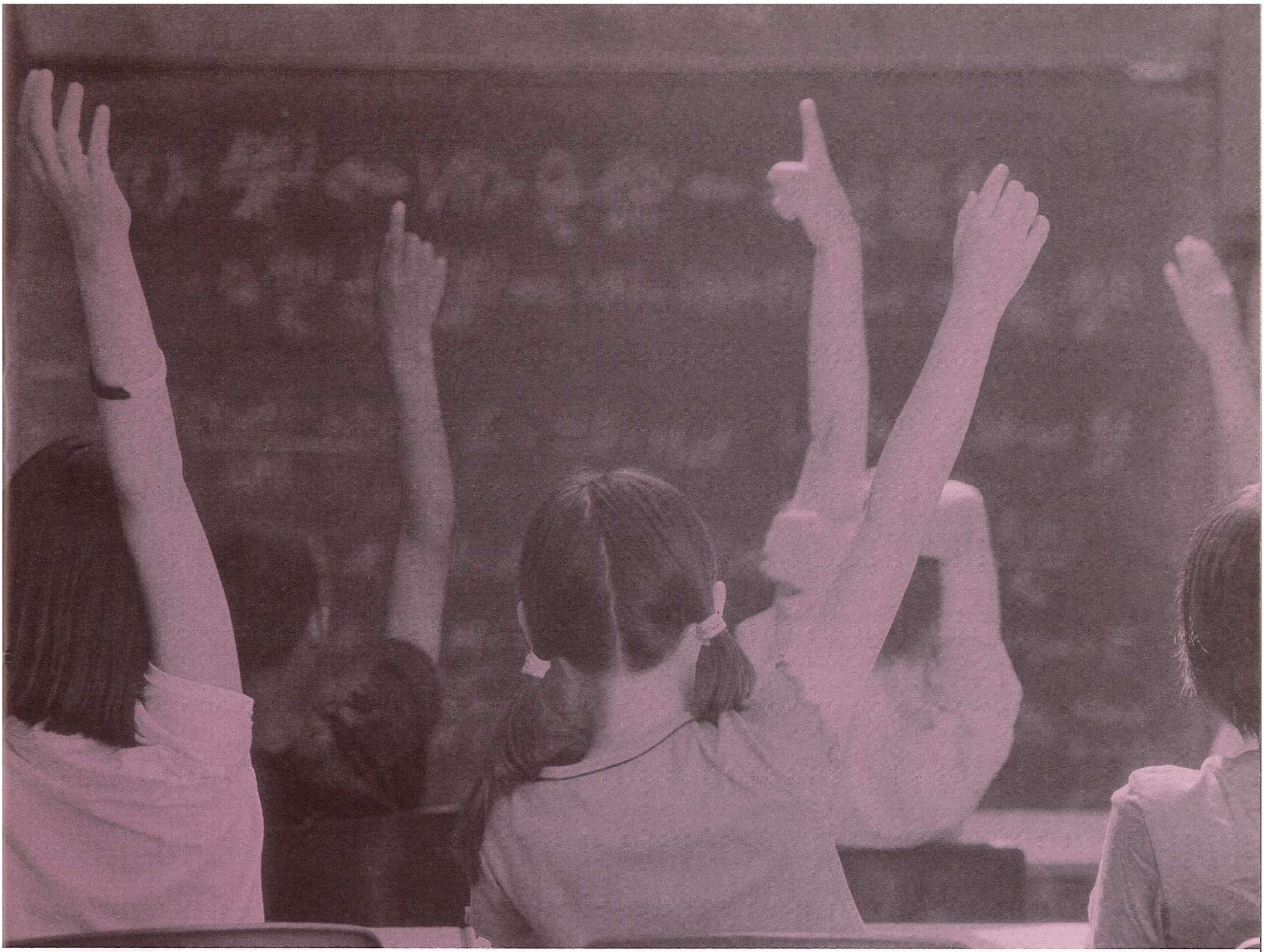

Uma solução matemática para a Educação

Alberto Pimenta

Se um problema existe cuja resolução, para além de supostamente complexa, é também muitíssimo ingrata é com certeza a Educação. De facto, na soma dos seus aspectos técnicos e cívicos o problema da Educação (ou melhor dizendo da sua falta) está na base de todos os restantes problemas sociais. No entanto, a sua solução, mesmo que projectada com a maior destreza e perfeccionismo, só poderá em princípio produzir efeitos uma geração após o início do processo de mudança.

Entenda-se Educação, não apenas como um conjunto de habilidades específicas ensinadas dentro de aulas e avaliadas em exames, mas também como uma série de competências, sensibilidades e aspirações sociais que certamente fazem parte de qualquer projecto de desenvolvimento humano.

O Homem, reconhecido animal de hábitos, não só se opõe à mudança de forma crescente ao longo da vida, como orgulhosamente o reconhece em ilustrativas pérolas da sabedoria popular (pau que nasce torto tarde ou nunca se endireita, burro velho não aprende línguas, ...). Para além da oposição individual à mudança própria verifica-se também a oposição colectiva à mudança de cada um, igualmente ilustrada na sabedoria do povo (se não podes vencê-los junta-te a eles, diz-me com quem andas, dir-te-ei quem és, em Roma sê romano, ...). Daí que, em grande medida, a correcção de aspectos estruturais de educação só se afigure possível via renovação de gerações.

Este desfasamento, juntamente com o espinhoso caminho que é a alteração em massa de qualquer processo (os agentes da educação[1], como seres humanos que felizmente são, também oferecem resistência — ainda que mais educada), prefigura um imponente desincentivo político por via das mais do que certas dificuldades e garantida ausência de resultados, à escala de tempo de um mandato.

