

# Que papel para os manuais de Matemática?

## Uma sondagem junto dos autores

Este número de **Educação e Matemática**, ao dedicar especial atenção à utilização de materiais no ensino e aprendizagem da Matemática, não poderia, naturalmente, deixar de fora os chamados manuais ou livros de texto da referida disciplina. Assim, no que diz respeito ao Ensino Preparatório e Unificado (sobre o Ensino Primário veja o artigo de David Vieira também publicado neste número), enviamos uma carta a diversos autores de manuais para esses níveis de ensino onde se solicitava uma resposta às três seguintes questões: (1) O que privilegia nos livros que elabora; (2) Qual pensa ser a função principal que o manual deverá ter; (3) Poderá o manual ser substituído pelos livros de exercícios ou por fichas de trabalho?

Recebemos sete respostas correspondentes a autores cujos nomes a seguir indicamos apresentando, entre parêntesis, os anos a que se destinam os livros de sua autoria: Ana Luísa Correia, Célia Moreira Eusébio e Teresa Olga Albuquerque (7.º, 8.º e 9.º); Leonor Moreira (1.º - 6.º); Ivete Caldas e Teresa Fonseca (5.º e 6.º); Marcelina Armelino, Maria Manuela Mota e Matilde Varandas (5.º e 6.º); Cristina Loureiro, Isabel Moura, Maria José Delgado e Maria José Oliveira (5.º e 6.º); Paulo Abrantes e Raúl Carvalho (7.º - 12.º); Maria Augusta Neves (5.º - 12.º). Aqui fica o nosso agradecimento pela colaboração a que se prestaram.

Os textos que recebemos como resposta às questões que colocámos não são uniformes: uns mais longos outros mais curtos, uns mais sintéticos outros mais detalhados, uns mais descritivos outros mais explicativos, uns seguindo de perto as questões propostos outros «esquecendo» essas questões. Apresentamos seguidamente o trabalho que realizámos com esses textos e que, acreditamos, dá um quadro das principais perspectivas dos autores relativas ao papel do manual de Matemática no ensino e aprendizagem desta disciplina. Para identificação das citações utilizámos as iniciais do primeiro autor de cada um dos grupos.

### Uma unanimidade

Será talvez interessante começar por uma unanimidade. Trata-se, como já esperávamos, do **não** como resposta à terceira das questões que nós propusemos: *Poderá o manual ser substituído pelos livros de exercícios ou por fichas de trabalho?* Na verdade todos os autores que se manifestaram, a este respeito, fizeram-no negativamente, não aceitando, directa ou indirectamente, que o livro de exercícios possa substituir o

manual de Matemática. «[Estudar Matemática não é] sinónimo de fazer muitos exercícios» (ALC), «sendo mínimo o tempo efectivo de aprendizagem na escola (...) há que propor aos alunos outras actividades (que não exercícios) que eles possam desenvolver autonomamente fora da aula» (LM), «o uso de fichas ou de manuais contendo apenas exercícios não é suficiente para a construção do saber matemático» (MAN), «um ensino exclusivamente baseado em fichas de trabalho ou livros de exercícios torna-se demasiado dirigido» (MA), «a simples resolução de exercícios não desenvolve a cultura matemática» (PA), são afirmações de alguns autores que justificam, ou subentendem, essa não aceitação. Talvez, agora, interesse deslocar a nossa análise para o entendimento que os autores fazem do papel dos exercícios na aprendizagem da Matemática, entendimento esse que é fundamento da posição assumida.

Em quase todos os casos (só num não aconteceu) os autores referiram-se explicitamente ao papel dos exercícios. Por exemplo, para os últimos dos autores que acabámos de citar, resolver apenas exercícios «*não desenvolve a cultura matemática*» (PA). Também a afirmação «*sou contra os exercícios no que eles representam de rotina e adestramento*», exprime, por sua vez, a perspectiva de uma autora que, a este respeito, acrescenta ainda: «*prefiro que os alunos estejam sempre a fazer a mesma coisa utilizando estratégias e técnicas diferentes do que estejam a fazer coisas diferentes, utilizando as mesmas técnicas e as mesmas estratégias*» (LM). Ainda segundo a mesma autora, uma utilização exclusiva de exercícios não permitiria o desenvolvimento, nos alunos, de componentes importantes na comunicação em Matemática — «*saber ler e interpretar as ideias de outrem*» — nem proporcionaria momentos em que os alunos possam «*reflectir e clarificar*» as suas próprias ideias.

