

# A Confecção do Ponche e a proporcionalidade directa

Uma experiência numa turma do 6º ano

Cristina Tudella

Neste artigo irei partilhar convosco uma sequência de duas aulas, de 90 minutos, numa turma do 6º ano de escolaridade, para a introdução do conceito de proporcionalidade directa. Decidi fazê-lo pois, na minha opinião, esta sequência de aulas foi rica do ponto de vista, quer da resolução de problemas e do desenvolvimento da capacidade de raciocínio, quer da comunicação matemática que proporcionou.



A turma, onde foi desenvolvida esta actividade é uma turma um pouco «especial» uma vez que é constituída apenas por 19 alunos, onde a maioria é estrangeira e/ou tem necessidades educativas especiais.

A resolução de problemas, num contexto real, foi o ponto de partida para este trabalho que tinha como objectivo a compreensão dos conceitos de razão, proporção e o significado intuitivo de proporcionalidade directa.

Para tal, adaptei uma tarefa das Normas NCTM (2007) (Figura 1) que foi resolvida em grupos de 3 ou 4 alunos.

A estrutura das aulas foi pensada como uma forma de trabalhar as capacidades transversais, quer a capacidade de raciocínio, através da explicitação de diferentes estratégias de resolução dos alunos e respectiva comparação, quer a capacidade de comunicação matemática escrita e oral, durante a apresentação das resoluções e do questionamento dos colegas.


Figura 1. A tarefa

**Agrupamento de Escolas Frei Gonçalo de Azevedo**

**Confecção do Ponche**

Uma turma do 6º ano está encarregue das bebidas para o dia do Inglês, na semana da escola. Uma das bebidas a ser servida é o Ponche. Ao pesquisarem na internet os alunos encontraram quatro receitas diferentes para a confecção do ponche, sendo para todas necessário água tônica e sumo de framboesa.

<b>Receita A</b> 2 Copos de sumo de framboesa 3 Copos de água tônica	<b>Receita B</b> 4 Copos de sumo de framboesa 8 Copos de água tônica
<b>Receita C</b> 3 Copos de sumo de framboesa 5 Copos de água tônica	<b>Receita D</b> 1 Copo de sumo de framboesa 2 Copos de água tônica



**1.** Qual das receitas irá produzir um ponche com sabor a framboesa mais acentuado? E menos acentuado? Explica as tuas respostas.

**2.** (Uma receita por grupo: Receita .....)  
A professora de Inglês diz que são necessários 120 copos de ponche. Quantos copos de sumo de framboesa e quantos copos de água tônica são necessários, em cada uma das receitas? Explica a tua resposta.

*Adaptada das Normas do NCTM (APM, 2007), pág.*

A Receita B e a D  
 têm o mesmo sabor  
 mas não tem a mesma quantidade  
 e são os limites que a  
 água tem e o dobro de  
 sumo de framboesa

Figura 2. Grupo do Jorge

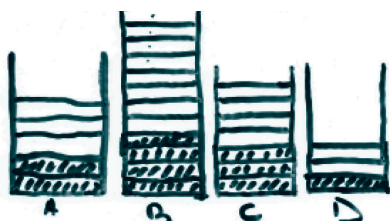
B e D têm o mesmo sabor  
 porque a quantidade de sumo  
 é sempre a metade da quantidade  
 de água.

Figura 3. Grupo do Ailton

$$\begin{array}{l} 3+2=9,5 \\ 5+3=9,6 \\ 8+4=12 \\ 2+1=3 \end{array}$$

B                      D

Figura 4. Grupo da Carolina



$$\begin{array}{l} 2 \div 5 = 0,4 \\ 4 \div 12 = 0,33 \\ 3 \div 8 = 0,375 \\ 1 \div 3 = 0,3 \end{array}$$

R: A receita é a A e B, B que são  
 iguais e têm o mesmo sabor.

Figura 5. Grupo do Avram

	A	B	C	D
sumo =	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$
água =	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{3}$
	$\frac{16}{24}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{5}{10}$

B e D têm o mesmo sabor  
 porque a quantidade de sumo  
 é sempre a metade da quantidade  
 de água.

Entre a receita A e a C, a receita  
 A tem mais a sumo porque se  
 acrescenta 1 copo de água  
 enquanto que na C se acrescenta  
 2 copos de água.

