Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios

Ana Paula Canavarro

1. Ensino exploratório da Matemática: que significado?

O ensino exploratório da Matemática[1] não advoga que os alunos descobrem sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes. Muito menos advoga que isso acontece enquanto o professor espera tranquilamente sentado pelos rasgos iluminados e criativos dos seus alunos — não que estes não os tenham quando lhes é dada oportunidade.

O ensino exploratório da Matemática[1] defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva. Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Para que isto aconteça, é crucial o papel e a acção do professor, que começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delineamento da respectiva exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático, orientado pelas indicações programáticas. Em aula, para além de gerir o trabalho dos alunos, o professor precisa de interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam. O ensino exploratório da Matemática é, pois, uma actividade complexa e considerada difícil por muitos professores (Stein *et al.*, 2008).

O presente artigo discute práticas de professores que contribuem para desenvolver o ensino exploratório da Matemática e problematiza alguns dos seus desafios. Estas práticas são ilustradas com as de uma professora numa aula ficcionada, inspirada no acompanhamento de aulas de professores que praticam este tipo de ensino, e recorrendo a uma tarefa que pode ser explorada em todos os ciclos de escolaridade. Apresento as resoluções produzidas pelos alunos de uma turma de 9.º ano de Lina Brunheira[2], professora na Escola Secundária com 3º ciclo da Amora, bem como a versão da tarefa tal como foi por ela colocada aos alunos.

Depois da festa, o João e a Teresa ficaram apenas com um Mon Chéri (um bombom de chocolate com licor e uma cereja). Para decidir quem o vai comer, resolvem tirar à sorte: par ou ímpar. Já estão habituados a fazer isso: cada um esconde uma mão atrás das costas e escolhe mostrar 1, 2, 3, 4 ou 5 dedos; em seguida mostram as mãos ao mesmo tempo e a soma dos dedos das suas mãos determina o vencedor; se for par, ganha quem escolheu par previamente, se for ímpar, ganha quem escolheu ímpar.

1. Através da construção de um esquema, uma tabela, ou do registo que entenderes, mostra as diferentes situações que podem ocorrer;
2. A Teresa escolhe ímpar e o João escolhe par. Achas que algum tem maior probabilidade de ganhar? Fundamenta a tua resposta.

Figura 1. Enunciado da tarefa

2. Apresentar a tarefa e acompanhar o trabalho autónomo dos alunos

A professora chega à aula e começa de imediato pois sabe que a gestão do tempo terá de ser muito controlada se quiser chegar ao fim com os seus objectivos cumpridos. Além disso, os alunos estão ali para trabalhar e há que impor-lhes ritmo e contagiá-los com entusiasmo para evitar que se dispersem. Enquanto eles se sentam, a professora liga o computador e projecta o enunciado da tarefa que lhes vai propor. Distribui pelas mesas o mesmo enunciado que conseguiu fazer caber em meia folha A4 para poupar papel, de modo a que cada grupo de três alunos tenha um enunciado. Hoje pretende que trabalhem em pequenos grupos, pois a tarefa é uma situação problemática e pode beneficiar da discussão e interacção entre eles.

Cinco minutos passados e os alunos preparados, a professora explica que a aula vai ter quatro momentos à semelhança de muitas outras. A seguir à introdução da tarefa, existirá um segundo momento de trabalho em grupo dos alunos com a duração de 25 minutos; seguir-se-á um terceiro momento destinado à discussão das resoluções dos grupos com a duração de 40 minutos; o quarto momento de síntese, com 10 minutos, terá em vista fazer uma conclusão final das principais aprendizagens matemáticas realizadas nesta aula.

A professora pede aos alunos para lerem em silêncio o enunciado (figura 1) do problema e de seguida convida um aluno a reproduzir o jogo do par ou ímpar com ela. Parece-lhe fundamental que todos tenham completamente esclarecido como funciona o jogo para poderem começar a trabalhar e progredir matematicamente na tarefa. Ela e o aluno exemplificam quatro vezes a jogada, com a turma a acompanhar e a dizer, de cada uma das vezes, se se obtém par ou ímpar. A professora pede então um voluntário para redizer por palavras próprias os pedidos das duas questões do problema. Parece-lhe que a maioria dos alunos tem alguma dificuldade em interpretar a primeira questão e, por isso, decide concretizar situações possíveis que os façam reflectir sem fornecer demasiadas indicações que possam reduzir o nível de desafio cognitivo da tarefa (Stein & Smith, 2009). Coloca questões com números criteriosamente escolhidos:

P: *Neste jogo, os números ímpares podem ocorrer muito ou pouco? Por exemplo, o número 13, que é um ímpar, pode ocorrer?*

Espera que com esta questão os alunos realizem que existe um número limitado de possibilidades — e eles concluem que nunca poderá ser obtido um número superior a 10.

