Conexões matemáticas — Números e representações geométricas

Graça Cebola

Introdução

Este artigo surge na sequência de um outro publicado na *Educação e Matemática*, n.º 110, Conexões matemáticas, e, tal como o anterior, tem como objectivo principal exemplificar situações de sala de aula onde aspectos relacionados com as conexões dentro da própria Matemática são evidentes.

Ao longo de toda a sua escolaridade os alunos devem, de acordo com NCTM (2007), reconhecer e utilizar relações entre diferentes conceitos matemáticos, perceber que alguns se constroem em função de outros e usar as representações para os modelar e interpretar. A aplicação e exploração de diversas representações podem ajudar os alunos a organizar o seu raciocínio, a tornar as ideias e conceitos matemáticos mais concretos, passíveis de uma melhor reflexão e de uma posterior conclusão.

Os episódios escolhidos são ambos do 1.º ciclo do ensino básico, 1.º e 3.º anos de escolaridade, e ambos têm em comum a exploração de números — inteiros positivos e não inteiros positivos — com auxílio de representações geométricas. Estão os dois inseridos nas linhas orientadoras do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB, 2007) e foram desenvolvidos no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (PFCM).

«Uns formam rectângulos, outros não!»

O propósito principal da tarefa[1] é o desenvolvimento do conceito de número par e de número ímpar, por parte dos alunos. Para tal, a professora do 1.º ano, numa aula em meados de Março, distribui conjuntos de rectângulos em cartolina, constituídos por dois quadrados, e folhas quadriculadas. Solicita aos alunos que construam diferentes rectângulos e os registem.

Depois de construírem os rectângulos, os alunos contam os quadrados que lhes estão associados. No exemplo apresentado (figura 1), Eduardo regista os rectângulos de modo organizado mas, se tal não acontece, a professora não interfere no trabalho.

Na contagem dos quadrados, primeiro surge um processo elementar, de um em um, mas imediatamente é substituído por uma contagem mais sofisticada — de dois em dois. E há mesmo quem, com alguma dificuldade, tente contar de quatro em quatro. Até aos doze tudo corre bem mas depois não é fácil!

Para que a discussão em conjunto se torne mais proveitosa a professora pede aos alunos que afixem, no quadro, os rectângulos organizados, do menor para o maior, e que representem, por baixo, o número de quadrados unitários que os constituem.

Nesta altura a professora refere-se a esta sequência de números (até 20) como sendo a dos números pares. De seguida, questiona os alunos sobre os números que «faltam» na sequência numérica e eles respondem: 1, 3, 5, 7, …, 17, 19. A professora designa-os por números ímpares e Eduardo regista a informação no verso da sua folha de trabalho (figura 3).

Para finalizar a aula, os alunos observam os números da ficha que lhes é distribuída e registam as suas conclusões, com a ajuda da professora (figura 4).