Figura 6. Grupo do Ailton

A calculadora seria usada pelos alunos, se eles assim o entendessem, mas eu, para não condicionar as suas estratégias de resolução, só explicitaria essa situação se fosse questionada directamente.

A noção de fracções equivalentes já tinha sido trabalhada com os alunos pelo que, caso escolhessem esta abordagem ao problema, poderiam facilmente identificar as receitas B e D como conducentes ao mesmo sabor do Ponche.

Depois da divisão da turma em grupos, a tarefa foi distribuída, e os alunos iniciaram o seu trabalho. Distribuí a cada grupo um acetato e uma caneta para que posteriormente pudessem apresentar o seu raciocínio à turma<sup>[1]</sup>.

### A primeira tarefa

No início do trabalho todos os grupos começaram por cometer o mesmo erro e afirmaram que a receita com o sabor mais acentuado era a receita B, uma vez que continha 4 copos de sumo de framboesa, enquanto as restantes continham apenas 1, 2 ou 3.<sup>[2]</sup>

Através de um exemplo, em que substituí o sumo de framboesa, por sumo de laranja e a água tônica por água simples e em que lhes pedi ajuda para comparar duas experiências — Uma, considerando 1 copo de sumo de laranja e 2 de água e outra considerando 2 copos de sumo de laranja e 10 copos de água

— os alunos compreenderam que tinham que prestar atenção à quantidade de água que era acrescentada, pois esse factor influenciava a concentração de sumo e consequentemente a intensidade de sabor. O exagero da quantidade de água na segunda hipótese levou-os, intuitivamente à compreensão da situação.

O grupo do Jorge (figura 2) e o grupo do Ailton (figura 3) utilizaram estratégias semelhantes para concluir que as receitas B e D eram iguais. Estes dois grupos, a partir da observação dos valores numéricos das receitas e sem explicitarem cálculos, concluíram que ambas as receitas produziriam ponche com o mesmo sabor.

Outro grupo (figura 4) efectuou a divisão entre ao número de copos de água e o número de copos de sumo de framboesa e concluiu que como o quociente era o mesmo para as receitas B e D o sabor seria o mesmo.

Igualmente, a partir da comparação dos resultados desta divisão este grupo concluiu que distribuindo a água tônica pelo sumo de framboesa, a quantidade de água para cada parte de sumo era menor na receita A.

Ainda durante a resolução desta primeira tarefa, alguns grupos estavam com dificuldade em encontrar formas de comparar as receitas, pelo que sugeri que fizessem um desenho que representasse a situação. Esperava que esta representação, lhes trouxesse alguma ideia para a resolução deste problema<sup>[3]</sup>.

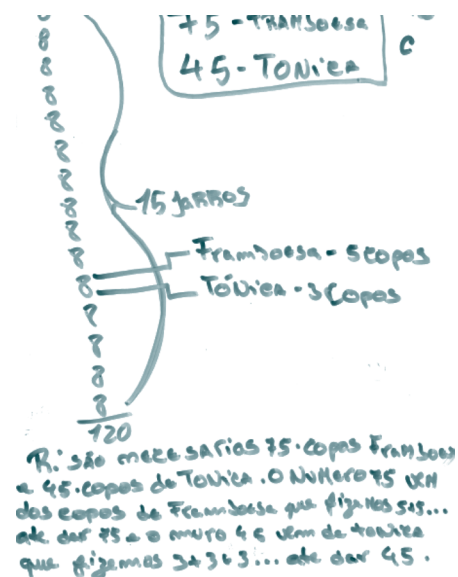


Figura 7. Grupo da Carolina

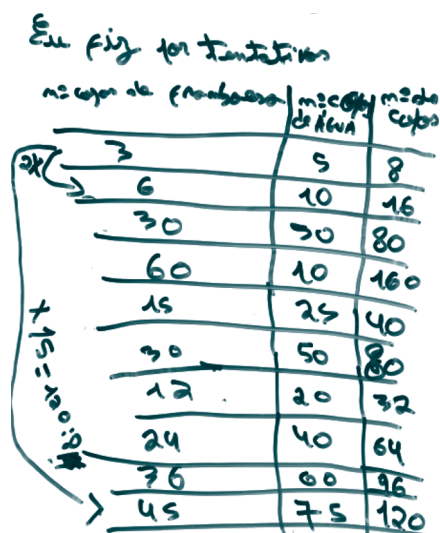


Figura 8. Grupo do Jorge

Os grupos do Avram (figura 5) e do Ailton (figura 6) seguiram a minha sugestão e fizeram desenhos dos jarros para representar esta situação, no entanto utilizaram estratégias diferentes para resolver o problema.