A professora quer também que os alunos se apercebam que é diverso o número de vezes que cada número pode ser obtido, pois disso depende conseguirem avançar. Pergunta então:

P: *O número 5 pode ocorrer? Muitas ou poucas vezes? Mais ou menos do que o número 2?*

Os alunos avançam que o número 2 só pode ser obtido quando o João e a Teresa apresentam ambos apenas um dedo, mas o 5 pode ocorrer de mais do que uma maneira: por exemplo, 1 + 4, 2 + 3…

Após esta introdução, a professora preocupa-se em desafiar os alunos, pedindo-lhes para revelarem as suas expectativas sobre o resultado da equidade do jogo. Acha que eles estarão mais mobilizados para o trabalho com este desafio extra que lhes permitirá também comprovar que a Matemática os ajuda a verificar se as suas intuições são ou não certas, valorizando o papel desta ciência. Pergunta:

P: *Acham que este jogo é igualmente justo para a Teresa e para o João? Será que algum dos dois é beneficiado por escolher par ou ímpar? Qual é o vosso palpite? Quem é que acha que é igual? Quem acha que os pares têm vantagem? Quem acha que têm vantagem os ímpares?*

A turma divide-se na reacção: uns apostam no par, outros no ímpar, mas a maioria da turma parece acreditar que o jogo é equitativo. A professora regista rapidamente no canto no quadro o resultado da votação de braço no ar:

Palpite geral da turma: *As situações de pares e ímpares são em igual número*.

Imediatamente a seguir, indica aos alunos que comecem a trabalhar autonomamente nos grupos e que registem, numa folha por grupo, as respectivas resoluções. Os alunos posicionam-se nos grupos movendo o menos possível as cadeiras e iniciam o trabalho, enquanto a professora escreve na parte lateral do quadro os tempos da aula para que ninguém, incluindo ela, deles se esqueçam.

Trabalho de grupo: das 10:30 às 10:55
Discussão: das 10:55 às 11: 35
Síntese: das 11:35 às 11:45.

A professora começa então a circular pelos grupos sem se aproximar demasiado, apenas para espreitar o que fazem sem os interromper. Um grupo chama-a e quer indicações precisas sobre «o que é para fazer», mas ela resiste a explicitar algum procedimento, preferindo questioná-los com a expectativa de os fazer pensar. Afasta-se logo que entende que o grupo enveredou por um caminho e vai recolhendo indicações sobre as resoluções que vê surgir. Outro grupo, o mais despachado, chama-a para lhe perguntar «se está certo». A professora sorri e devolve a questão aos alunos, sem lhes chegar a confirmar a correcção do seu raciocínio. Afasta-se e vai ter com um outro grupo que parece um pouco alheado do trabalho. Estes alunos replicam que já concluíram a tarefa mas a professora interroga-os de modo a lhes fazer sentir que a sua abordagem foi superficial e que a devem aprofundar. Noutro grupo que lhe parece bloqueado sugere que registem no caderno as possíveis situações de se obter cada um dos números, pois os alunos tentam resolver tudo sem recorrer ao registo escrito e, em consequência, não controlam completamente as situações que já consideraram.

Às 10:45, a professora avisa os alunos de que faltam dez minutos e de que devem preparar-se para produzir a folha de resposta do respectivo grupo. Os alunos reclamam, como sempre, que ainda não acabaram, a professora apressa-os e incentiva-os a terminar. Passa uma última vez por cada grupo para completar a sua recolha de informações. Tem sete grupos e sete resoluções diferentes. O que fazer? Que resoluções convém levar à discussão colectiva? Quais delas podem contribuir para esclarecer os aspectos matematicamente significativos do problema? E qual a melhor ordem para as sequenciar?

Enquanto reflecte e toma estas decisões, fotografa com o seu telemóvel as respostas que os grupos entretanto vão finalizando. Quando a discussão começar, não será necessário gastar tempo a passar para o quadro as apresentações de cada grupo — basta ligar o cabo entre o telemóvel e o computador e todos terão acesso rápido a todas as resoluções completas. Adoptou este método desde que na sua escola recolheram os «antigos» retroprojectores, quando a equiparam com quadros interactivos, computadores e projectores de vídeo em quase todas as salas.

