

A calculadora gráfica e a utilização que dela fazemos

Helena Rocha

A calculadora gráfica é uma tecnologia muito especial pois, até hoje, é a única que foi não só considerada de uso obrigatório nas aulas do ensino secundário, como também permitida nos exames nacionais.

Esta inclusão da calculadora gráfica entre o material de uso obrigatório no ensino da Matemática teve naturalmente por base o reconhecimento de um amplo conjunto de potencialidades. Falava-se na forma como esta tecnologia ia permitir o envolvimento dos alunos em situações reais, trabalhando com dados concretos, e sem que o peso dos cálculos tornasse o trabalho inoportuno. As actividades de modelação passariam a ser efectivamente possíveis de uma forma como até então ainda não o tinham sido, pois o acesso a computadores nas escolas continuava a mostrar-se uma tarefa algo complexa. Também a resolução de problemas ia receber um novo fôlego e a facilidade com que passava a ser possível aceder a grande quantidade de gráficos possibilitava ainda abordagens exploratórias e de carácter intuitivo.

A consequência óbvia seria uma valorização da compreensão. Mas os reflexos da integração desta tecnologia não ficariam por aqui. O trabalho mais experimental e exploratório teria reflexos não só sobre a compreensão, mas também sobre a profundidade com que os alunos passariam a dominar os conceitos. Com efeito, as abordagens gráficas, ao serem mais gerais que as analíticas, permitiriam aos alunos ir mais longe, explorando conceitos que de outra forma só poderiam abordar anos mais tarde. A abrangência que tal abordagem lhes proporcionaria originaria então um conhecimento mais profundo e relevante para o próprio. A este nível não seria estranha a possibilidade que a calculadora gráfica permitia de trabalhar em simultâneo com diferentes representações, articulando o numérico, o gráfico e o analítico, na construção de um conhecimento global que se apoiaria em cada uma destas representações para construir a compreensão sobre aspectos que o recurso apenas a determinada representação não permitiria.

Mais de uma década depois da entrada efectiva da calculadora gráfica na sala de aula, a realidade nas escolas parece contudo bem diversa do que se antecipava e não apenas no nosso país.

Estudos entretanto realizados continuam a identificar as inúmeras potencialidades destas máquinas para o ensino da Matemática, mas sugerem também que a utilização que está a ser feita dela fica aquém das potencialidades (ver, por exemplo, Andrade, 2007; Goos e Bennison, 2008; Thomas e Hong, 2005). Como dizem Angeli e Valanides (2009), a questão já não é se esta tecnologia deve ser integrada no ensino, mas antes como é que essa integração deve ocorrer.

Nestas circunstâncias torna-se então inevitável questionar o que está a ser feito com a calculadora gráfica nas aulas de Matemática. E embora este não seja dos aspectos que mais tem sido alvo de atenção em investigação, já existem alguns estudos que lhe procuraram dar atenção.

Simmt (1997) foi talvez a primeira autora que considerou esta uma questão importante. Acompanhou então o trabalho de seis professores e procurou identificar as diferentes formas como estes utilizavam a máquina. Apercebeu-se de seis utilizações diferentes:

- para confirmar resultados (gráficos ou cálculos),
- para traçar gráficos de funções,
- para encontrar soluções gráficas para problemas de maximização,
- para compreender problemas de palavras,
- para explorar para além do conceito em estudo,
- para mostrar.

Destas, as duas primeiras são claramente as utilizações mais comuns, uma vez que todas as restantes apenas foram observadas num máximo de dois dos participantes no estudo. Importa ainda referir que foi identificada uma utilização para investigar o efeito da variação de determinado parâmetro da função sobre o seu gráfico, mas como esta tem sempre por base a possibilidade de traçar muitos gráficos, a autora acaba por não a considerar separadamente e inclui-a na utilização para traçar gráficos.

Mais recentemente, Cavanagh e Mitchelmore (2003) estudaram igualmente a utilização que um grupo de professores fazia da

calculadora gráfica. As conclusões a que chegaram apontam apenas para três tipos de utilizações:

- para confirmar gráficos traçados sem tecnologia,
- para obter rapidamente inúmeros gráficos,
- para desenvolver a capacidade de prever o aspecto de um gráfico antes de o traçar.