O primeiro grupo (figura 5) calculou a razão entre o número de copos de sumo de framboesa e a quantidade total de Ponche, em cada um dos «jarros»<sup>14</sup>. O segundo grupo (figura 6) calculou a razão entre o número de copos de sumo e o número de copos de água tônica.

Para compararem as fracções que obtiveram também utilizaram processos diferentes. O grupo da figura 5 efectuou a divisão, usando a calculadora, e compararam os resultados obtidos na forma decimal, enquanto que o grupo da figura 6 foi comparar as fracções A e B e as C e D, reduzindo ambas ao mesmo denominador. No entanto este grupo não fez o mesmo raciocínio para comparar as receitas A e C, resolvendo esta segunda parte da questão de uma forma intuitiva.

### A segunda tarefa

Na segunda tarefa, cada grupo ficou responsável por analisar apenas uma das receitas. Pedir aos alunos para as analisar todas seria uma mero exercício de repetição de um raciocínio que, neste momento, não traria nenhum benefício à aprendizagem dos alunos. Na discussão cada grupo apresentou a resposta à receita que lhe foi atribuída.

Os grupos também apresentaram estratégias diferentes. Apresento-vos aquelas que considere mais interessantes e que foram apresentadas, e discutidas, na sala de aula.

O grupo da Carolina (figura 7) compreendeu que juntando os 3 copos de água e os 5 copos de framboesa, obtinha 8 copos de ponche e utilizou uma estratégia aditiva até chegar aos 120 copos. Concluíram que necessitariam de 15 jarros, ou seja, 75 copos de framboesa e 45 de água tônica. Para chegarem a estes

dois valores também usaram estratégias aditivas, recorrendo ao factor constante da calculadora.

Um outro grupo (figura 8) foi fazendo tentativas, de certo modo aleatórias, até conseguir chegar aos 120 copos pretendidos. Este grupo usou estratégias de cálculo mental para efectuar os cálculos. É interessante observar os valores que escolheram para o número de copos de sumo de framboesa.

O grupo do Ailton (figura 9) escreveu a fracção que traduzia a relação entre o número de copos de framboesa e o n.º de copos de água tônica. Em seguida escreveu a mesma fracção, mas considerando receitas para dois jarros, depois três, e assim sucessivamente até obter a razão cuja soma do numerador e denominador desse 120. Este grupo enganou-se nos cálculos e por isso teve algumas dificuldades em chegar ao valor pedido.

Um outro grupo de alunas (figura 10) apesar de não o terem explicitado na resolução escrita, foram descobrir quantos jarros seriam necessários para se obter 120 copos de Ponche. Chegaram à conclusão que seriam 24 jarros e depois foram determinar o valor correspondente em copos de framboesa e em copos de água tônica.

### Em jeito de conclusão

Durante estas duas aulas os alunos estiveram bastante motivados na resolução destes dois problemas enfrentando-os como desafios.

Esta metodologia de trabalho em sala de aula, em que peço aos grupos para escreverem as suas resoluções num acetato, que posteriormente é apresentado e discutido no grupo-turma, tem sido positiva e tem potenciado, ao longo do ano, uma melhoria na qualidade das produções dos alunos, nomeadamente no modo como estes descrevem os seus raciocínios.<sup>15</sup>