3. Orquestrar produtivamente as discussões matemáticas

A professora sente a gestão das discussões colectivas como um grande desafio. Apesar de já a realizar há algum tempo, continua a considerá-la como uma prática difícil de concretizar mas muito compensatória em termos da dinâmica colectiva que proporciona na turma e das próprias aprendizagens matemáticas que permite aos alunos. Por isso tem vindo a investir continuadamente em melhorar a sua preparação para este tipo de aula, seguindo de perto cinco práticas que visam proporcionar ao professor melhores condições para orquestrar produtivamente discussões matemáticas (Stein *et al.*, 2008). Estas práticas podem resumir-se por: 1. Antecipar; 2. Monitorizar; 3. Seleccionar; 4. Sequenciar; e 5. Estabelecer conexões.

3.1. Antecipar

Esta prática realiza-se durante o trabalho de planificação, sendo uma das suas componentes mais importantes. A antecipação corresponde essencialmente a uma previsão por parte do professor de como os seus alunos irão abordar as tarefas que lhes coloca com vista a relacionar aquilo que eles poderão fazer com o propósito matemático da aula. Ao antecipar, o professor dedica-se a: Prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; Elencar uma diversidade de estratégias, correctas e incorrectas, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação; Relacionar essas estratégias com os conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam.

Para tal, o professor tem necessariamente de conhecer muito bem a tarefa que vai propor na aula. É importante que a resolva efectivamente pelo maior número de formas que conseguir, variando as estratégias e representações usadas. Só experimentando a matemática implícita numa tarefa se consegue imaginar algumas das dificuldades que esta pode colocar aos outros. Para além disso, o trabalho pessoal de exploração matemática da tarefa permite ao professor adquirir a confiança necessária para a sua boa exploração com os alunos e preparar eventuais respostas a dar-lhes — e muitas vezes, tarefas mesmo que aparentemente simples, colocam ao professor dúvidas quando os alunos lhe respondem de formas inesperadas.

Ao antecipar, o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática.

No caso presente, a professora antecipou as duas prováveis estratégias que os alunos poderiam seguir: (1) identificar os resultados possíveis (entre 2 e 10) e o número de vezes que cada um é obtido com vista a contabilizar o número total de casos possíveis e quantos correspondem a pares e a ímpares; (2) determinar o número de casos possíveis, 25, e identificar e contabilizar os que são pares e os que são ímpares. A professora pensou ainda que, em qualquer destas estratégias, os alunos poderiam usar diversas representações mais ou menos eficazes, como esquemas de árvore, tabelas, tabelas de dupla entrada (já usada uma vez em situação anterior). Previu também que em qualquer destas estratégias, os alunos poderiam chegar à conclusão apenas comparando o número de situações pares e ímpares (mais expectável), ou determinando as percentagens de situações pares e ímpares, ou a parte de situações pares e de ímpares relativamente ao total de situações, ou mesmo a razão entre as situações pares e ímpares (menos provável).

A professora antecipou ainda as principais dificuldades que os alunos poderiam experimentar com a tarefa colocada: não conseguir identificar o que é uma situação possível, não distinguindo, por exemplo, os resultados do número de resultados; não contar todas as situações possíveis sem garantia de falhar nem repetir nenhuma; não distinguir entre, por exemplo, 1 + 5 e 5 + 1 — que tende a ser considerada como a mesma situação; não adoptar uma representação matemática eficaz para identificar de forma inequívoca as diversas situações.

A professora antecipou também em como relacionar as estratégias matemáticas dos alunos com o seu propósito matemático: formalizar o cálculo da probabilidade de um acontecimento aleatório pela regra de Laplace. Esperava que nas resoluções dos alunos surgissem aspectos fulcrais: a importância de contar os casos possíveis, a importância de contar os casos favoráveis, a relação entre casos possíveis e favoráveis.

3.2. Monitorizar

Esta prática realiza-se já em sala de aula e é muito apoiada pelo trabalho realizado pelo professor na antecipação. A monitorização corresponde à apropriação por parte do professor das estratégias e resoluções que os alunos realizam durante o trabalho autónomo com o objectivo de avaliar o seu potencial para a aprendizagem matemática a promover na turma. Ao monitorizar, para além de verificar se os alunos estão a trabalhar na tarefa, o professor dedica-se a: observar e ouvir os alunos ou grupos; avaliar a validade matemática das suas ideias e resoluções; interpretar e dar sentido ao seu pensamento matemático, mesmo que lhe pareça estranho e/ou não o tenha antecipado; ajudar os alunos em dificuldade a concretizar resoluções que tenham potencial matemático relevante para o propósito matemático da aula.