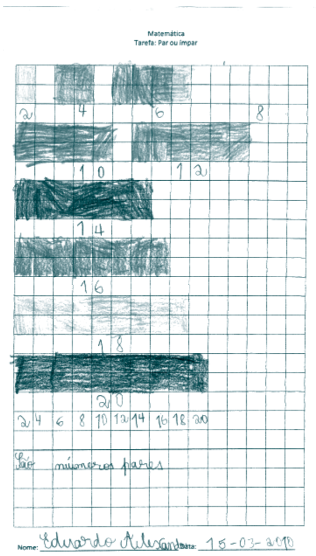


Figura 1. O registo de Eduardo

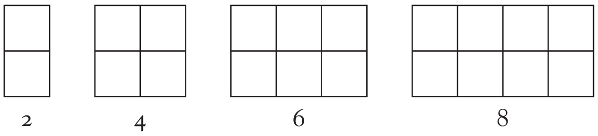


Figura 2. Contagem de quadrados

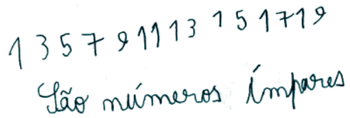


Figura 3. O registo de Eduardo

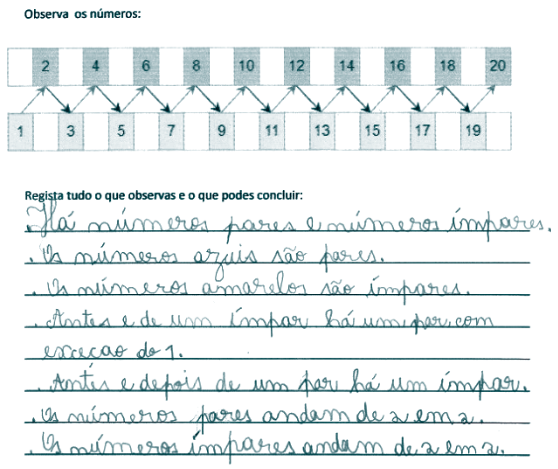


Figura 4. O registo das conclusões

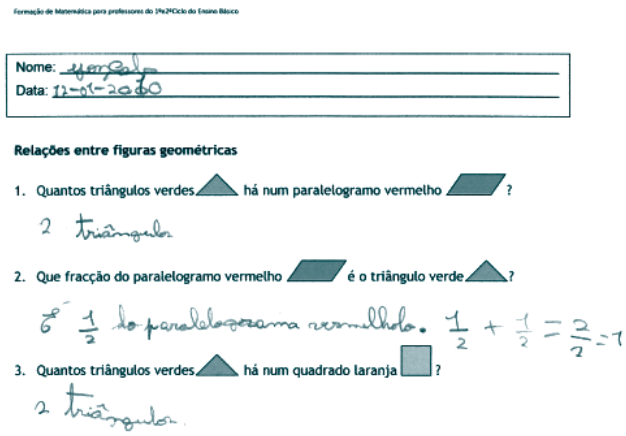


Figura 5. Respostas sucintas

Para relacionar o conceito de número par, ligado sem dúvida ao número dois, com a ideia comum de par, a professora pede aos alunos que identifiquem, no seu próprio corpo, tudo o que se traduza pelo número dois. Eles respondem sem problemas: duas orelhas, dois braços, dois olhos e duas pernas. Há também quem refira que «trabalhar a pares é uma menina e um menino», forma usual de trabalho nesta sala de aula.

Como se pode constatar, estes alunos do 1.º ano usam os números com uma destreza surpreendente. Um aspecto que parece ter contribuído para esta facilidade é o apoio visual que surge das representações geométricas consideradas e que ajuda a distinguir os números naturais pares dos ímpares — «uns formam rectângulos, outros não»!

A interacção entre o trabalho com os números e com as figuras geométricas, que permitiu criar sequências numéricas e padrões geométricos, teve aqui um ponto alto e, mais uma vez, os conceitos matemáticos não surgiram isoladamente mas sim numa relação permanente.

É claro que esta foi a primeira abordagem, totalmente intuitiva, a este tipo de números, mas outras tarefas serão propostas para que, de uma forma recorrente mas progressiva, os alunos se apropriem quer das suas propriedades, quer do seu comportamento a nível operativo.

Fracções e figuras geométricas

Em Janeiro, numa turma dos 3.º e 4.º anos, a professora propõe uma tarefa cujo propósito principal é a abordagem intuitiva dos conceitos de *metade*, *terça parte*, *quarta parte*, … e a sua representação fraccionária, com o significado da relação parte-todo, onde o denominador representa o número de partes congruentes em que a unidade está dividida e o numerador o número dessas partes que se têm em conta num dado momento. A Geometria surge neste contexto para apoiar o trabalho com os números não inteiros positivos.

Cada par de alunos recebe um envelope com algumas figuras geométricas (seis triângulos rectângulos verdes, um paralelogramo vermelho, um quadrado laranja, um triângulo rectângulo amarelo, dois trapézios azuis e um hexágono castanho) e o enunciado da tarefa.

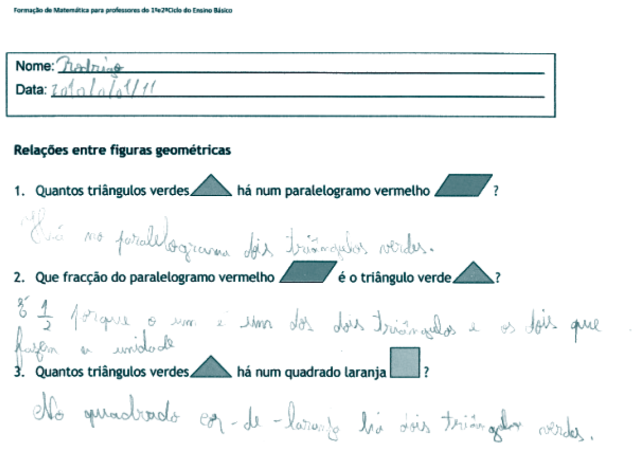
No desenvolvimento da tarefa os alunos vão respondendo às questões formuladas na ficha e, como se pode constatar na figura 5, as respostas são sucintas, demasiado sucintas! Não há explicações nem frases completas.

Confrontados pela professora com a situação de existirem, por exemplo, dois tipos de triângulos e de as respostas dadas não especificarem também a que figuras se estavam a referir, os alunos reformulam-nas, tornando-as mais explícitas, como se pode observar na figura seguinte.

Para além dos registos escritos, a apresentação e discussão das suas resoluções evidencia que os alunos parecem ter compreendido a noção de *fracção* e também como interpretar, neste caso, o numerador e o denominador.

A tão conhecida expressão *metade* é traduzida, sem dificuldades, pela respectiva fracção e o numerador e o denominador são relacionados com o que estão a fazer — sobrepor figuras geométricas umas às outras e verificar que, por exemplo, são necessários dois triângulos verdes para cobrir totalmente o paralelogramo vermelho.