Analisemos estas utilizações.

O que se destaca mais? Para que é a calculadora gráfica mais utilizada? Para confirmar? Para ver gráficos? Para resolver equações? E o trabalho exploratório? A resolução de problemas? A modelação? O trabalho com dados relevantes para os alunos? A utilização da máquina para aprofundar conceitos inter-relacionando-os e valorizando acima de tudo a compreensão? O recurso a diferentes representações para promover precisamente a compreensão e alcançar a visão global a partir do contributo que cada uma pode dar?

Estão presentes? Sentimos o destaque que lhes era apontado quando falávamos das potencialidades destas máquinas?

Doerr e Zangor (2000) estudaram detalhadamente a utilização que uma professora faz da calculadora gráfica. Trata-se de uma professora de algum modo especial, pois não só nutre um particular interesse pela calculadora gráfica, como lecciona com base num currículo sustentado em problemas de modelação e onde a tecnologia é parte importante. Ao seu dispor, para além da calculadora gráfica, esta professora tem computadores e diversos sensores. Os autores identificam então diferentes utilizações da calculadora gráfica, que procuram caracterizar como ferramenta:

- de cálculo,
- transformativa – transformando tarefas de cálculo em tarefas interpretativas,
- de recolha e análise de dados,
- de visualização
 - para resolver equações,
 - para associar a representação ao fenómeno físico,
 - para determinar as principais características da função,
 - para desenvolver estratégias para encontrar a equação que melhor se adequa a um conjunto de dados,
- de confirmação de conjecturas.

As diversas utilizações que esta professora faz da calculadora gráfica parecem diferentes das descritas nos outros estudos, não parecem?

A utilização que fazemos da calculadora gráfica decorre naturalmente das suas potencialidades, mas, dentro destas, é mais fruto das tarefas que escolhemos trabalhar com ela do que da tecnologia propriamente dita. Se apenas a utilizarmos para confirmar resultados, resolver inequações e traçar gráficos para deles extrairmos determinadas informações, então não deve surpreender-nos que os prognósticos de termos alunos envolvidos na resolução de problemas, em actividades de modelação e habituados a encarar a Matemática com uma perspectiva inquiridora e reflexiva não se estejam a concretizar. A grande questão é então perceber como se caracteriza o trabalho em que estamos a envolver os nossos alunos e, mais importante ainda, o que determina a nossa opção por esse tipo de trabalho. Já alguma vez pensou no que caracteriza a utilização que faz da calculadora gráfica? E nas razões porque opta por essa utilização?

Referências

- Andrade, M. (2007). *A calculadora gráfica na prática profissional de professores do ensino secundário: três estudos de caso*. Tese de mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Angeli, C. & Valanides, N. (2009). Epistemological and methodological issues for the conceptualization, development, and assessment of ICT-TPCK: advances in technological pedagogical content knowledge. *Computers & Education*, 52, 154-168.
- Cavanagh, M. & Mitchelmore, M. (2003). Graphics calculators in the learning of mathematics: teacher understandings and classroom practices. *Mathematics Teacher Education and Development*, 5, 3-18.
- Doerr, H. & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 143-163.
- Goos, M. & Bennison, A. (2008). Surveying the technology landscape: teachers' use of technology in secondary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 20 (3), pp. 102-130.
- Simmt, E. (1997). Graphing calculators in high school mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16 (2/3), 269-289.
- Thomas, M. & Hong, Y. (2005). Teacher factors in integration of graphic calculators into mathematics learning. In H. Chick & J. Vincent (eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, pp. 257-264. Melbourne: PME.

Helena Rocha
Bolsista da FCT / ME

Uma aventura no Texas ou a última evolução de uma tecnologia portátil

Armando Severino, Celina Pereira, Eduardo Cunha, João Cavaleiro

No âmbito do projecto T3 – Teacher Teaching with Technology realiza-se anualmente a sua conferência internacional, «2011 T3 – International Conference» (T3IC). Este ano aconteceu nos dias 25 a 27 de Fevereiro, em San Antonio – Texas.