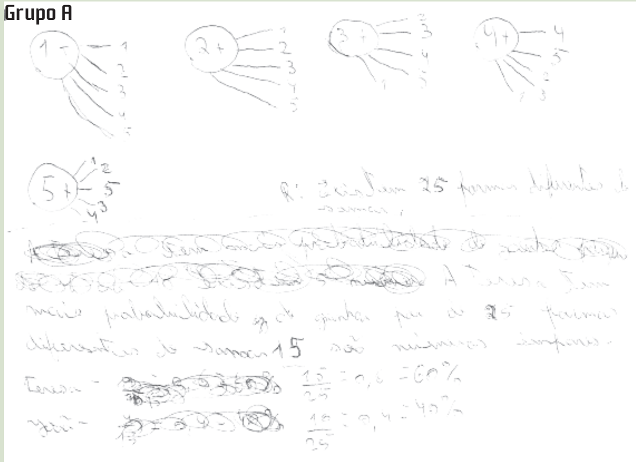
Para tal, o professor deve ter sempre presente que ao circular pelos alunos ou grupos, mais do que lhes dar respostas, é importante recolher informação de como estão a trabalhar e que ideias matemáticas estão a explorar, da sua diversidade e validade

	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E	Grupo F	Grupo G
Identificar os resultados possíveis (2 a 10) e o n.º de vezes que cada um surge		5 pares e 4 ímpares errado					
Determinar n.º de casos possíveis (25) e contar os pares/ímpares	Errado		Errado 15 casos	25 mas 4+6	25 mas pares?	✓	✓
Outra estratégia ?			repetidos				
Representação eficaz	✓		TDE repet.		TDE ×	TDE 1+3 P	tabela +
Representação não eficaz		pares +		pares +			
Identificação de casos possíveis (25)	25 ✓	×	×				✓
Identificação de casos favoráveis (13 par, 12 ímpar)							✓
Resposta por comparação de números de casos				13 P 12 I		13 P 12 I	
Resposta por percentagem ou outro cálculo	60% ?		P( ) = 6/5 = 0,4				13/25
Erro a explorar?	copiado de C?	resultados ≠ n.º de resultados	4+5 ≠ 5+4		2 formas de obter pares e 2 de obter ímpares		
Quadro?	× 5 ?	✓ 1	✓ 2	×	×	✓ 4	✓ 3

representação em árvore como ilustração?

Figura 2. Tabela de registo da professora

Grupo A



Grupo B

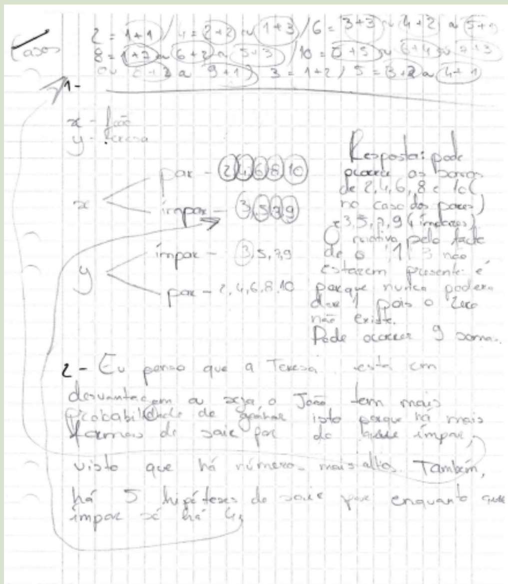


Figura 3. Resoluções da tarefa por alunos de 9.º ano

matemática. O professor poderá ter vantagem em tomar umas notas breves sobre as produções matemáticas que vai observando nos alunos, nomeadamente sobre erros ou ideias erróneas que identifica e que importa discutir no colectivo, ou outros aspectos que considere de interesse. Este registo escrito pode ser feito numa folha previamente preparada para o efeito, na qual constam aspectos-chave da exploração da tarefa com vista ao propósito matemático da aula, identificados pelo professor na antecipação. Naturalmente que a recolha destas informações terá de ser feita em pouco tempo e de forma bastante sucinta.