No entanto, é bom que se note que nenhuma patologia de origem social poderá alguma vez ser curada na ausência de uma educação eficaz. O desemprego, a criminalidade, o défice de empreendedorismo, a falta de empenho, a ausência de brio e, enfim, a apatia, indiferença e falta de iniciativa que caracterizam a sociedade portuguesa (salvo para questões isoladas que não são as de fundo) permanecerão de pedra e cal até que o problema desapareça a montante... e a solução lentamente se propague. Há quem defenda que a indiferença se deve à falta de incentivos e se justifica por não haver perspectivas de justa recompensa para quem efectivamente se empenhe em melhorar. Por outro lado, tal justa recompensa jamais aparecerá se a sociedade no seu global estiver alinhada num patamar inferior de desenvolvimento, ao qual corresponde baixa produtividade. Estamos pois perante um problema circular que não se resolverá por si só. Mas a solução, com todas as dificuldades existentes, passa seguramente por envolver cada um de nós num processo global de evolução.

Estabelecida a importância de melhorar e reconhecidas as dificuldades envolvidas propomos-nos a estudar rapidamente a vagarosa dinâmica do processo de re-educação que nos permitirá aspirar a um dia sermos diferentes.

Para analisar a evolução de qualquer processo é preciso conseguir medir. Suponhamos pois que o nível médio de educação dos indivíduos em idade de aprendizagem de determinada população se caracteriza por uma variável macroscópica E. O valor individual é definido, para cada elemento da população, por uma hipotética ponderação de variáveis microscópicas — $E_i = f(x_i, y_i, ...)$ — cuja estrutura precisa não nos interessa detalhar. Interessa apenas ter presente que, seja qual for a combinação de variáveis, é possível definir um processo de determinar E_i — um processo de avaliação — e que tomando a média dos valores E_i ao longo da população se obtém o indicador macroscópico E. Ora, é precisamente a evolução no tempo deste indicador, ou seja a função $E(t)$, que nos interessa estudar.