O Grupo de Trabalho T3 da APM, que promove a formação e discussão pedagógica desta tecnologia, na aprendizagem da Matemática e da Física e Química, foi representado, nesta conferência, por quatro dos seus elementos: Celina Pereira e Armando Severino (Leiria); João Cavaleiro (Viseu); Eduardo Cunha (Minho).

Neste T3IC, foram apresentadas as mais recentes evoluções ao nível da família NSPIRE, quer unidade portátil quer *software*. Neste artigo, pretendemos mostrar um pouco daquilo que vimos, trabalhámos e explorámos, em três dias intensos, um dia na Conferência de Desenvolvimento Profissional dos Formadores T3 e dois dias na Conferência Internacional do T3, onde fomos agradavelmente surpreendidos. Quase que nos apetece dizer «Está tudo ali ... na Nspire».

A nossa aventura

Foi longa a travessia aérea do Atlântico...

Os primeiros passos em terras do Tio Sam foram para cumprimento de formalidades – desde um cão devidamente treinado a cheirar as malas, ao registo fotográfico e das

impressões digitais, foi cumprido todo um ritual de procedimentos de segurança.

Um intervalo de tempo entre dois voos, o que nos levou até Dallas e o que nos levaria ao destino final, San Antonio, deu-nos a oportunidade para os contactos com os familiares. Mas eis que a tecnologia começou a falhar! O telemóvel da Celina, apesar do roaming previamente activo, recusou-se a «apanhar rede», o que permitiria a desejada ligação a Portugal... e assim se manteve durante toda a estadia!

Chegados ao hotel e após uma ligeira refeição, passadas mais de 24 horas consecutivas sem ir à cama, procedeu-se à instalação nos nossos PC's das mais recentes versões dos diversos *softwares* relativos à TI-Nspire. E eis que ocorre a primeira desilusão para o João Cavaleiro (sim, porque os desaires não aconteceram sempre ao mesmo!): um problema no seu PC não permitiu a actualização dessas aplicações... e o PC regressou a Tondela tal como de lá saiu!

O primeiro dia de trabalhos, o PD-day (*professional development day*), começou com um pequeno-almoço simultâneo com todos os formadores do T3, americanos e estrangeiros, que foi acompanhado de informações diversas relativas ao T3. E eis que, para nossa surpresa, verificámos que um dos slides era integralmente dedicado ao T3 Portugal, com destaque para os Dias T3 (figura 1), o que traduz o reconhecimento do trabalho dos portugueses. O PD-day foi, de facto, o ponto alto dos trabalhos. Em cinco sessões distribuídas ao longo da manhã e da tarde,