Nas figuras 5 e 7, perguntas 2 e 6, respectivamente, pode observar-se que o aluno, mesmo sem saber operar com *fracções*, regista correctamente os cálculos com as operações multi-


Formação de Matemática para professores do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico

Nome: Rodrigo
Data: 2010/01/11

Relações entre figuras geométricas

1. Quantos triângulos verdes há num paralelogramo vermelho ?

Há no paralelogramo dois triângulos verdes.

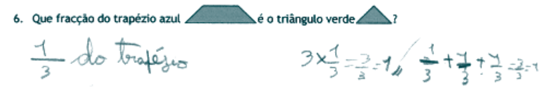
2. Que fracção do paralelogramo vermelho é o triângulo verde ?

É $\frac{1}{2}$ porque o um é um dos dois triângulos e os dois que fazem a unidade

3. Quantos triângulos verdes há num quadrado laranja ?

No quadrado cor-de-laranja há dois triângulos verdes.

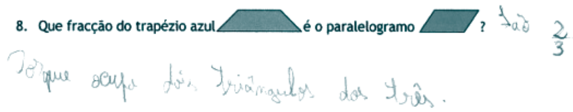
Figura 6. Respostas completas


6. Que fracção do trapézio azul é o triângulo verde ?

$\frac{1}{3}$ do trapézio

$3\times\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$ / $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$

Figura 7. Registo numérico


8. Que fracção do trapézio azul é o paralelogramo ? São $\frac{2}{3}$

Porque são dois triângulos dos três.

Figura 8. Uma situação não directa

plicação e adição e escreve até o resultado de duas maneiras — através de *fracção* e de número inteiro. Contudo, é de notar que se trata de pura intuição e dedução lógica. Não há aqui, obviamente, a aplicação de qualquer definição formal das operações com *fracções*.

Perante a questão mais complexa que relaciona o trapézio azul com o paralelogramo o mesmo aluno responde tal como se observa na figura 8.

A resposta dada permite afirmar que o aluno se situa já num primeiro nível de compreensão do conceito em questão, ainda que de um modo informal.

Neste episódio foi realçada a importância de manusear as figuras geométricas, de comparar tamanhos, de sobrepor umas figuras às outras e de retirar conclusões. Após a distribuição das figuras foi o momento ideal para as identificar cuidadosamente e recordar o que significava duas figuras serem geometricamente iguais ou congruentes . Deste modo, as conexões entre os temas *Geometria e Números e operações*, foram uma realidade que não se pode omitir.

Para alguns dos alunos (3.º ano) foi o seu primeiro contacto com este tipo de números mas a exploração do conceito de *fracção*, na interpretação da relação parte-todo, não se esgota em situações deste tipo. A tarefa incluía ainda outras questões que permitiam explorar a situação inversa, isto é, representar o todo sabendo que uma dada figura representa uma parte da unidade.

Posteriormente, devem surgir outras tarefas que permitam não só consolidar o trabalho realizado, como também explorar o conceito de fracção com outros significados quociente e operador, tal como é mencionado no PMEB.

Em jeito de conclusão

Com os episódios de sala de aula apresentados pretendeu-se, mais uma vez, por um lado evidenciar que o estabelecimento de conexões matemáticas pode surgir no 1.º ciclo do ensino básico, logo desde o 1.º ano; por outro lado mostrar que a exploração de determinadas representações leva à construção e compreensão de conceitos matemáticos com significados específicos.

No primeiro caso, as figuras geométricas, em particular aqueles rectângulos, surgiram como suporte de exploração de sequências de números inteiros positivos muito especiais — os pares e os ímpares — e foi através da observação e análise do padrão geométrico que foi sendo construído, que os alunos retiraram conclusões quanto ao tipo de números em questão. No segundo caso, o manusear das figuras geométricas, sobrepondo-as umas às outras, permitiu aos alunos explorarem o conceito de *fracção* com o significado parte-todo e até retirarem conclusões sob o ponto de vista operativo muito para além do que inicialmente lhes tinha sido solicitado.

Para finalizar pode referir-se que situações deste género só são relevantes no processo de ensino e aprendizagem se tivermos em atenção o papel do professor quer na selecção das tarefas quer na condução da aula, principalmente, no momento de apresentação e discussão dos trabalhos realizados pelos alunos e no momento de síntese.

Nota

[1] Adaptada de Brocardo, J., Delgado, C. & Mendes, F. (2010) *Números e Operações. 1.º Ano*. Ministério da Educação. DGIDC.

Referências bibliográficas

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (versão portuguesa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H. M.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Meneses, L.; Martins, M.E.G.; & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação — Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Agradecimentos

Maria José Guedelha, Paula Lança e Rosa Trigueiro, professoras do 1.º ciclo do ensino básico que comigo trabalharam no PFCM, no ano lectivo de 2009/10 e que, além disso, me facultaram as resoluções dos alunos que ilustram este artigo.

Graça Cebola

Professora Adjunta da Escola Superior de Educação

Instituto Politécnico de Portalegre