Admitamos para tal que o Estado gasta anualmente na Educação um valor fixo, proveniente da boa cobrança de impostos, prazerosamente pagos pelos elementos adultos da população. Admitamos também que esta quantia (Q) se subdivide em duas componentes: manutenção (M) e investimento (V). Se supusermos que a verba de manutenção é a necessária e suficiente para garantir condições de funcionamento constante concluiremos que, do gasto total, o factor favorável à variação positiva de $E(t)$ será a verba de investimento V. Naturalmente, não será V directamente a participar na variação mas sim este valor ponderado pela eficácia associada aos objectos finais de tal investimento. Define-se portanto a relação

$$V_{ef} = \rho(Q - M) = \rho V, \qquad (1)$$

cujo significado não é mais do que afirmar que existem formas mais eficazes do que outras de investir a quantia V, sendo essa eficácia medida pelo parâmetro ρ[2].

Assim, parece natural assumir que a variação de $E(t)$, representada pela derivada em ordem ao tempo, seja de alguma forma proporcional a V_{ef}:

$$\dot{E} \propto \rho V. \qquad (2)$$

Por outro lado, pelo que já foi referido acima, é imperativo que qualquer descrição da educacional variação que procuramos tenha em conta a resistência humana ao processo de melhoria.

Para esta resistência contribui a já referida influência do meio, a qual está relacionada com o estado educacional médio da sociedade (professores, pais, familiares e outros elementos adultos da população). Ora este estado educacional é reflectido também pela função E, mas num momento anterior. Por outras palavras, o patamar educacional da sociedade adulta, o qual se reflecte nos elementos em fase aprendizagem, está relacionado com o indicador E medido no seu tempo próprio de educação:

$$E_m \propto E(t - \Delta) \qquad (3)$$

Na equação (3) Δ corresponde evidentemente ao intervalo geracional. Deste modo avança-se com a seguinte hipótese para a resistência imposta pelo meio:

$$R_m = \beta(E - E_m) = \beta(E(t) - E(t - \Delta)) \qquad (4)$$

em que o parâmetro β reflecte a intensidade desta resistência.

O leitor poderá objectar a esta hipótese afirmando que raramente alguém tenta exercer resistência directa em relação à educação dos mais jovens. Sobre este ponto importa esclarecer que a resistência não é forçosamente explícita. Pelo contrário, é maioritariamente implícita pela ausência de condições criadas, pela falta de incentivos, pelos exemplos dados ou simplesmente pelas baixas aspirações em relação ao progresso do educando, consequência de uma fasquia educativa menos elevada. Como exemplo imediato podemos relembrar as dificuldades educativas das crianças habitantes de bairros sociais que mesmo que não sofram acções directas prejudiciais à sua educação são diariamente penalizadas pelas condições que as envolvem. Interessa igualmente esclarecer que a resistência do meio representa um valor médio. Pode até haver casos em que o meio incentive em vez de resistir, mas tal será certamente uma excepção e não a regra. Voltando ao exemplo anterior: um determinado conjunto de estudantes pode ter excelentes professores mas o péssimo enquadramento social dificultar gravemente o avanço. O impacto efectivo destas dificuldades constitui precisamente o parâmetro β.

Feitos os esclarecimentos continuemos a trabalhar o modelo evolutivo. De acordo com o que foi dito a equação (4) sugere:

$$\dot{E} \propto \rho V - \beta[E(t) - E(t - \Delta)] \qquad (5)$$

No entanto, devemos ter em mente que a escalada da montanha do desenvolvimento não é composta por degraus de igual dificuldade. Pelo contrário, a evolução é incrementalmente trabalhosa: quanto mais alto o nível atingido mais difícil será aceder ao seguinte. A forma mais simples de modelar este fenómeno é admitir que a variação é simultâneamente afectada na razão inversa da própria função:

$$\dot{E} \propto \frac{F(\rho, V, \beta, E)}{E} \qquad (6)$$

complementando a expressão (5). Introduza-se então, o conceito de resistência intrínseca por via de uma constante de proporcionalidade interna à população.