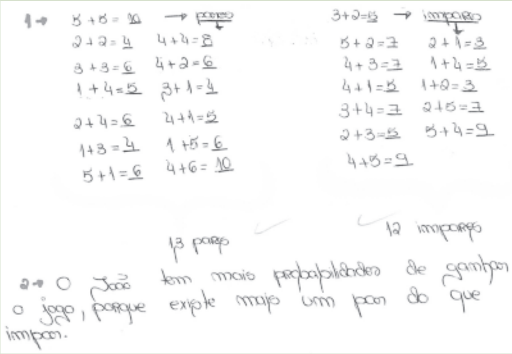
Ao monitorizar, o professor consegue aperceber-se da realidade das ideias matemáticas surgidas na turma e decidir mais fundamentadamente em que aspectos se deve focar e o que precisa de aprofundar na discussão com toda a turma.

No caso presente, a professora preparou uma folha de registo aproveitando as ideias que lhe surgiram na fase de antecipação (figura 2). Nem sempre faz isto mas neste caso pareceu-lhe que lhe facilitaria bastante o seu trabalho de monitorização. Como os alunos ainda só realizaram uma tarefa deste tipo, prevê que possam apresentar algumas dificuldades e que surjam os erros típicos na resolução destes problemas. Além disso, espera que alunos usem uma diversidade de estratégias e de representações matemáticas para abordar o problema. Relativamente às estratégias, interessa-lhe evidenciar as que são produtivas e conduzem a resultados correctos e válidos e, em especial, as respostas que se aproximam do cálculo da probabilidade pela lei de Laplace. Relativamente às representações, importa-lhe comparar a sua eficácia para a identificação dos casos possíveis e favoráveis de forma inequívoca. São estes critérios matematicamente orientados que inspiraram a tabela de registo da professora.

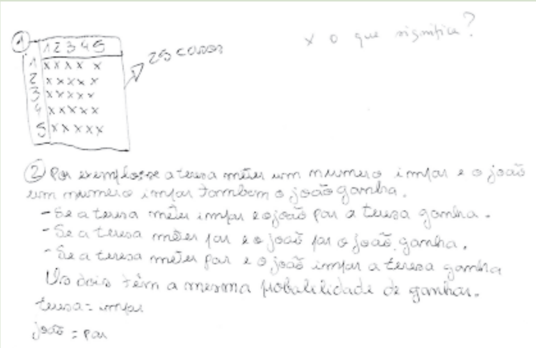
3.3. Seleccionar

Esta prática, bem como a seguinte, realiza-se também em sala de aula, nos minutos finais do trabalho autónomo dos alunos, e é muito facilitada pelo trabalho realizado pelo professor durante a monitorização. Seleccionar corresponde a identificar os alunos ou grupos cujas resoluções são importantes para partilhar, com toda a turma, na fase de discussão de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao propósito matemático da aula — e estas não são necessariamente dos alunos que se oferecem para ir ao quadro. A selecção criteriosa pelo professor proporciona que sejam as ideias matemáticas