Uma outra autora afirma que a «*Matemática não é uma arte de fazer exercícios*» (MAN) mas uma ciência que faz uso do raciocínio lógico-dedutivo e na qual a compreensão e reflexão dos alunos é muito importante. Considera, por isso, que a resolução mecânica de exercícios «*em série*» é negativa pois o sucesso a que conduz é «*aparente*» e desenvolve nos alunos atitudes incorrectas na sua relação com a Matemática. Em sua opinião, na aprendizagem da Matemática, o aluno deve «*partir da teoria*» e, depois de ter «*assimilado os conceitos*», resolver exercícios e problemas «*de forma crítica*»: «*a resolução de exercícios, que de uma forma diversa abordam os conceitos a estudar, é muito importante, pois só através da aplicação dos conhecimentos*

na prática o aluno adquire certeza e assimila perfeitamente o conteúdo matemático». A mesma autora considera que tal como certos desportistas ou artistas treinam intensamente procurando a automatização, o mesmo deve fazer o estudante em Matemática resolvendo «exercícios e problemas (com reflexão e raciocínio) até estar seguro da matéria» para poder depois abordar assuntos de complexidade superior.

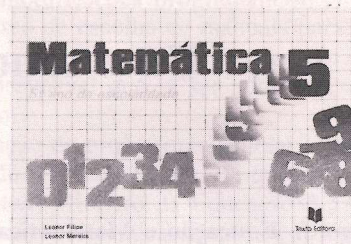
Para outros autores, embora considerando que estudar Matemática não é sinónimo de fazer muitos exercícios, «os exercícios são necessários como teste para o estudo realizado e como meio de aprofundar os conhecimentos levantando novas questões» (ALC). Um livro de texto, para estes autores, deve conter, em cada capítulo, exercícios de vários graus de dificuldade para que o aluno possa «fazer o ponto da sua situação numa determinada unidade». Ainda a propósito de exercícios, os mesmos autores fizeram questão de declarar: «não existem [exercícios] demasiado difíceis se os conhecimentos adquiridos bastam para os resolver».

Em outros casos, ainda, aceita-se que os exercícios têm «utilidade» (CL) ou que «têm um papel importante na aprendizagem» (MA), não sendo, no entanto, especificadas a utilidade ou importância referidas. Os primeiros dos autores agora citados, no entanto, enquadram a utilização de «alguns» exercícios de rotina num conjunto de actividades de outro tipo que, claramente, entendem dever ser privilegiadas: «investigação e pesquisa, descoberta de relações, resolução de problemas, construções».

### O manual de Matemática: que instrumento de trabalho?

Analisando as respostas dos autores às duas outras questões que lhes colocáramos, podemos dizer que as suas posições, no que respeita à função principal do manual de matemática, se matizam entre dois pólos: por um lado, o manual visto como local de consulta onde o aluno pode encontrar organizadamente a informação teórica matemática, e por outro, o manual encarado como fonte de actividades a realizar pelo aluno para que ele construa os seus conhecimentos matemáticos. De uma maneira ainda mais extrema poderíamos dizer: de um lado, o livro que define, de outro, o livro que propõe.

Posto isto, detalhemos as diversas posições a propósito da função principal do manual de Matemática que, embora as não possamos colocar em qualquer dos pólos extremos referidos, evidenciam diferenças que consideramos importantes. Vários autores referiram-se ao manual como um instrumento: nuns casos, encarado como um recurso dos alunos para «aprendizagem e/ou consolidação» (ALC) dos seus conhecimentos matemáticos, para outros, como um auxílio para o aluno «construir e descobrir Matemática» (CL) ou, em outros casos ainda, para «desenvolver a sua compreensão do que é a Matemática, qual é a sua natureza e que papel desempenha na sociedade» (PA). Referindo-se ou não expli-

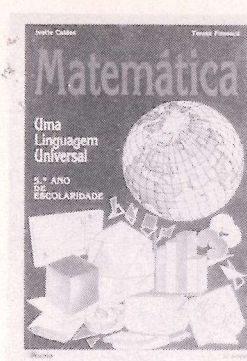
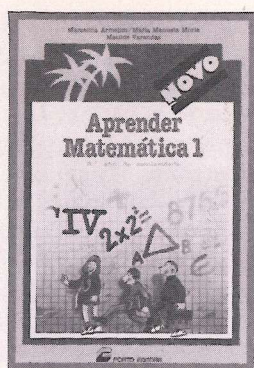


citamente ao carácter instrumental do manual de matemática, a quase totalidade dos autores atribuíram-lhe, directa ou indirectamente, uma função de elemento de consulta ainda que com ênfases e significados diferentes como seguidamente procuramos dar conta.