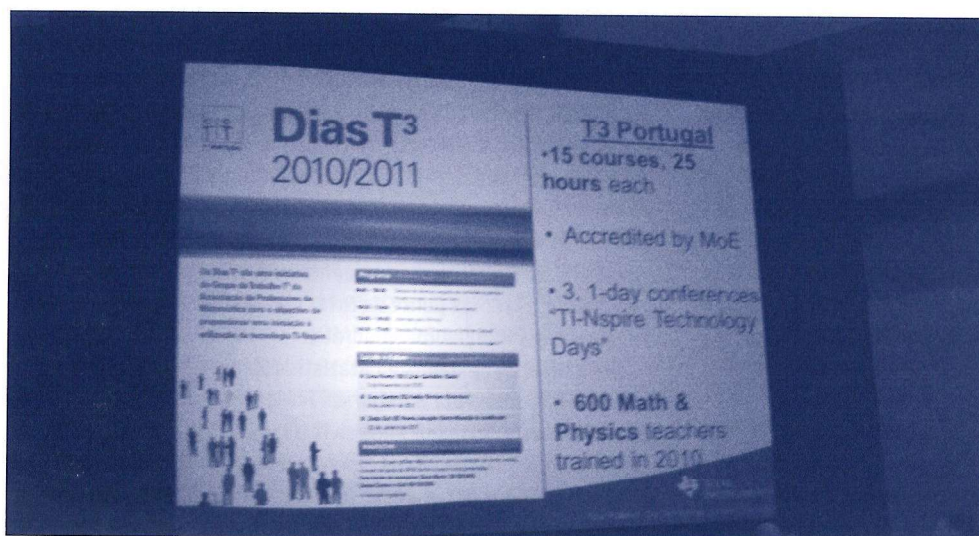


Figura 1

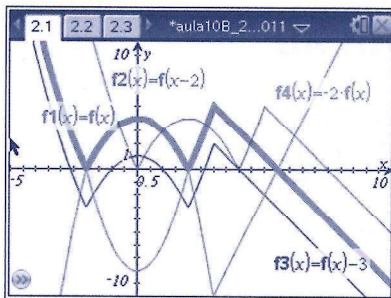


Figura 2

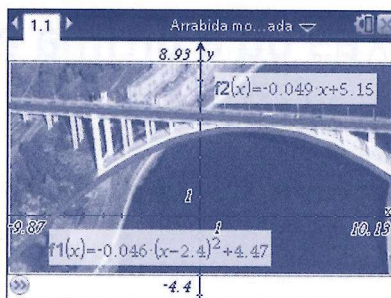


Figura 3

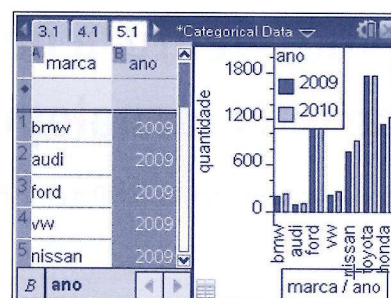


Figura 4

Figura 5

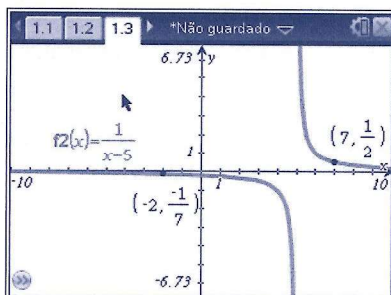


Figura 6

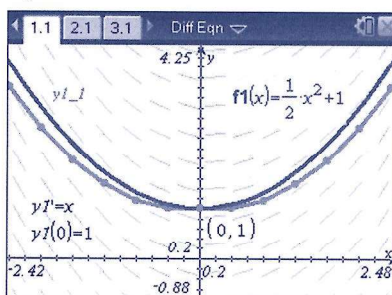
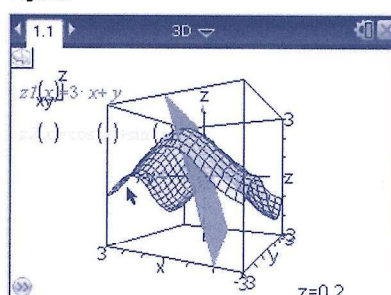


Figura 7



podemos tomar contacto com as novas versões 3.0 do sistema operativo da unidade portátil TI-Nspire, do TI-Nspire Teacher Software, do TI-Nspire™ Navigator™ Teacher Software e, ainda, com a novíssima TI-Nspire CX.

Nspire CX 3.0

A nova calculadora, ou, melhor dizendo, a nova unidade portátil (pois que a funcionalidade calculadora é apenas uma entre várias) tem ecrã LCD (melhor definição) a cores e retroiluminado – essas são as novidades com mais impacto e que a faz diferir do anterior modelo.

Com a cor é muito mais fácil distinguir os gráficos de várias funções representadas no mesmo referencial, pois a cor do traçado é a mesma cor da respectiva etiqueta, o que assume particular importância quando se trabalha com transformações de funções, por exemplo (figura 2). Por outro lado, quando, no mesmo problema, se usam várias páginas diferentes, é possível manter a cor relativa a determinado objecto em estudo, nas diferentes páginas. Isto é, tendo dois conjuntos de dados na aplicação Listas e Folha de Cálculo, ao representarmos esses dados na aplicação Dados e Estatística, podemos atribuir as cores correspondentes.