$$R_i = \gamma E(t). \tag{7}$$

A constante γ traduz a maior ou menor oposição genética à aprendizagem. Assim, o modelo simplificado para a evolução educativa, compatível com as hipóteses (5) e (6), é descrito pela seguinte equação:

$$\dot{E} = \frac{V_{ef} - R_m}{R_i} \tag{8}$$

que na sua forma explícita se escreve:

$$\dot{E} = \frac{\rho V - \beta[E(t) - E(t-\Delta)]}{\gamma E(t)} \qquad \rho, V, \beta, \gamma > 0 \tag{9}$$

A equação anterior pertence a uma classe de equações designadas por Equações Diferenciais com Atraso (*Delay Differential Equations* ou DDEs) e depende dos parâmetros aqui sucessivamente introduzidos. O parâmetro γ não se considera sensível a intervenções externas por representar uma característica intrínseca à população: a sua dificuldade natural de aprendizagem. Interessa pois analisar a dinâmica desta equação, sabendo de antemão que a evolução será potenciada maximizando V_{ef} e minimizando β[3]. Convém no entanto ter em mente que há um limite físico para V_{ef}. O processo educativo vive essencialmente da interacção entre pessoas pelo que o investimento em infra-estruturas e materiais de apoio V tem um ponto óptimo acima do qual já não produz resultados e o dinheiro se torna mal gasto. Ou seja a eficiência desce quando V ultrapassa determinado valor de tal modo que V_{ef} não ultrapassa o valor limite. Fica assim claro que nas condições ideais de investimento o parâmetro β é determinante na evolução.

Na sua forma mais simples, $\beta = 0$, a expressão (9) transforma-se numa Equação Diferencial Ordinária (*Ordinary Differential Equation* ou ODE) separável cuja solução designaremos por E_0 e é dada por:

$$E_0(t) = \left(\frac{2\rho V}{\gamma} t\right)^{1/2} \tag{10}$$

A expressão (10) denota, como se pode ver, um crescimento infra-linear contínuo o qual representa a evolução no melhor dos cenários. No caso geral há que empreender uma análise mais complexa para chegar a conclusões.

Para a resolução de uma DDE simples é necessária não só a condição inicial mas também uma função inicial cuja forma se conheça num intervalo igual ou maior ao *delay* presente na equação. Suponhamos então que

$$E(t) = 0 \qquad t \leq 0 \tag{11}$$

ou seja que a educação começa do zero. Uns poucos professores, ardósia, giz e uma população nos mínimos da literacia. Da condição (11) segue que para o intervalo I_1, $t \in]0, \Delta]$ temos $E(t-\Delta) = 0$, de onde se obtém:

$$\dot{E} = \frac{\rho V - \beta E(t)}{\gamma E(t)} \tag{12}$$

A expressão (12) é uma ODE da qual se obtém a solução para o intervalo referido. Tal solução servirá para determinar $E(t-\Delta)$ no intervalo I_2. Analogamente, a solução no intervalo I_2 permitirá determinar a do intervalo I_3. A repetição deste processo permite determinar a evolução de $E(t)$ em qualquer intervalo I_k. Temos pois que a solução $E(t)$ é uma função contínua definida por troços.

Dado não ser possível obter expressões simples para cada troço da função interessa pelo menos enunciar as suas propriedades fundamentais:

$$E(t) \leq E_0 8t) \qquad t \geq 0 \tag{13}$$

$$\lim_{t \to +\infty} E(t) = +\infty \tag{14}$$

Uma vez que (13) é trivial vejamos como se pode demonstrar (14). Para começar verificaremos que nos pontos interiores aos intervalos I_k, $\dot{E}$ nunca se anula. Para tal utilizaremos o método de redução ao absurdo, o qual goza da nossa maior simpatia pela clara afinidade com o país em que vivemos.