### Da consulta...

Contrapondo-o com a situação de aula (onde, em sua opinião, os resultados devem surgir «naturalmente» a partir de actividades e segundo uma ordem não «rigorosamente pré-estabelecida») um grupo de autores, considera que, no manual, «a naturalidade com que os resultados aparecem deve ser fruto de uma sequência claramente pré-estabelecida que ajuda o aluno a fazer a análise e a síntese dos conhecimentos que adquiriu através da aula e/ou do livro» (ALC). Assim, na elaboração dos manuais, estes autores privilegiam aspectos de estrutura e organização. Ao nível dos 7.º, 8.º e 9.º anos, como referem, privilegiam «a divisão em muitos capítulos e subcapítulos» para que a consulta do manual escolar, tarefa que consideram difícil, possa ser menos «árdua» para os alunos. «Se um livro deve motivar os alunos para os conceitos», acrescentam ainda, «deve, no entanto, ser suficientemente (sublinhado dos autores) arrumado para que seja fácil consultá-lo (...) um bom índice é meio caminho andado para encontrar o que se pretende». Subjacente a esta posição está a proposta de desenvolver a «capacidade de usar bibliografia matemática», fazendo-se mesmo um apelo a que os professores usem algum tempo das suas aulas a analisar a estrutura dos manuais, a que levem os seus alunos a ler e a consultar vários manuais e os ajudem a «serem capazes de tirar as suas próprias dúvidas».

Num outro caso, assume-se que os livros de Matemática são elementos «fundamentais e insubstituíveis» para se aprender Matemática, considerando-se que o manual escolar «acompanha a velocidade de compreensão do leitor, está sempre junto dele, este pode relê-lo, permitindo-lhe a reflexão cuidada, essencial à construção do conhecimento matemático» (MAN). Por esta razão, a autora considera «determinante que o aluno aprenda a ler, escrever e falar sobre Matemática» o que lhe permitirá uma independência face ao professor o que, a não se verificar, considera ser comprometedor do sucesso do aluno na disciplina. Assim, na elaboração dos



seus manuais, privilegia a forma de apresentação, desenvolvimento e aplicação dos conteúdos matemáticos. A apresentação dos conteúdos, diz-nos a autora, deve «partir dos conhecimentos dos alunos o que permite uma visão global da matemática e facilita a assimilação dos assuntos que se pretendem transmitir»; o seu desenvolvimento deve ser lógico, prevendo-se, em cada momento, as dificuldades dos alunos; e, por fim, considera «determinantes» os exemplos que são utilizados para a aplicação dos conhecimentos. Ainda a este respeito a autora afirma que «através da forma como é exposta a matéria, o manual escolar deve desenvolver a atitude de descoberta, de aprofundamento e de não aceitação do que não é compreendido».

Um outro grupo de autores considera que, para o nível etário a que se dirigem (5.º e 6.º anos), a função principal do manual «é criar nos alunos hábitos de consulta, de pesquisa e de interpretação» em contextos diversos («situações problemáticas», utilização de «figuras, gráficos ou esquemas») (MA). Para elaboração de um manual consideram importante partir das «vivências» dos alunos para o tornar «dinâmico e motivante» e consideram que deverá existir um equilíbrio «no peso relativo atribuído ao desenvolvimento de capacidades e à aplicação de técnicas de cálculo».