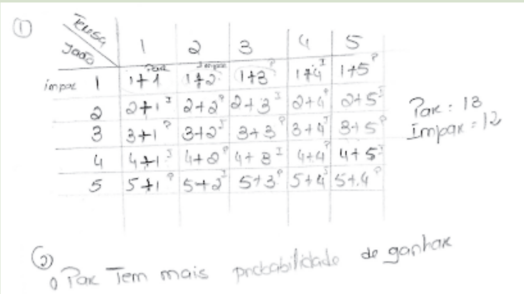
Grupo D



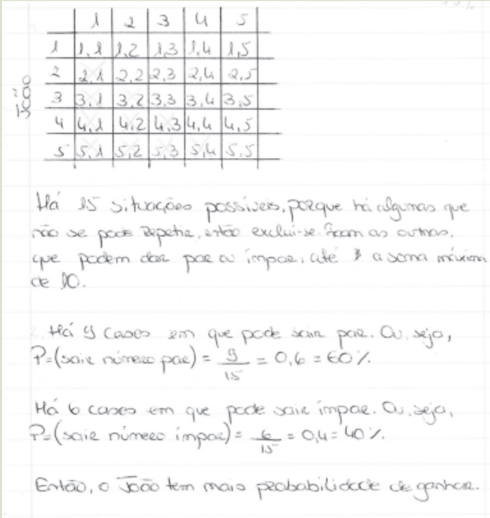
Grupo E



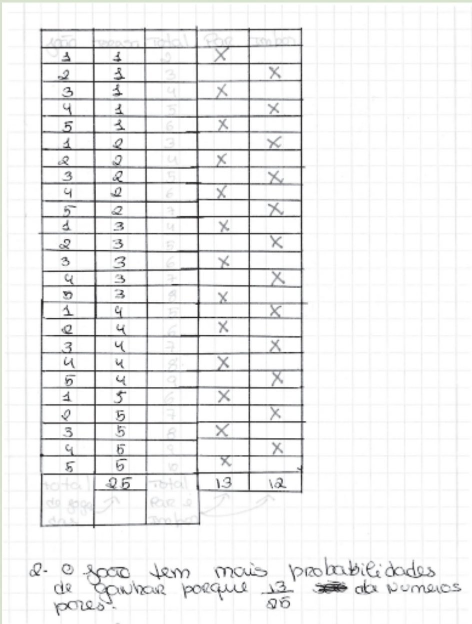
Grupo F



Grupo C



Grupo G



importantes as discutidas pela turma, evitando que o desenvolvimento da discussão fique à mercê das estratégias que apresentam os voluntários.

Ao seleccionar, o professor pode adoptar diversos critérios como, por exemplo, escolher: uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas, sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes.

No caso presente, a professora optou por seleccionar as resoluções dos grupos B, C, F e G. Só o grupo B adoptou a estratégia de identificar os resultados possíveis e o n.º de vezes que cada um surge — por isso será ouvido. Além disso, a resolução deste grupo revela erros importantes que dão oportunidade de esclarecimento a toda a turma — tal como a resolução do grupo C, constituído por alunos que andam adiantados «na explicação» mas nem por isso acertaram. As resoluções dos grupos F e G darão a oportunidade de esclarecer dúvidas que subsistam, pois são claras. A professora não tinha antecipado a representação em tabela adoptada pelo grupo G mas agora parece-lhe que ela será útil para ajudar os alunos que não entenderam os casos a + b e b + a como casos distintos. A professora pensa excluir as resoluções dos grupos A e E, uma demasiado confusa e outra demasiado incipiente para se tornarem produtivas as suas apresentações à turma, e também a do grupo D, que apresenta apenas um pequeno erro ocasionado pela má escolha/concretização da representação.

3.4. Sequenciar

Esta prática dá-se quase em simultâneo com a anterior, e é muito orientada pelo percurso de exploração das ideias matemáticas que o professor entende ser mais adequado para os seus alunos tendo em vista atingir o propósito matemático da aula. Ao tomar decisões ponderadas acerca da ordem pela qual se dá a apresentação e partilha dos trabalhos dos alunos, o professor pode maximizar as hipóteses de a discussão e síntese serem matematicamente bem sucedidas. Por exemplo, no caso do propósito matemático da aula ser que os alunos adquiram um novo conceito matemático, o professor terá interesse em fazer surgir primeiro resoluções em que o conceito seja informalmente ilustrado e só depois resoluções que se aproximem da sua generalização e, se for caso disso, da sua formalização.

Ao sequenciar, o professor pode optar por critérios diversos. Será sempre vantajoso começar com uma resolução que ajude a tornar a discussão mais acessível a todos os alunos por permitir esclarecer aspectos essenciais e basilares em que se suportem as ideias mais sofisticadas, independentemente dessa resolução ser correcta ou incorrecta. A exploração matemática de um erro é muitas vezes muito esclarecedora e enriquecedora, quer para os alunos que erraram, quer para os que resolveram bem. Um outro critério adequado para a sequenciação das apresentações é o caminhar do mais informal para o mais formal no que diz respeito às representações matemáticas utilizadas. Um outro critério, por vezes associado ao referido anteriormente, é o caminhar progressivamente para as resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar procedimentos.

No presente caso, a professora decidiu a seguinte sequência: B, C, G e F. Espera que começar pela resposta do grupo B despolete o aparecimento de vozes discordantes e permita esclarecer a diferença entre os resultados possíveis e o n.º de vezes que cada um pode surgir. Parece-lhe também que permitirá concluir da não eficácia da representação escolhida e da sua falibidade por falta de sistematicidade. A seguir será útil colocar à discussão a tabela de dupla entrada do grupo C, que terá o mérito de ser mais eficaz a mostrar todos os casos possíveis mas contém um erro. Seguir-se-á a exploração da resolução do grupo G, que lhe parece ser agora a representação que permite de forma mais inequívoca distinguir entre os casos a + b e b + a. Este grupo denota muita clareza e por isso a professora pensa que a sua resolução permitirá o esclarecimento de todas as dúvidas, incluindo a exploração do cálculo da probabilidade. No entanto, a resolução do grupo F poderá ainda ser discutida por ter uma representação mais económica do que a tabela do grupo G.

