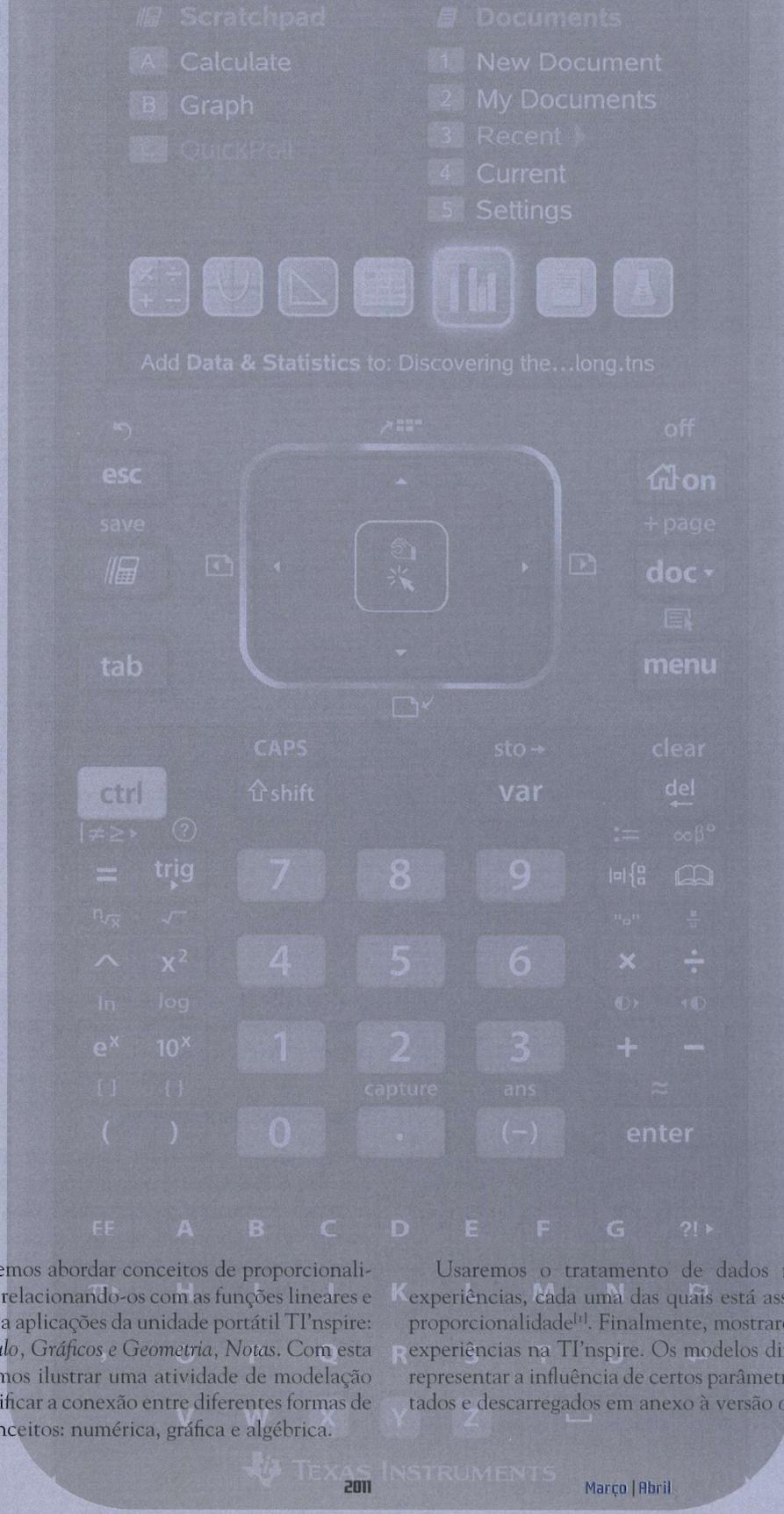


A proporcionalidade com a TI'nspire

António José Mendes

Luís Reis

Manuel Teles Lagido



Neste artigo pretendemos abordar conceitos de proporcionalidade direta e inversa, relacionando-os com as funções lineares e racionais, recorrendo a aplicações da unidade portátil TI'nspire: *Listas e Folha de Cálculo*, *Gráficos e Geometria*, *Notas*. Com esta abordagem pretendemos ilustrar uma atividade de modelação matemática e exemplificar a conexão entre diferentes formas de representação dos conceitos: numérica, gráfica e algébrica.

Usaremos o tratamento de dados recolhidos em duas experiências, cada uma das quais está associada a um tipo de proporcionalidade^[1]. Finalmente, mostraremos a simulação das experiências na TI'nspire. Os modelos dinâmicos criados para representar a influência de certos parâmetros podem ser consultados e descarregados em anexo à versão *on-line* do artigo.

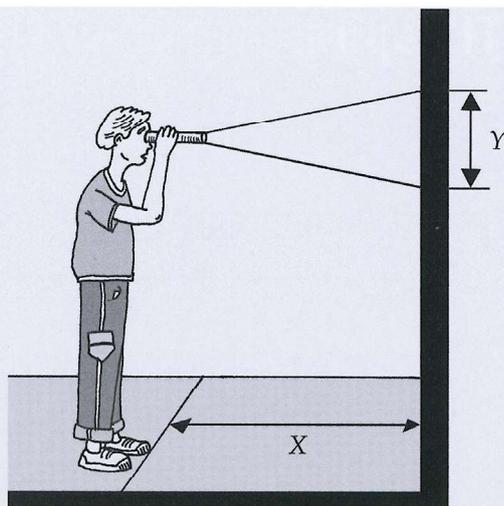


Figura 1. Experiência Matemática por um canudo

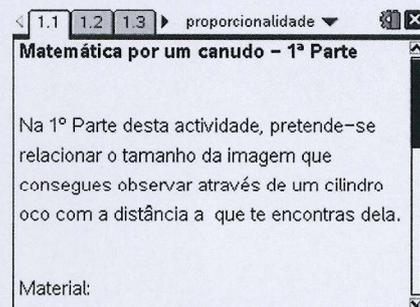


Figura 2. Enunciado da atividade na TI'nspire

Distância à parede (cm)	Comprimento de fita visível (cm)
50	13
100	25
150	35
200	47
250	59
300	73

Figura 3. Canudo fixo: dados experimentais

	dist_parede	comp_fita
1	50	13
2	100	25
3	150	35
4	200	47
5	250	59

Figura 4. Listas na TI'nspire (canudo fixo)

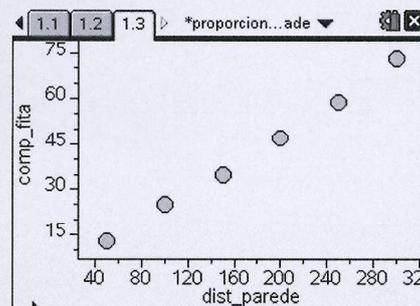


Figura 5. Gráfico estatístico (canudo fixo)

Proporcionalidade direta

Os dados resultam da experiência seguinte: observar uma fita métrica, colocada verticalmente numa parede, através de um canudo de comprimento fixo, posicionado a diferentes distâncias dessa parede (Figura 1)^[2].

A unidade portátil TI'nspire permite incluir o próprio enunciado da atividade, através da aplicação *Notas* (Figura 2)^[3].

Os dados experimentais constam da tabela da Figura 3.

Na TI'nspire deve-se adicionar uma nova página de listas e folhas de cálculo^[4] e introduzir os dados experimentais. Deve-se colocar o cursor no topo da coluna (junto da letra A) e escrever o nome da variável independente; repete-se o procedimento na coluna B para a variável dependente (Figura 4).

Em seguida, vamos criar um gráfico^[5]. Devemos associar as variáveis **dist_parede** e **comp_fita** a cada um dos eixos, clicando na área respectiva do ecrã (Figura 5).

Para definir a função que melhor se ajusta aos dados, devemos começar por identificar o tipo de proporcionalidade^[6] (Figura 6).

Proporcionalidade inversa

Na segunda experiência, os dados resultam da observação da fita métrica, colocada verticalmente na parede, através de canudos de comprimento variável, posicionados a uma distância fixa dessa parede.

Os dados experimentais constam da tabela da Figura 7.

No documento já aberto na unidade portátil TI'nspire devemos criar um novo problema^[7]. Desta forma, todas as variáveis e funções introduzidas não ficam associadas ao problema anterior. Os procedimentos na TI'nspire são análogos aos do primeiro problema (Figuras 8, 9 e 10).

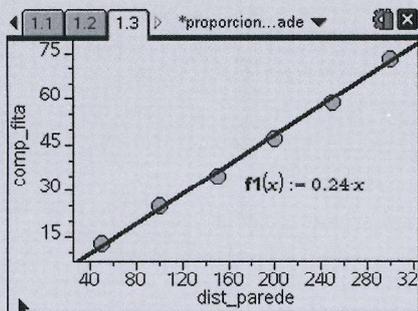


Figura 6. Função de ajustamento aos dados (proporcionalidade direta)

Comprimento do tubo (cm)	Comprimento de fita visível
10	46
23	21
33	14
60	8
100	4,5

Figura 7. Distância fixa: dados experimentais

	comp_t...	comp_fita
1	10	46
2	23	21
3	33	14
4	60	8
5	100	4.5

Figura 8. Listas na TI-nspire (distância fixa)

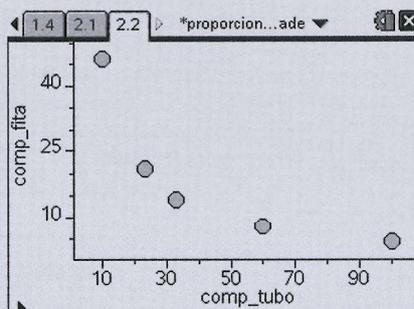


Figura 9. Gráfico estatístico (distância fixa)

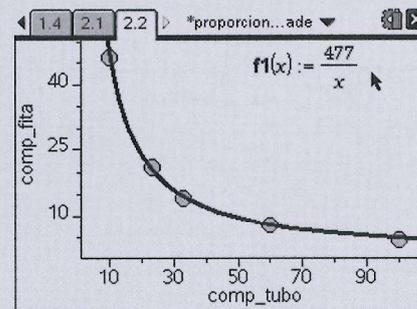


Figura 10. Função de ajustamento aos dados (proporcionalidade inversa)

Em ambas as situações de proporcionalidade, podemos procurar a melhor função que se ajusta aos dados usando tentativas ou os modelos de regressão da calculadora. Cada um dos métodos tem as suas vantagens, naturalmente.

Um teste

O professor pode aproveitar uma das funcionalidades do software TI-nspire Teacher Edition, para construir um pequeno teste, que permita avaliar o nível de compreensão dos conteúdos por cada aluno. São possíveis questões com diversos tipos de resposta: escolha múltipla (Figuras 11A, 11B); verdadeiro ou falso (Figura 12); resposta aberta (Figura 13).

Ganha-se maior dinamismo, interatividade e celeridade, caso o professor tenha disponível o sistema Ti Navigator, o qual permite, através de comunicação sem fios, enviar o enunciado

para cada uma das unidades portáteis, recolher as respostas dos alunos e analisar resultados *in loco*, de forma a ser possível corrigir, no imediato, más interpretações, ou reexpor conceitos ainda não consolidados.

Simulação das experiências na TI-nspire

Nas situações anteriores o professor deverá instar os alunos a tecerem comentários sobre a qualidade dos dados experimentais obtidos, o rigor de ajuste dos modelos de funções propostos e as limitações práticas com que se confrontaram.

A discussão comparativa dos dados obtidos e a análise dos possíveis erros cometidos por cada um dos grupos de alunos ajudará a uma maior consolidação dos conceitos. O professor pode ainda recorrer à modelação das situações experimentais, através da apresentação de modelos matemáticos dinâmicos que descrevam as situações expostas (Figuras 14 e 15).

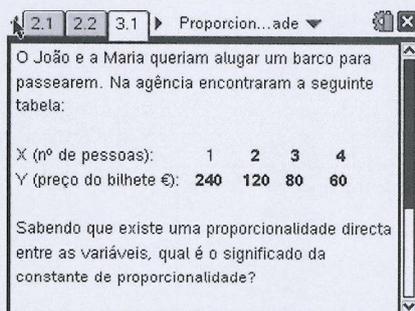


Figura 11A. Questão de escolha múltipla

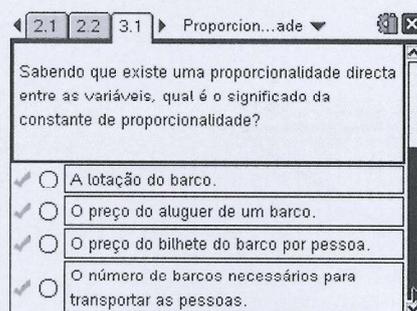


Figura 11B. Questão de escolha múltipla

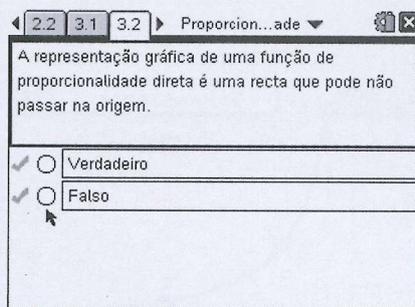


Figura 12. Questão de verdadeiro ou falso

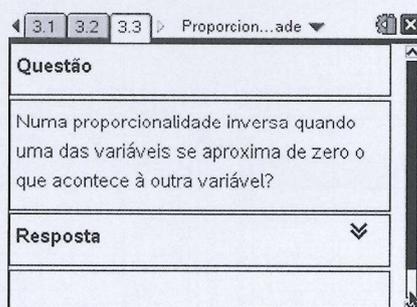


Figura 13. Questão de resposta aberta

Na figura 14, apresenta-se a simulação da variação da distância do observador à parede. O retângulo representa o tubo. O ponto P representa a posição do observador em relação à parede. O ponto F representa o foco do «óculo». Mx é a abcissa do ponto M , distância do observador (foco F) à parede. My é a ordenada do ponto M , comprimento do segmento $[AB]$ (fita métrica), visível a partir do foco F .

Para explorar este ficheiro, selecciona-se em Menu a opção 5: Traçar, 4: Traçado geométrico e clica-se sobre o ponto M . Em seguida, move-se P , para alterar a distância do observador à parede, e observa-se o traçado do ponto M .

Na figura 15, apresenta-se a simulação da variação do comprimento do tubo. O ponto C controla esse comprimento. O ponto F é o foco fixo do «óculo» e, simultaneamente, a posição do observador. Mx é a abcissa do ponto M , comprimento do tubo e My a ordenada do ponto M , comprimento do segmento $[AB]$ (fita métrica), visível a partir do foco F .

Desta vez, move-se o ponto C , para alterar o comprimento do tubo, e observa-se o traçado do ponto M .

Uma investigação suplementar

O professor pode ainda mostrar modelos matemáticos onde se analisa a influência de alguns parâmetros experimentais na qua-

lidade dos resultados obtidos, nomeadamente a distância entre o «foco do observador» e o «foco do tubo» ou a inclinação do tubo relativamente à horizontal. Desta forma, pretende-se justificar algumas das possíveis discrepâncias detectadas nos resultados recolhidos e sensibilizar os alunos para a necessidade de rigor e controlo de todos os parâmetros experimentais.

A Figura 16 exemplifica a discrepância obtida quando a posição do observador se afasta do foco do óculo. O ponto P representa a posição do observador em relação à parede. O ponto F é o foco do «óculo». Mx é a abcissa do ponto M , distância do foco F à parede e My a ordenada do ponto M , comprimento do segmento $[AB]$ (fita métrica), visível a partir do foco F . O ponto F_1 representa a posição do observador (afastado do foco do «óculo») e M_1y é a ordenada do ponto M_1 , comprimento do segmento $[A_1B_1]$, visível a partir do observador, F_1 .

Clicando sobre os pontos M e M_1 e movendo o ponto P , observa-se o traçado dos pontos M e M_1 , ao alterar a distância do tubo à parede.

A figura 17 exemplifica a influência da inclinação do tubo. O ponto I altera a inclinação do «óculo». P representa a posição do observador em relação à parede e F o foco do «óculo». Mx é a abcissa do ponto M , distância do foco F à parede e My a ordenada do ponto M , comprimento do segmento $[AB]$ (fita métrica), visível a partir do foco F . Clicando em M e movendo

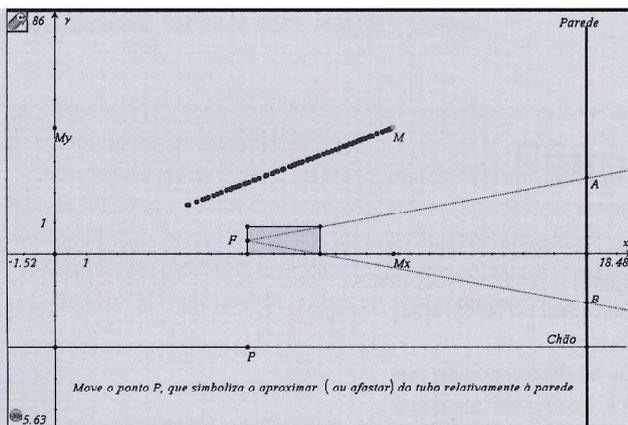


Figura 14. Variação da distância do observador à parede

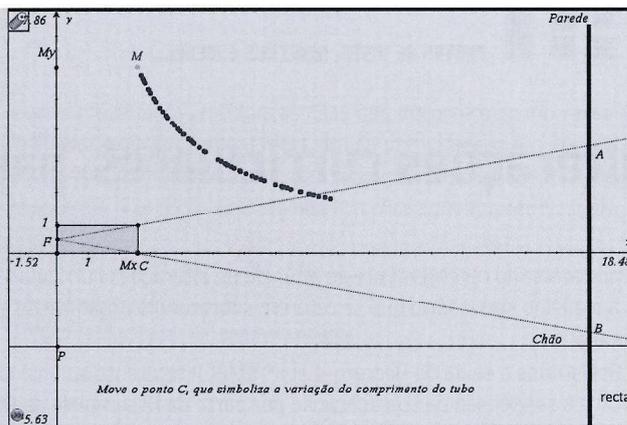


Figura 15. Variação do comprimento do tubo

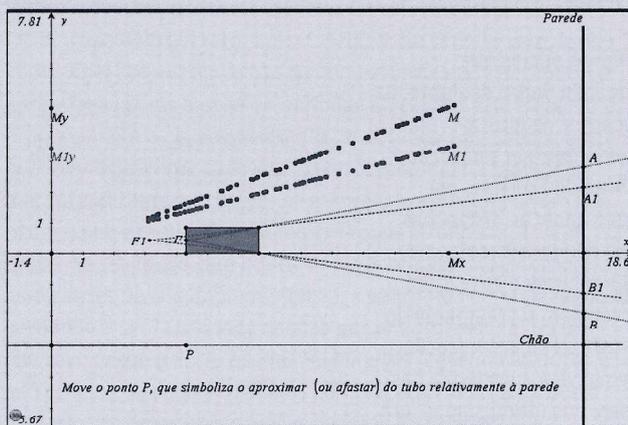


Figura 16. Posição do observador afastada do foco do «óculo»

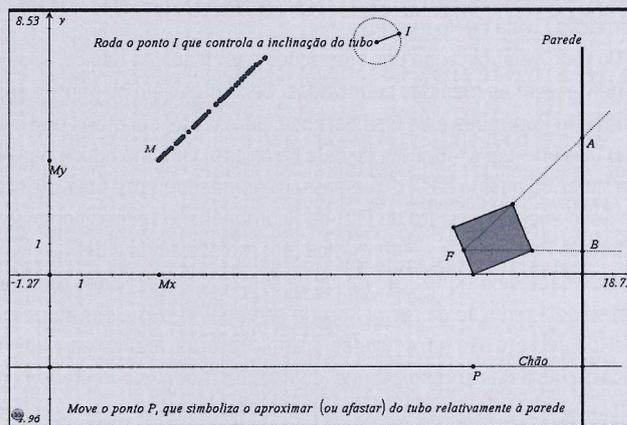


Figura 17. Inclinação do «óculo»

o ponto P , para alterar a distância do tubo à parede, observa-se o traçado do ponto M .

Observações finais

Com este exemplo, que envolve conceitos matemáticos relativamente acessíveis, tentámos mostrar como a utilização da tecnologia permite enriquecer a análise da situação experimental.

Temos a consciência de que a utilização da modelação matemática na sala de aula não é simples, levantando algumas questões relevantes: pouco tempo disponível para a realização de experiências; menor controlo sobre o que ocorre e como decorre a aula; possível confronto com situações não planeadas e para as quais o professor não tem resposta imediata; dificuldade de, rapidamente, corresponder às solicitações de todos os grupos de alunos. Existem, no entanto, benefícios que não podem ser desprezados, nomeadamente, uma forma mais criativa de abordagem de tópicos matemáticos, exploração de situações matemáticas contextualizadas, análise transversal dos conteúdos com uso de múltiplas ferramentas matemáticas e enriquecimento da visão crítica sobre os resultados obtidos.

Notas

- 1 Este artigo revisita a atividade «Matemática por um canudo», construída pelo Grupo de Trabalho T3 e publicada no livro *Funções no 3.º Ciclo com tecnologia*.
- 2 Agradecemos a colaboração do ilustrador António Cardoso.
- 3 Fazer 1:Novo e criar novo documento. Selecionar 6: Adicionar notas
- 4 5: Dados e estatística
- 5 5: Dados e estatística
- 6 4:Analisar ▶ 4: Traçar função
- 7 4: Inserir ▶ 1: Problema

António José Mendes

Luis Reis

Manuel Teles Lagido

Grupo de Trabalho T3 da APM