#### ...à proposta de actividades.

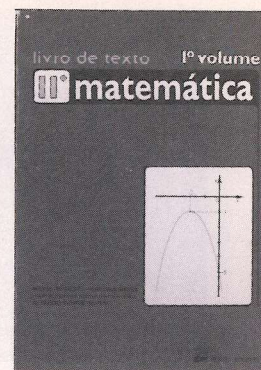
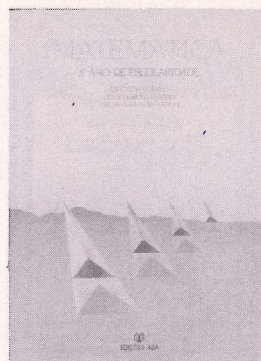
A preocupação, com as actividades que um manual de Matemática propõe, com a sua natureza, diversidade e organização, por parte de alguns dos autores que responderam às nossas questões, introduz uma perspectiva diferente para a função principal do manual: o manual enquanto fonte de actividades sobrepõe-se, nuns casos mais enfaticamente do que em outros, ao manual enquanto elemento de consulta. Um grupo de autores, por exemplo, que inclui nas intenções com que elabora os seus manuais, «a solicitação aos alunos para intervir na construção do seu próprio saber, promovendo o hábito de consulta como base da aprendizagem», considera que «O manual deve ser um apoio essencial para o aluno na consulta, descoberta e consolidação dos conhecimentos» (IC). Estes autores, o que manifestaram, evidenciam uma preocupação com a diversificação de actividades e com a utilização de materiais também diversificados (textos literários, recortes de jornais, bio-

grafias de matemáticos, máquinas de calcular).

Um outro grupo de autores diz-nos, por sua vez, que «O livro é um suporte teórico, um elemento de estudo e de consulta», acrescentando que «os conceitos e métodos matemáticos devem surgir a partir de situações problemáticas que lhes dêem sentido» (PA). Recordando o sentido corrente da palavra *manual* (local onde se pode encontrar o significado de um termo, a definição de um conceito, uma regra ou a utilização de um método), os mesmos autores, embora reconhecendo as dificuldades que isso acarreta, consideram que este facto «não pode servir de pretexto para que se enganem os alunos apresentando-se uma Matemática fria, sem discussão nem problemas, totalmente pré-construída e pronta a usar!» (sublinhado dos autores).

Outra autora, colocando-se explicitamente numa perspectiva que assume a aprendizagem como um processo que se deve centrar no aluno, atribui ao manual escolar a função de propor actividades que favoreçam e promovam uma atitude de investigação em Matemática, que «possibilitem que os alunos, mais do que aprender coisas sobre a Matemática, façam Matemática» (sublinhado da autora) (LM). Neste sentido, evidencia uma preocupação com a natureza e organização das actividades que propõe, subordinando-as a três etapas: confronto do aluno com situações «ligadas à sua experiência concreta» que o solicitam a utilizar «intuitivamente» conceitos novos; «tomada de consciência», por parte do aluno, desses conceitos; e, sua «aplicação a outras situações».

Por fim, um grupo de autores refere explicitamente que nos manuais que elabora procura dar «especial ênfase» às actividades, assumindo que para os alunos dos níveis de escolaridade a que se dirigem (5.º e 6.º) elas devem constituir o «fulcro da aprendizagem» e que com base nelas «poderão ir construindo conceitos matemáticos» (CL). Para estes autores, mais do que adquirir técnicas de cálculo e dominar a linguagem, na aprendizagem da Matemática é fundamental «a capacidade de decidir como e quando essas técnicas devem ser utilizadas, bem como a capacidade de resolver problemas e situações problemáticas». A par disto, os mesmos autores consideram que os aspectos teóricos não devem ser explorados de forma «muito estruturada e dirigida» de tal modo que ao aluno se reserve apenas o papel de «seguir e compreender o raciocínio do professor ou do autor do livro». Daqui que considerem que a teoria tem um «lugar secundário».



dário» nos livros que elaboram, passando a ser «*elemento de consulta*» do aluno quando este o necessita. Em termos da função principal do manual escolar, estes autores afirmam que o livro de texto deve ser mais um instrumento para «*ajudar o aluno a construir e a descobrir Matemática*».

Dissemo-lo já que nem sempre os autores seguiram à risca as perguntas que lhes fizéramos e que as respostas nem sempre foram directas. De algum modo contávamos com isto o que, num caso e noutro, só veio enriquecer as contribuições recebidas. De facto, nas suas respostas à questão sobre a função principal do manual de Matemática, e mesmo a propósito de outras questões, emergiram outras funções a ele também atribuídas que completam as perspectivas dos autores e podem alargar a reflexão e o debate a este respeito. É isso que a seguir vamos abordar.

#### A diversidade das funções emergentes

Comecemos, antes, por destacar o modo como alguns autores se referiram à linguagem utilizada nos manuais. Nuns casos, assume-se claramente a necessidade e possibilidade de compatibilizar a acessibilidade dessa linguagem com o rigor matemático, ainda que não exactamente da mesma forma: «*a linguagem deve ser acessível e matematicamente rigorosa*» (ALC); «*o livro [...] deve utilizar uma linguagem que ele [o aluno] possa compreender mas, ao mesmo tempo, falar matematicamente*» (sublinhado dos autores) (PA). Considera-se no entanto, neste último caso, que a «*utilização prematura e/ou desnecessária e/ou exagerada de simbologia*» não contribui para o desenvolvimento de uma «*cultura matemática*» e que, por essa razão, a utilização adequada da língua materna assume grande importância. De um modo mais indirecto, um outro grupo de autores, ao afirmar a importância do recurso às «*vivências*» dos alunos, salienta, por sua vez, que isso não «*deve prejudicar o seu [do manual] rigor científico*» (MA). Num outro caso, privilegia-se uma «*linguagem simples*» sem que isso signifique a sua «*infantilização*» (LM).

Entre as funções atribuídas ao manual, e que ainda não referimos, identificámos algumas que interessa salientar. Há as que se consideram mais ou menos naturais como desenvolvimento das capacidades e hábitos de

consulta e de leitura, bem como de interpretação de textos matemáticos. Para além destas, o manual é também visto como um meio de favorecer «*a análise e a síntese dos conhecimentos*» (ALC), como uma «*oportunidade de reflectir e clarificar as nossas próprias ideias*» (LM), como um instrumento para desenvolver nos alunos «*a compreensão do que é a Matemática*» (PA) e o seu «*interesse*» por esta disciplina e «*consciencialização para a utilidade e universalidade da Matemática*» (IC). Digase, a propósito, que alguns autores defenderam a utilização da história da matemática nos seus manuais, quer através de «*pequenos episódios*» (LM) apresentados em actividades paralelas, quer através de «*notas históricas*» (PA) que entendem devem ter destaque num livro de matemática.

Importa por fim salientar que houve ainda autores que encararam o manual escolar como tendo uma função destinada aos professores do ponto de vista da sua formação. Num caso, assume-se a intenção e possibilidade de «*ir ao encontro das práticas dos professores e simultaneamente contribuir para as melhorar*» (CL) através de propostas inovadoras. Uma outra autora considera que são os manuais que «*enformam teorias sobre a aprendizagem da Matemática (...) concretizam os programas à luz dessas teorias (...) [e] sugerem actividades a desenvolver pelos alunos*» (LM) enquadradas pelas perspectivas teóricas dos autores. É deste modo que, tendo em conta as deficiências actuais em Portugal no que diz respeito aos programas de Matemática, à formação contínua de professores e à investigação em educação matemática, a autora justifica «*a função subsidiária, mas não menos importante, relativamente à formação de professores*» que, em sua opinião, o manual do aluno também tem.

#### Considerações finais: bases para um debate

Se às perspectivas extremas, por nós propostas, relativas à função principal para o manual de Matemática — **local de consulta versus fonte de actividades** — não podemos, com segurança, fazer corresponder nenhuma das posições assumidas pelos diversos autores, a **bipolarização** introduzida, mesmo se eventualmente exagerada e redutora, não deixa de nos estimular a colocar algumas questões: será possível, num manual de Matemática, conciliar as duas perspectivas extremas? Inde-

pendentemente das consequências de cada uma delas nas estratégias de aprendizagem que se propõem ao aluno, essas perspectivas apontam ambas para a autonomia, ou auto-suficiência do manual face à aula, enquanto contributo para a aprendizagem do aluno; como compatibilizar, em qualquer dos casos, as duas realidades **manual e aula**? Que problemas esta questão levanta para o aluno, para o professor e para o manual em termos da sua organização e conteúdo?

Se a função principal do manual não é hoje unânime, há no entanto funções que lhe são atribuídas unanimemente, salientando-se, entre estas, a sua função mais natural como elemento de consulta capaz de favorecer hábitos de leitura e interpretação de textos matemáticos. Se, no entanto, se aceitar que o livro deixou de estar só como instrumento de trabalho — na aula e fora da aula — para a aprendizagem da Matemática, que consequências em termos da concepção de manuais poderá ter (terá já!?) este facto? Como articular os diferentes materiais de trabalho à disposição do aluno e do professor?

Para terminar, reconhece-se — foi até explícito em alguns autores — que o manual escolar é uma expressão das concepções pedagógicas do seu autor e, com ou

sem intencionalidade, veículo dessas mesmas concepções. Este facto, inclusivamente, empresta ao manual do aluno uma função na formação de professores como também foi reconhecido. Assim, podemos dizer que cada manual terá o seu discurso pedagógico, certamente diferente em muitos casos. Que confronto estabelecer entre os diversos discursos? Que papel nisso poderão ter os professores?

O manual de matemática é, e pensamos que vai ser ainda durante bastante tempo, um instrumento que, por um lado, será em muitos casos o principal (senão único) material à disposição do aluno para o trabalho em Matemática e, por outro, um guia que muitos professores privilegiarão para a orientação das suas aulas. Daqui decorre a sua grande importância; por isso assumimos ser importante a reflexão e o debate dos vários aspectos com ele relacionados, muitos dos quais foram aqui abordados.

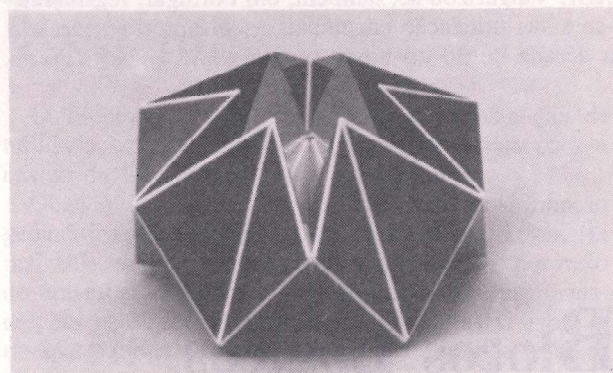
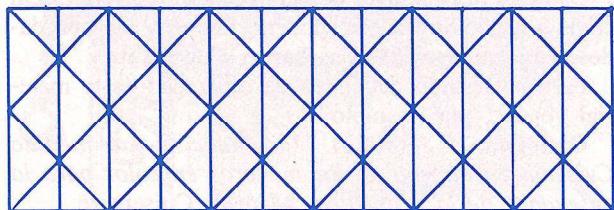
Henrique M. Guimarães  
Pedro Esteves

## A NOSSA SEPARATA

Inclui este número de Educação e Matemática uma separata que reproduz, por cortesia de *Tarquín Publications*, um dos caleidociclos fantásticos de Escher sobre cuja obra se debruça, também o artigo da nossa colega Cristina Loureiro.

Mas o que é, afinal, um calcidociclo? Um calcidociclo é um sólido deformável constituído por uma cadeia fechada de tetraedros idênticos. O anel, assim obtido, pode girar em torno de si próprio e, se as faces tiverem sido decoradas com alguma imaginação, obtêm-se alguns segundos de sonho.

Apesar da fama dos caleidociclos se dever muito à prodigiosa imaginação de Escher, a sua invenção, ou melhor, a invenção do *Iso Axis* (modelo patentado), ocorreu em 1958 como solução dum dado problema e deve-se ao desenhador Wallace Walker, então estudante em Cranbrook no Michigan. A duas dimensões, o *Iso Axis* consiste numa grelha de 60 triângulos rectângulos isósceles. Olhando-se para esta planificação, não se consegue imaginar a forma surpreendente que daí se obtém.



Aquela grelha pode ser encurtada, aumentada, estirada (todos os ângulos do triângulo terão, então, uma amplitude inferior a  $90^\circ$ ), deformada... A imaginação que trabalhe!

Sobre os caleidociclos, várias questões se podem colocar, nomeadamente:

1. Qual o número mínimo de tetraedros necessários para construir uma cadeia fechada?
2. Teoricamente, o orifício central do anel pode reduzir-se a um ponto. Como construir os tetraedros para que tal aconteça?

E agora, mãos à obra!

Leonor Moreira