

# O Volume do cilindro e do cone

Elvira Santos

Neste artigo pretende-se apresentar uma experiência realizada com duas turmas de 7º ano de escolaridade durante o estudo da Geometria — Volume do cilindro e do cone. Após a apropriação da fórmula do volume do cone, recorrendo a modelos de sólidos de enchimento, utilizou-se a folha de cálculo para dar resposta a problemas do quotidiano, estabelecendo conexões entre a geometria e a álgebra através da relação entre o volume do cilindro e do cone, mantendo invariante a área da base ou a altura.

## A tarefa

A realização desta experiência decorre de um trabalho que realizei, integrada na equipa de um projecto que visou o desenvolvimento do pensamento algébrico com a utilização das TIC e onde o trabalho colaborativo, foi uma tônica constante e essencial à continuidade desta experiência. Partir de problemas aritméticos e «algebrizá-los» criando tarefas de âmbito mais aberto com recurso à utilização das tecnologias, foi outro

desafio deste projecto contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Assim, surge esta tarefa, quase no final dos estudos desse ano lectivo, que coloca uma situação do quotidiano com um jarro cilíndrico, não totalmente cheio, e um copo cónico. Com a abordagem do problema através da utilização da folha de cálculo, pretendia-se que os alunos desenvolvessem: A tendência para procurar invariantes nas fórmulas dos volumes de sólidos geométricos; a capacidade de análise e comparação de dados para justificar os seus raciocínios; a aptidão para reconhecer na utilização do Excel características de organização metódica de dados tirando partido dessa situação para a procura de relações.

## A experiência

As turmas envolvidas nesta experiência apresentavam ritmos diferentes de trabalho. A turma A embora apresente um conjunto de alunos com ritmos de trabalho diferenciados, revela

copo cónico		jarro	
altura	15	altura	25
diâmetro	6	diâmetro	12
raio	3	raio	6
quadrado do raio	9	quadrado do raio	36
área da base	28,27	área da base	113,10

volume de líquido consumido	n.º de copos cónicos	volume do jarro	altura
141,37	1	113,10	1
282,74	2	226,19	2
424,12	3	339,29	3
565,49	4	452,39	4
706,86	5	565,49	5
848,23	6	678,58	6
989,60	7	791,68	7
1130,97	8	904,78	8
1272,35	9	1017,88	9
1413,72	10	1130,97	10
1555,09	11	1244,07	11
1696,46	12	1357,17	12
1837,83	13	1470,27	13
1979,20	14	1583,36	14
2120,58	15	1696,46	15
2261,95	16	1809,56	16
2403,32	17	1922,65	17
2544,69	18	2035,75	18
2686,06	19	2148,85	19
2827,43	20	2261,95	20
		2375,04	21
		2488,14	22
		2601,24	23
		2714,34	24
		2827,43	25

apetência para o trabalho de grupo e empenho na discussão das tarefas, comunicando as suas opiniões e seguindo as dos seus colegas. Pelo contrário, a turma B, revela poucos hábitos de trabalho em grupo e distraem-se com facilidade, na realização das tarefas que necessitem de maior perspicácia e persistência.

Para a implementação desta tarefa os alunos foram organizados em grupos de quatro alunos cada, com um computador portátil por grupo, um documento excel com uma base comum a todos os grupos que serviu de ponto de partida para o lançamento do trabalho e a ficha com a proposta de trabalho.

A tarefa desenvolveu-se em dois blocos de 90 minutos. No primeiro bloco os alunos iniciaram a programação da folha de cálculo recorrendo aos dados do problema para calcular o volume do jarro cilíndrico dependendo da altura do líquido,

e do número de copos (cone) necessários para esvaziar uma determinada quantia de líquido.

Os alunos já tinham tido experiência com a utilização do excel na aula de matemática para dar resposta a outros problemas no entanto, foi necessário aprender a fixar uma célula, utilizar o símbolo (\$), que na presente situação era indispensável para fixar o valor do volume correspondente a uma unidade (1 copo) ou a área da base do jarro. Esta aprendizagem decorre da necessidade do trabalho quando verificam que a cópia da fórmula atribuía valores que não eram compatíveis com as formas e os dados do problema. Surge, então, a discussão sobre que dados se mantinham, ou não, invariantes e a necessidade de fixar o valor referido numa célula.

Deste modo, a programação das duas tabelas exigiu, da parte dos alunos, a análise de cada uma delas para procurar um padrão e essa invariância. Na primeira tabela o que variava era o número de copos, mantendo-se a área da base e a altura do copo, enquanto que na segunda tabela o que variava era a altura mantendo invariante a área da base. Após a discussão do que se deveria ou não fixar, completaram-se então as tabelas e os alunos constataram, com facilidade, que existiam valores que eram comuns e que, por isso, as duas primeiras alíneas da tarefa eram de facto de rápida resposta por observação das tabelas. Ou seja, foi possível identificar que eram necessários 16 copos para esvaziar, na totalidade, o jarro com 20 cm de altura.

Posteriormente centraram a sua atenção na utilização de um copo cilíndrico cuja base tinha as mesmas dimensões da boca do copo cónico.

Aqui pretendia-se que os alunos associassem a diminuição da altura, para a terça parte, devido à relação entre os volumes do cone e do cilindro e pretender-se um copo cilíndrico com o mesmo volume do cónico.

Os grupos foram levantando a hipótese de a altura ser 5 cm e iniciam o preenchimento da tabela seguinte com o objectivo de confirmar, ou não, a sua conjectura.