Nspire 3.0

O sistema operativo 3.0 para a TI-Nspire, quer unidade portátil quer *software*, já está disponível para upgrade gratuito, à data desta publicação, através dos vários sites da Texas Instruments.

Neste novo sistema operativo, destacam-se algumas novas *funcionalidade*: inserção de imagens em qualquer das aplicações; representação de dados por categorias na aplicação Dados e Estatística; apresentação de valores racionais exactos na aplicação de Gráficos; resolução e representação gráfica de equações diferenciais; representação gráfica de funções de duas variáveis – gráficos 3D; uma aplicação para a recolha e tratamento de dados recolhidos experimentalmente por sensores.

Inserção de imagens

A partir do *software* TI-Nspire, é possível inserir uma imagem com formato .jpg, .jpeg, .bmp ou .png em qualquer uma das aplicações: Gráficos, Geometria, Dados e Estatística, Notas e Perguntas. Na unidade portátil, após descarregar o ficheiro .tns pode-se alterar o tamanho da imagem e movê-la. Na TI-Nspire 3.0, a imagem ficará em tons de cinza mas, na TI-Nspire CX 3.0, a imagem manterá as suas cores originais. Esta nova funcionalidade permitirá realizar actividades de modelação com imagens que traduzam situações reais, como mostra a figura 3, onde o tabuleiro e o arco da ponte da Arrábida são modelados por duas funções, uma afim e uma quadrática.

Na aplicação de **Dados e Estatística** é agora possível representar *dados por categorias*. Por exemplo, a mesma variável, marca de carro, mas por anos civis (figura 4).

Na aplicação de **Gráficos** é possível representar de *forma natural os números racionais*, por exemplo as coordenadas de um ponto sobre o gráfico de uma dada função (figura 5).

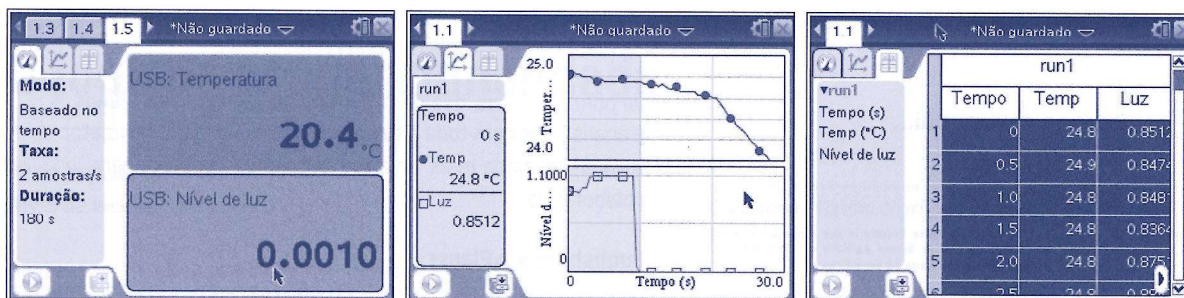


Figura 8

Figura 9

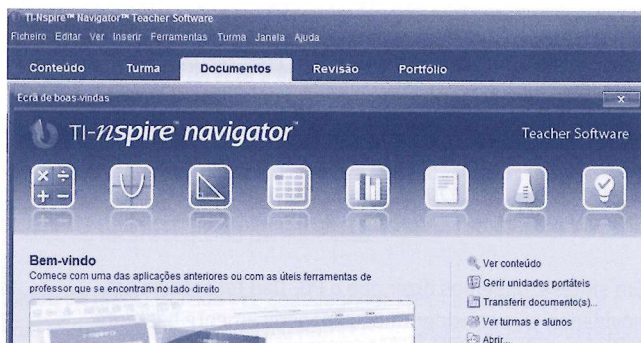
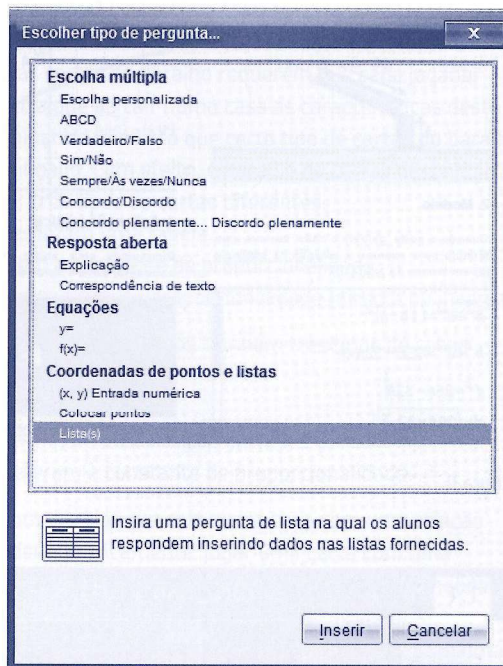


Figura 10



Outras duas ferramentas criadas na versão 3.0 da TI-Nspire prendem-se com as equações diferenciais (Campo de vectores, Equações diferenciais de 1º ordem, Uma ou várias soluções, Condição inicial interactiva, Método de cálculo: Euler & Runge-Kutta) [figura 6], e com a representação gráfica em 3D (Representação de funções de duas variáveis (x, y) , Animações e rotação à volta dos eixos x, y e z , Visualização de acordo com os planos (x, y) , (x, z) e (y, z) , Ferramenta Traçar) [figura 7].

DataQuest™ da Vernier

Voltando à modelação, mas agora com recolha de dados através da utilização de sensores, pudemos experimentar as novas soluções, realizando actividades já amplamente conhecidas, com os sensores de temperatura, de pressão ou o CBR, mas, desta vez, com a nova CX. É tão simples! Através do EasyLink ou do novíssimo Lab Cradle (interface com três portas analógicas e duas digitais, que é acoplada à unidade portátil), ao ligarmos o sensor à Nspire, surge, de imediato, a nova aplicação DataQuest (similar ao Labquest), devidamente adaptada para o registo dos dados. São apresentados, por defeito, alguns valores ajustados à realização da experiência, os quais podem, no entanto, ser alterados. E, depois de guardados os dados, é só trabalhá-los da forma mais conveniente. Desta nova aplicação, DataQuest, salientamos as características: 3 vistas [Medidor, Gráfico e Tabela – figura 8]; Seleção de zona de análise «Easy Data»; Reprodução [Playback]; Ligação entre dados e objecto geométrico. Destacamos ainda as

novas ferramentas de análise: Tangente e integral; Regressão proporcional e Regressão exponencial.

TI-Navigator

O TI-Nspire Navigator [figura 9], sistema de comunicação sem fios entre as unidades portáteis dos alunos e o computador do professor, incorpora agora todo o *software* da família TI-Nspire. Neste *software*, encontram-se cinco separadores: Conteúdo e Documentos que constituem as funcionalidade do TI-Nspire Teacher Edition; Turma, Revisão e Portfólio. Nesta nova versão, 3.0, do TI-Nspire Navigator é também possível criar um documento em que algumas das suas páginas sejam perguntas a enviar através de uma questão rápida para a turma [figura 10]. Existem agora outros tipos de questões, Equações e Coordenadas

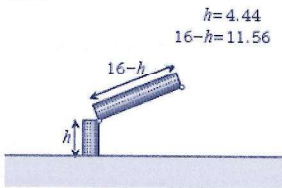
Se uma árvore cai...

Lição n.º 1

Todos ouviram a pergunta "se uma árvore desabar caia numa floresta, e que alguém o ouvirá?" Nesta lição, nós investigamos a álgebra conectado a uma árvore cadente e respondemos a pergunta "se uma árvore caia no bairro, pousará ser em seu carro ou em sua casa?"

1. Investigação

Investigue o que acontecendo o poste de 16 metro se fractura agarrando e movendo o cimo do poste e o ponto de fractura. A que distância longe da base golpeará o cimo do poste?



2. Modelo

Quando o poste golpeia o chão, escreve uma fórmula para exprimir a relação da distância (d) em termos da altura (h).

$$h^2 + d^2 = (16 - h)^2$$

$$h^2 + d^2 = 256 - 32h + h^2$$

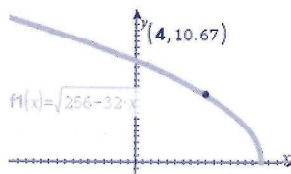
$$d^2 = 256 - 32h$$

$$d = \sqrt{256 - 32 \cdot h}$$

3. Representação Gráfica

A fórmula esta representada no gráfico abaixo. Verifique a relação gráfica e as coordenadas dos pontos em relação a queda do poste.

E que todos os pontos gráficos correspondem a esta situação. Por que ou porque não?



4. Aplicação pratica

Diminuindo uma árvore, poderia ser bom considerar onde o ápice da árvore pousará!



de pontos e listas, que permitem recolher dados dos alunos e analisá-los com toda a turma em várias vistas. O Navigator tornou-se, ainda mais, uma ferramenta de aprendizagem colaborativa.

PublishView e Player

Com a versão 3.0 do Teacher Software podemos criar documentos interactivos (na nova opção PublishView, que permitem integrar e explorar diferentes aplicações, podendo incluir e de forma interactiva uma ou várias páginas com uma qualquer das nito aplicações da TI-Nspire 3.0, texto, imagens, hiperligações e vídeos (figura 11). Melhor ainda, estes documentos poderão ser lidos/explorados através da internet, com recurso a um «Player» específico, que a TI entretanto irá disponibilizar. O professor poderá, desta forma, preparar tarefas, que disponibilizará aos seus alunos, para que eles possam experimentar, de modo interactivo, também fora da aula, mesmo que não disponham da unidade portátil ou do software do aluno.

Em síntese, podemos dizer que o PD-Day foi pródigo em novidades, que consideramos pedagogicamente bastante interessantes.

Nos restantes dois dias e meio, as sessões decorreram continuamente entre as 8:15 e as 17:30, em seis blocos por dia, com 50 sessões em simultâneo. Cada um de nós procurou aquelas que mais correspondiam aos seus interesses. Entre sessões práticas e outras mais expositivas, focando temas diversos, foi notória, nas sessões a que assistimos, a utilização pelos dinamizadores das novas tecnologias da Texas, com particular incidência no TI Navigator. No final da tarde do dia 26 decorreu uma mostra do trabalho desenvolvido pelas equipas T3 de vários países, na qual participámos, usando uma apresentação preparada para o efeito e mostrando materiais usados na formação. (figura 12).

Quanto a outros aspectos laterais, registre-se a gastronomia local, com uma forte influência mexicana, mas que nos proporcionou apreciáveis refeições (apesar do Armando ter confundido uma generosa malagueta com um delicioso pimento...).

Por último, registre-se a existência de um Santo António português, em plena zona turística da cidade de San Antonio, com uma inscrição referindo ter sido essa estátua uma oferta de Portugal.

Armando Severino, Escola Secundária Calazans Duarte

Celina Pereira, Escola Secundária Calazans Duarte

Eduardo Cunha, Escola Secundária de Barcelos

João Cavaleiro, Escola Secundária de Tondela

Figura 11

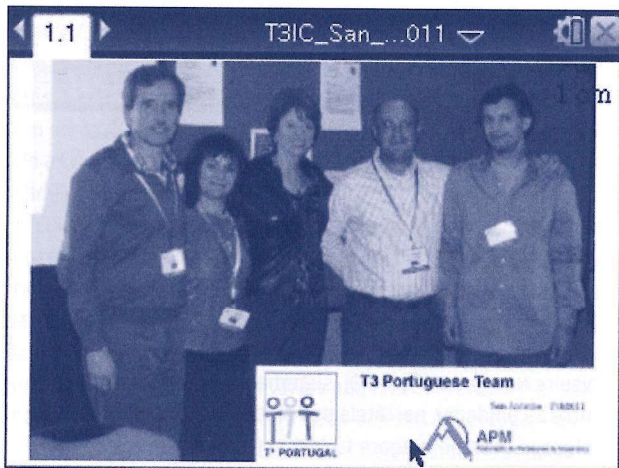


Figura 12