A professora tem consciente que a sua sequenciação poderia eventualmente ter sido outra mas esta parece ajustar-se bem ao objectivo da aula e, de qualquer modo, pode sempre alterar-se em função do decurso da discussão, pois a professora conhece bem os pontos fortes e fracos das diversas resoluções.

3.5. Estabelecer conexões

Esta prática dá-se imediatamente a seguir à discussão das diferentes resoluções e, muitas vezes, pode ainda começar durante a mesma. É importante sublinhar que o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento colectivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos. Para tal, o professor convida os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificar o que têm de semelhante ou de distinto, quais são as potencialidades e mais valias de cada uma delas, esperando que desta meta-análise retirem heurísticas para abordar tarefas futuras.

O propósito matemático da aula vai balizar o tipo de conexões que importa estabelecer na fase final de sistematização da aula. Numa aula cujo principal propósito é o de desenvolver a capacidade de resolução de problemas dos alunos, é importante que as estratégias diversas de resolução apresentadas sejam confrontadas (eventualmente tentativa e erro, resolução de caso mais simples, elaboração de esquema, construção de tabela ou gráfico, …), se eleja(m) a(s) mais poderosa(s), se reconheçam em que tipo de problemas poderão vir a ser utilizadas. Numa aula cujo principal propósito é o desenvolvimento da capacidade de raciocínio matemático dos alunos, é importante que se sintetize o processo realizado desde a criação e/ou análise de evidência que inspira a produção de conjecturas, a apreciação do grau de generalidade dessas conjecturas, o teste e a refutação ou confirmação das conjecturas, a sua justificação matemática e eventual demonstração.

No presente caso, o propósito principal da aula é que os alunos aprendam a lidar com problemas do domínio das probabilidades e aprendam a calcular a probabilidade de um acontecimento aleatório pela lei de Laplace. Trata-se assim de institucionalizar um novo procedimento. Na síntese a professora prevê, em colaboração com os alunos, sistematizar a estratégia mais geral que adoptaram: contar o número de casos possíveis, contar o número de casos favoráveis, e determinar como os dois se relacionam, ou seja, que parte o número de casos favoráveis representa do número de casos possíveis. Pretende também relacionar este resultado com as noções de frequência relativa de um acontecimento e da percentagem da sua ocorrência. Prevê também pedir-lhes para identificarem quais as representações mais eficazes usadas para a obtenção dos números de casos possíveis e favoráveis. Caso não tenha aparecido antes, a professora apresentará a tabela de dupla entrada preenchida de uma maneira distinta das apresentadas pelos alunos, que lhe parece mais eficaz (figura 4), e por isso quer que a conheçam, pois pode servir de ferramenta em situações futuras.

Se o tempo permitir, a professora lançará aos alunos uma extensão da tarefa: o desafio de dar resposta ao mesmo problema mas considerando agora que os jogadores podem escolher mostrar zero dedos. Pensa que esta nova situação é uma boa oportunidade para que ela e os alunos avaliem a compreensão das aprendizagens supostamente realizadas nessa aula.

Caso o tempo não permita, a professora terminará a aula introduzindo rapidamente a notação nova e referir-se-á a Laplace e à sua Lei, a registar por escrito nos cadernos dos alunos.

4. Desafios para o professor

O ensino exploratório da Matemática e, em especial, a orquestração das discussões matemáticas na aula, constituem um desafio-chave que o professor enfrenta, qualquer que seja o seu ciclo de escolaridade. Para desenvolver um ensino desta natureza, é fundamental que esteja disponível para contrariar um conjunto de tendências que surgem frequentemente associadas ao ensino da Matemática. Em particular, é importante que o professor esteja preparado para:

- Escolher criteriosamente tarefas matemáticas valiosas com potencial para proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos — estes continuam a ter o seu papel mas não esgotam a Matemática que os alunos precisam actualmente de aprender e a que têm direito;