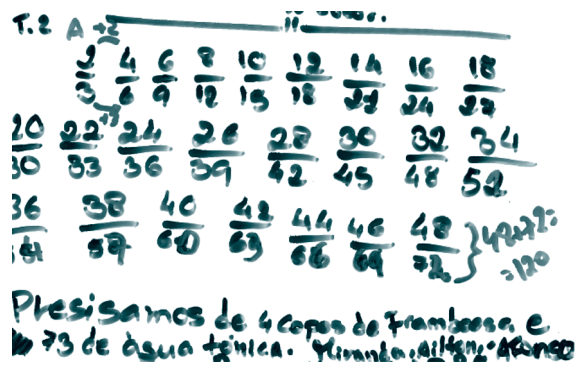


Figura 9. Grupo do Ailton

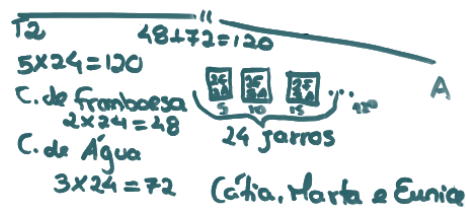


Figura 10. Grupo da Eunice

O facto de na primeira tarefa os alunos terem usado estratégias muito diversificadas enriqueceu bastante o trabalho. A partilha dos raciocínios, e das ideias matemáticas, durante a apresentação e discussão das tarefas permitiu, aos próprios alunos que as explicaram, uma melhor compreensão do seu próprio pensamento. Por outro lado, o exercício que os alunos fizeram para compreender e validar as estratégias dos colegas contribuiu, na minha opinião, para o alargamento do seu conhecimento matemático.

Do ponto de vista dos conteúdos, vários foram os tópicos matemáticos trabalhados, bem como surgiram algumas conexões entre eles. Surgiu a ideia de divisão como distribuição da quantidade de água pela quantidade de sumo de framboesa. Os alunos compreenderam que esta seria uma forma de poderem comparar a relação entre os dois ingredientes da receita. Para além de recorrerem à noção de divisão tiveram também que comparar os números decimais que resultaram dessas divisões. Tiveram, igualmente, de compreender a relação entre esses números e a intensidade do sabor a framboesa. Durante a discussão os alunos foram questionados se poderiam ter efectuado a divisão de outra forma, trocando o dividendo e o divisor e que conclusões poderiam tirar. Foi interessante perceberem que num dos casos, o maior valor do resultado da divisão obtido corresponderia ao sabor a framboesa mais intenso, e no caso contrário, ao sabor a framboesa menos intenso.

Surgiu também a noção de *fracção* como relação parte-todo, e entre as duas partes, bem como, a ideia de quociente entre duas quantidades. A noção de equivalência de fracções, também já conhecido pelos alunos, foi um outro tópico que surgiu na discussão. Assim, o trabalho realizado nestas aulas contribuiu também para o desenvolvimento do sentido do número, não só pelo modo de pensar dos alunos como também, da comparação das diferentes estratégias apresentadas.

O desenvolvimento do pensamento algébrico também esteve presente, em especial na segunda tarefa, quer na procura de relações entre os números, quer na elaboração de tabelas para melhor organizar e explicar as suas formas de pensar. O significado da «igualdade» também esteve presente quando analisámos um dos raciocínios explicitados (figura 8)

Em relação à noção de proporcionalidade directa, ela surgiu de uma forma intuitiva na resolução destes problemas, em especial na 2.ª tarefa, onde se pretendia aumentar a quantidade de ponche obtido mas mantendo o mesmo sabor, ou seja mantendo a mesma relação entre os dois ingredientes, contribuindo assim, para a compreensão da natureza matemática das relações proporcionais.

#### Notas

- [1] As resoluções que foram apresentadas, foram aquelas que eu escolhi com base na riqueza da discussão a que poderiam conduzir.
- [2] Os alunos desta idade normalmente não bebem água tónica, compreenderiam mais facilmente, a influência da sua quantidade no sabor.
- [3] O modo como acompanhamos o trabalho dos alunos em sala de aula é um dos aspectos que considero mais difícil e ao mesmo tempo mais desafiante para o professor. É importante conseguirmos dar boas sugestões e/ou questioná-los eficazmente, mas não fazê-lo em demasia, para não transformarmos um bom problema num simples exercício de aplicação.
- [4] Durante estas aulas muitos alunos utilizaram a ideia de *jarros de ponche* para representar a quantidade de Ponche obtido com a «receita base» que estivessem a considerar.
- [5] Os alunos sabem que uma resolução «errada» também pode ser escolhida, desde que o seu raciocínio esteja bem explicado.

Cristina Tudella

Agrupamento de escolas Frei Gonçalo de Azevedo