Em seguida após a confirmação levantam algumas questões, como por exemplo: Que outra altura pode ter o copo cilíndrico de modo a que o líquido no jarro possa encher um número inteiro de copos?

Para satisfazer a curiosidade relativa às suas conjecturas, os alunos alteraram o valor na célula relativa ao volume do copo, ensaiaram diversas possibilidades, confirmando-as, por exemplo se o copo cilíndrico tiver 10 cm de altura, o sumo que se encontra no jarro, dará para 8 pessoas.

### Em jeito de balanço

Durante a discussão das conclusões dos diferentes grupos foi possível encontrar diferenças nas duas turmas. Na turma B os alunos apresentaram maiores dificuldades para relacionar as possíveis alturas para um copo cilíndrico com o mesmo volume do copo cónico, ficando bem visível a dificuldade em atribuir significado aos valores mencionados. No final desta experiência foi possível ver que alguns alunos olhavam com surpresa as alturas e as suas relações interligando assim os valores com a experiência do seu quotidiano, ou seja, se tenho copos mais altos preciso de menos copos para esvaziar o sumo do jarro e vice-versa.

altura copos cilíndricos	volume do copo	n.º de copos	volume consumido
1	28,27	1	141,37
2	56,55	2	282,74
3	84,82	3	424,12
4	113,10	4	565,49
5	141,37	5	706,86
6	169,65	6	848,23
7	197,92	7	989,60
8	226,19	8	1130,97
9	254,47	9	1272,35
10	282,74	10	1413,72
11	311,02	11	1555,09
12	339,29	12	1696,46
13	367,57	13	1837,83
14	395,84	14	1979,20
15	424,12	15	2120,58
16	452,39	16	2261,95
17	480,66	17	2403,32
18	508,94	18	2544,69
19	537,21	19	2686,06
20	565,49	20	2827,43

A utilização da folha de cálculo foi nesta situação uma mais valia pois apoiou a construção e a exploração do problema fazendo emergir o raciocínio algébrico. A utilização das letras como números generalizados, as expressões equivalentes e a investigação da variação permitiu apoiar uma prática e cultura de sala de aula favorável ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

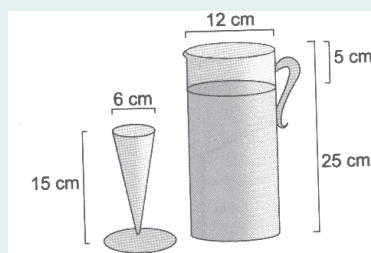
Após o trabalho em sala de aula com a folha de cálculo as turmas realizaram um relatório escrito individual sobre o que se passou nas duas aulas. A realização deste relatório tem como objectivo responsabilizar os alunos pela sua participação activa na aula, mas também para desenvolver a sua capacidade de comunicação e raciocínio matemáticos. Assim, ao longo do trabalho os alunos participam e ao mesmo tempo tomam notas de tudo o que fazem e concluem. Contudo, tenho a consciência que existe, ainda, um grupo de alunos para quem este processo ainda é realizado com alguma dificuldade. No entanto, tem sido com interesse que vejo aumentar o número de alunos que vão melhorando os registos do que fazem e do que conseguem concluir.

A situação mobilizou o interesse das turmas e os alunos revelaram recordar aspectos da folha de cálculo, embora já não estivessem a usá-la há algum tempo. É, ainda, possível ver algumas opiniões, nos relatórios, sobre apreciação crítica da tarefa onde é pedido aos alunos que refiram o que, em seu entender, a tarefa contribuiu para a aprendizagem da Matemática:

Achei a tarefa bastante interessante. Ajudou-nos a compreender melhor os volumes em várias situações e a saber trabalhar melhor com o «Excel».

## A Festa<sup>[1]</sup>

O Paulo vai dar uma festa para alguns amigos. Há um jarro com sumo, não completamente cheio, para distribuir pelos convidados de uma festa.



O jarro tem a forma de cilindro, os copos têm a forma de cone e as dimensões estão indicadas na figura.

- Usa as potencialidades da folha de cálculo do Excel para investigares as relações abaixo propostas:
  - Para quantos convidados dará o sumo disponível no jarro se cada um dos convidados só beber um copo desse sumo?
  - E se o jarro estivesse cheio, para quantos convidados dava?
  - Considera, agora, que o copo disponível na festa era cilíndrico cuja base tem o mesmo diâmetro que a boca do copo cónico.
    - Que altura é que podia ter esse copo de modo a que todos os convidados bebessem um só copo de sumo?
    - Descobre outras possibilidades para a altura do copo cilíndrico de modo a ser possível dividir, igualmente, o sumo disponível no jarro.
- Elabora, individualmente, um relatório com as etapas do vosso trabalho e as vossas conclusões.

### Nota

<sup>[1]</sup> Esta tarefa surge da adaptação de um exercício colocado num manual escolar (Espaço7 — Asa, pag. 239)

Com esta actividade, pude por em prática e relembra algumas formulas relacionadas com os volumes e com a folha de cálculo do excel. Este desafio é bom porque me faz desenvolver o raciocínio matemático e relacionar vários factores, postos em causa, em simultâneo.

Na minha opinião este trabalho contribui muito para a minha aprendizagem da Matemática, porque praticamos o raciocínio, a organização dos dados e sobretudo os cálculos que utilizámos

Elvira Santos

Escola Básica 2/3 ciclos de Álvaro Velho