- Aprofundar a exploração matemática das tarefas durante a planificação, não só com a previsão de extensões matemáticas interessantes a realizar pelos grupos mais rápidos, por exemplo, mas incluindo a antecipação das resoluções esperadas pelos alunos e a previsão de possíveis caminhos para atingir o propósito matemático da aula em articulação com os raciocínios que surgirem — e não por uma trajectória delineada à partida e independente das produções matemáticas dos alunos;
- Gerir sem desperdícios todos os minutos para que na mesma aula se complete o trabalho em torno de uma tarefa, evitando ao máximo adiar para a aula seguinte a discussão e/ou a síntese dos conhecimentos produzidos pelos alunos em resposta à tarefa — o que teria como consequência a perda de envolvimento dos alunos e o seu distanciamento das produções matemáticas realizadas, dificilmente recuperáveis na íntegra passado algum tempo, pelo menos não sem grande investimento de esforço e tempo extra;
- Controlar as questões e comentários que se oferecem aos alunos durante a apresentação da tarefa e durante o trabalho autónomo de modo a não lhes indicar «a» estratégia a seguir — isto reduziria o desafio intelectual e uniformizaria as resoluções, diminuindo o potencial da discussão matemática;
- Resistir a validar as resoluções dos alunos durante o respectivo trabalho autónomo de modo a não reduzir o seu interesse genuíno por participar na discussão — quem quer explicar e ouvir os outros e apreciar o seu trabalho se o professor já disse o que está certo e errado?
- Evitar estender o tempo de trabalho autónomo dos alunos mesmo que alguns não tenham completado tudo o que poderiam fazer — as diferenças no grau de completude das resoluções dos alunos favorece o interesse pela discussão colectiva e pela produção de sínteses matemáticas que complementam o trabalho realizado pelos grupos;
- Recusar a alunos que se voluntariam a possibilidade de apresentar as respectivas resoluções à turma, caso estas não contribuam para o desenvolvimento matematicamente mais interessante idealizado pelo professor — nas aulas seguintes, o professor pode compensar estes alunos em outras situações;
- Prever a utilização de recursos que agilizem a comunicação dos alunos na fase de discussão para que não se gastem preciosos minutos com o «passar para o quadro» das resoluções em análise, por vezes bastante longas e complexas, e para que estas possam ser vistas por todos com a riqueza de pormenor que muitas vezes têm — usar acetatos, cartolinas, outros materiais, fotografias digitais das resoluções, digitalizações feitas nas salas onde há scanner ligado a computador e projector, etc, …
- Acautelar espaço físico colectivo e visível para registar os conhecimentos colectivamente sistematizados durante a síntese da aula, decorrentes da discussão, e acautelar que os alunos os registem e/ou tenham acesso a eles — por exemplo, através das potencialidades de gravação do quadro interactivo;
- Favorecer a discussão efectiva de ideias por parte dos alunos a partir da qual possam aprender conceitos e procedimentos matemáticos, bem como desenvolver as suas capacidades, em particular a comunicação matemática — a discussão e a síntese são muito mais do que um desfile de resoluções distintas apresentadas à vez por diferentes alunos;
- Promover um ambiente estimulante na sala de aula em que os alunos sejam encorajados a participar activamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do dos outros, a ouvir, a falar, a explicar, a questionar e a contribuir de forma construtiva para o apuramento de um saber comum com validade matemática.

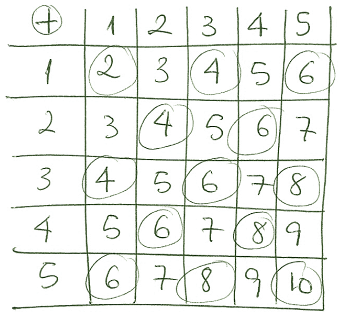


Figura 4. Tabela de dupla entrada realizada pela professora

A concluir, é de sublinhar um último desafio. É importante que o ensino exploratório da Matemática não seja encarado como algo que se experimenta esporadicamente alguma vezes para realizar umas tarefas especiais. O ensino exploratório da Matemática precisa de tempo e de continuidade para que o professor possa melhorar e aperfeiçoar a sua prática, o mesmo tempo e continuidade que são necessários para que os alunos lhe correspondam e desenvolvam aquilo que ele proporciona: aprender conteúdos matemáticos mas também modos de produção do conhecimento matemático no contexto de uma comunidade da qual são parte integrante. É um desafio a perseguir de forma continuada por todos.

Notas

[1] Adopto o termo ensino exploratório porque neste artigo focalizo-me nas práticas do professor, aquele que ensina. Naturalmente que a aprendizagem que o professor promove neste contexto é, também ela, exploratória por parte dos alunos e por isso este tipo de prática em sala de aula é frequentemente designada por ensino-aprendizagem exploratória da Matemática (Ponte, 2005).

[2] Agradeço a Lina Brunheira ter-me cedido estas resoluções dos seus alunos e os seus comentários a uma versão prévia deste artigo.

Referências bibliográficas

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.

Stein, M., & Smith, M.(2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática (artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, *105*, 22–28.

Stein, M. , Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340.

Ana Paula Canavarro

Universidade de Évora

Unidade de Investigação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa