não com dígitos implica ter conhecimento e destreza com números. E usar propriedades das operações e relacionar números envolve conhecimento e destreza com as operações em situações de cálculo.

O cálculo mental é um cálculo feito «de cabeça» podendo existir recurso a registos intermédios. Nem sempre o entendimento é esse, mas alguns autores (*e.g.*, Buys, 2001; McIntosh *et al.*, 1992) defendem que o uso de registos intermédios em papel num cálculo mental não compromete as suas características.

Estratégias de cálculo mental e erros dos alunos

As últimas aulas de Matemática tinham sido dedicadas à revisão e aprofundamento de perímetros de figuras planas. Na sequência deste trabalho, a professora da turma, Irene, em conjunto com outra professora de Matemática, Renata preparou um conjunto de tarefas de cálculo mental com números racionais não negativos na representação decimal. Estas tarefas foram criadas pensando nas estratégias de cálculo mental (Caney & Watson, 2003) que os alunos poderiam mobilizar, nomeadamente: (i) usar diferentes representações de um número racional (frações e decimais); (ii) decompor números decimais; (iii) operar primeiro com a parte inteira e depois com a parte decimal ou vice-versa; e (iv) estabelecer relações parte/todo.

O objetivo desta experiência era, por um lado, criar uma oportunidade de aprendizagem enquadrada no tópico matemático que os alunos estavam a trabalhar e, centrada num momento da aula onde a partilha e discussão de estratégias de cálculo mental contribuísse para a produção de novos conhecimentos e, por outro, perceber que estratégias de cálculo mental que usam e que erros cometem quando calculam mentalmente.

De acordo com Monteiro e Pinto (2005, 2007), é vulgar encontrar alunos que cometem erros no trabalho com números decimais. Referem que 1,345 é maior que 1,7 dando como justificação o facto de o primeiro ter «mais números» que o segundo, ou então porque 345 é maior que 7. Ao confundirem 1,6 com 1,06, confundem décimas com centésimas, podendo a leitura incorreta do número estar na origem deste erro, uma vez que não evidencia a sua grandeza.

Dificuldades no entendimento do sistema de numeração decimal levam a que $4 + 2,1$ seja considerado igual a 2,5. Por norma, os alunos aprendem que para adicionar ou subtrair números decimais se «coloca vírgula debaixo de vírgula» e na ausência de vírgula num número inteiro, esta regra não ajuda. Devem, sim, pensar nas quantidades envolvidas em vez de aplicarem uma regra previamente memorizada.

Cálculo mental na aula de Matemática

Logo no início da aula foi proposto aos alunos um desafio de cálculo mental — o «Pensa rápido!». Este desafio consistia na resolução de 10 cálculos com números racionais não negativos na representação decimal, em que primeiro os alunos resolveram cinco adições e subtrações com números decimais ($0,75 + 0,5$; $0,25 + 0,5$; $4,5 - 3,3$; $3,2 + 1,9$ e $7,2 - 0,9$) tendo 15 segundos para escreverem cada um dos resultados numa folha de papel. Seguiu-se um momento de discussão em que o professor questionou os alunos, pediu que explicassem a forma como pensaram e confrontou estratégias usadas na turma.

Só após esta discussão é que os alunos resolverem mais cinco cálculos ($0,18 + 0,2$; $0,4 + 0,6$; $0,65 - 0,5$; $0,03 + 0,7$ e $1,4 - 0,9$) seguindo-se um novo momento de discussão. Esta opção teve como objetivo perceber as estratégias e erros dos alunos e no grupo turma e tentar limar estes erros para que no futuro não voltassem a ser cometidos.

Um pouco de discussão na sala de aula

Quando é pedido à turma o resultado de $0,75 + 0,5$ ouvem-se dois valores: 1,25 e 0,80 e a professora começa a questionar os alunos:

Professora — Daniela como pensaste?

Daniela — Dividi 0,5 por 2 que é 0,25. Depois somei 0,75 com 0,25 que dá 1 e depois juntei 0,25 e dá 1,25.

Professora — Quem tem outra estratégia?

Mafalda — Eu fiz 7 mais 5 que é 12 e vi que ficava 1,25

João Carlos — Fiz doutra maneira. Tirei 0,25 a 0,75 e ficou 0,5. Como 0,5 com 0,5 é 1 ficou 1,25.

(...)

Professora — A quem deu outro resultado?

Davide — A mim! Mas já vi onde me enganei. Juntei as décimas com as centésimas.

(...)

Na discussão surgiram três estratégias diferentes, o que permitiu o seu confronto. Os alunos usam valores de referência nos cálculos que efetuam, nomeadamente $0,25 + 0,75$ ou $0,5 + 0,5$ para obterem a unidade.

Os erros cometidos pelos alunos que indicaram como resposta 0,80 permitiram que estes tomassem consciência de que este erro se deveu a terem assumido as 5 décimas como 5 centésimas, dificuldade recorrente nos alunos e que deve ser trabalhada. Permitiu ainda trabalhar a representação e leitura de um número, por exemplo, nenhum aluno referiu como resultado 0,8 mas sim 0,80.

Professora — E agora $3,2 + 1,9$ quanto deu Beatriz?

Beatriz — 5,1. Tirei 0,1 a 3,2 e juntei ao 1,9 que dá 2 e 3 mais 2 é 5 e fica 5,1.

[O João Carlos diz logo de seguida o seu raciocínio]

Professora — João Carlos tens de falar mais devagar, não consegui seguir o teu raciocínio.

João Carlos — 3 com 1 é 4. Depois o 2 com o 9 que dá 1,1 e fica 5,1.

Diogo — Que complicado!

Professora — Demora mais a explicar que a fazer.

(...)

Por vezes é difícil seguir o raciocínio dos alunos. Por um lado, a linguagem que usam não é geralmente a mais correta, por outro, o raciocínio dos alunos não é aquele que estamos à espera. O professor tem de estar muito atento, pedindo se necessário que este repita o seu raciocínio, limando as incorreções de linguagem.

Professora — Quanto dá $7,2 - 0,9$?

[Ouvem-se dois resultados 6,3 e 6,7]

Professora — Ao Diogo deu 6,7 e ao Rodrigo 6,3. Vamos lá ouvir os colegas. Vamos ouvir com atenção a explicação de cada um para depois dizerem onde é que eles falham, ou não...

Diogo — Então 9 menos 2 é 7 fica 6,7.

Rafael — Eu enganei-me, a mim também me deu 6,7 e acho que esta está mal, porque eu fiz assim, $9 - 2$ é 7 então eu pensei que era 6,7, mas não é, é 6,3, acho eu porque 3 com 9 dá 2.

Professora — Rodrigo, então explica à restante turma como é que fizeste.

Rodrigo — Não podes tirar ao 9 o 2 é ao contrário. Tiras a 12 o 9 e dá 3.

[Tomás interrompendo]

Tomás — A mim deu-me 7,7.

Rodrigo — Como é que pode ser? Se é 7,2 e é de menos como pode dar 7,7?

Professora — Ó Tomás, ouviste bem este argumento?

Tomás — Então eu fiz 9-2.

Professora — Não estás a ser crítico face ao resultado. Então tens um número tiras-lhe um bocadinho e ainda ficas com mais?! Atenção que na adição podemos trocar a ordem das parcelas e o resultado não se altera, mas na subtração não. (...)

A discussão assente neste caso foi muito rica, pois para além de trabalhar a leitura dos números considerando as décimas que existem numa unidade, permitiu falar na propriedade comutativa que os alunos estavam a aplicar erradamente na subtração. O Rodrigo, ao afirmar que é ao 12 que tem de tirar 9, e não ao 2 tirar 9, está a considerar 12 décimas em vez de 2 décimas, utilizando possivelmente o conhecimento que tem do algoritmo da subtração por empréstimo. O aluno mostra ainda ter sentido de operação (na subtração se retirar não pode ficar maior) sendo crítico face ao resultado obtido, e utiliza este conhecimento como argumento para convencer o colega. Durante toda a discussão, os alunos mostraram ter uma postura crítica face aos raciocínios seguidos pelos colegas, contribuindo para a validação das estratégias usadas.

Reflexão das professoras

Irene. Professora que sou, há já muitos anos, sempre tive a preocupação de desenvolver nos meus alunos hábitos de cálculo mental, mas sempre o fiz de uma forma bastante empírica, não objetivando esta aprendizagem. Por isso, foi com bastante agrado que planifiquei esta aula com a Renata, que neste ano letivo se encontra sem turma dedicando-se à investigação de questões relacionadas com o cálculo mental. Percebi desde logo que o trabalho que ia desenvolver com os alunos tinha um objetivo bem definido, afastando-se do «amadorismo» com que habitualmente trabalho o cálculo mental. Esperava que pudesse vir a ser um «bom momento de aula».

A expectativa positiva que desde início coloquei na aula, foi corroborada. Já tinha consciência da importância do desenvolvimento do cálculo mental, mas percebi melhor a importância do seu ensino pensado e programado.

Nos episódios relatados anteriormente há evidências de que os alunos para a mesma operação apresentam estratégias diferentes apropriando-se das potencialidades dessas estratégias, erram trocando décimas com centésimas, mas na discussão tomam consciência desse erro ou utilizam a propriedade comutativa indevidamente na subtração e alunos validam as respostas dos colegas, vão muito além da utilização do cálculo mental como ferramenta essencial na matemática. O que na realidade lhes proporcionei foi mais uma etapa na apropriação do sentido de número.

Renata. O meu interesse pelo cálculo mental tem vindo a crescer desde que o programa de Matemática começou a sua generalização e, dada a ênfase que coloca no desenvolvimento do sentido de número e da capacidade de cálculo mental. Aumenta o meu interesse e com ele a necessidade de aprender mais e, por isso, atualmente tenho-me dedicado a investigar questões relacionadas com o cálculo mental com números racionais.

Esta não foi a minha primeira experiência de cálculo mental pensada e programada para a sala de aula. O ano letivo passado, durante todo o terceiro período e uma vez por semana, proporcionei aos meus alunos momentos de cálculo mental, como este que realizei com a Irene, usando números racionais nas três representações (decimal, fração e percentagem).

Pela experiência positiva que tive, não só ao nível da participação dos alunos e da aprendizagem que lhes proporcionei, mas também ao nível da minha própria aprendizagem, pensei que esta experiência não deveria ficar entre as quatro paredes da sala de aula, mas que deveria ser partilhada e disseminada. A Irene aceitou o desafio, e este será certamente um entre muitos que iremos pensar e realizar em conjunto.

O cálculo mental desenvolve-se diariamente na sala de aula, mas momentos como estes que relatámos, impõem uma dinâmica diferente na aula e ajudam a reforçar e a consolidar aprendizagens, nos alunos, que por vezes julgamos adquiridas. É preciso acreditar nas potencialidades do cálculo mental e fazê-lo renascer nas salas de aula pensando sempre que estamos a preparar os nossos alunos para o quotidiano.

Referências

- Buys, K. (2001). Mental arithmetic. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Utrecht:: Freudenthal Institute (FI), Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO).
- Caney, A., & Watson, J. M. (2003). Mental computation strategies for part-whole numbers. *AARE 2003 Conference papers. International Education Research Conference*. Auckland, New Zealand.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 & 44.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC. <http://sitio.dgic.minedu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-108.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM.

Renata Carvalho

Unidade de Investigação do Instituto de Educação

Irene Segurado

Escola Básica 2, 3 Dr. Rui Grácio