No intervalo I_1 a função $E(t)$ é monótona crescente. Tal conclui-se da análise de (12), que pode ser escrita na forma de uma equação de Abel, cuja solução é conhecida [1]. Suponhamos então que $\dot{E}$ se anula num primeiro ponto t_0 pertencente a I_2.

Aplicando o operador derivada em ambos os lados de (9) obtém-se:

$$\ddot{E} = \frac{-\beta\gamma(\dot{E}(t) - \dot{E}(t-\Delta))E(t) - (\rho V - \beta(E(t) - E(t-\Delta))\gamma\dot{E}(t))}{\gamma^2 E(t)^2} \tag{15}$$

expressão esta que avaliada em t_0 se reduz a

$$\ddot{E}(t_0) = \frac{\beta\dot{E}(t_0 - \Delta)}{\gamma E(t_0)} \tag{16}$$

Mas sendo a expressão (16) positiva (por E ser monótona crescente em I_1) o instante t_0 teria que representar um mínimo. Ora isto contraria o facto de $E(t)$ ser monótona crescente em I_1, excepto se a derivada mudar de sinal de forma descontínua na fronteira dos intervalos I_1 e I_2, ou seja em $t = \Delta$. No entanto, por cálculo directo das derivadas laterais com recurso a (9) verifica-se que a derivada existe e é contínua[4]. Desta forma, conclui-se que $E(t)$ é monótona crescente em I_2.

A aplicação repetida deste mesmo processo permite estender esta conclusão a qualquer intervalo I_k de onde segue que $E(t)$ é monótona crescente para qualquer t.

Para verificar (14) resta apenas demonstrar que $E(t)$, que já vimos ser monótona crescente, não tende para um valor constante. Voltemos para tal ao absurdo. Suponhamos que E tende de facto para um valor constante. Nesse caso:

$$\dot{E} = \frac{\rho V - \beta[E(t) - E(t-\Delta)]}{\gamma E(t)} \to 0 \tag{17}$$

e portanto

$$E(t) - E(t-\Delta) \to \frac{\rho V}{\beta} \tag{18}$$

o que implica

$$E(t) \to \frac{\rho V}{\beta\Delta} t + CTE \tag{19}$$

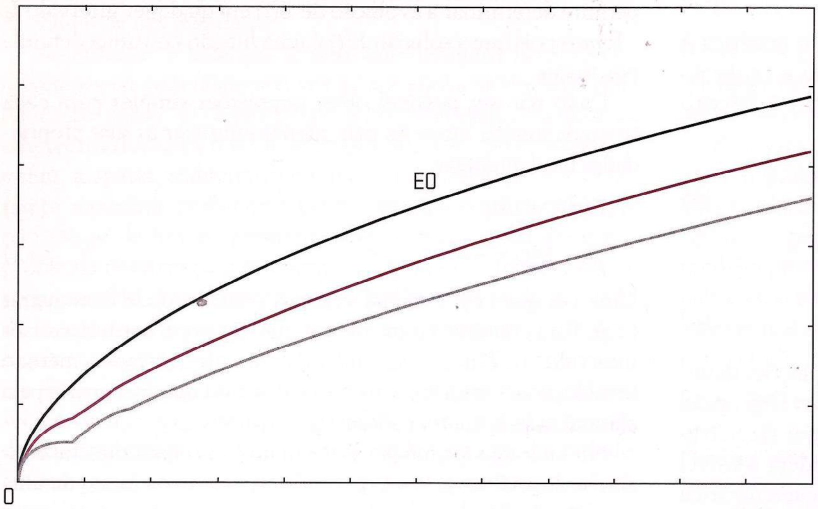

Figura 1. Soluções para diferentes valores de β

facto este que contradiz a premissa inicial e permite concluir (14).

Temos pois que a evolução educativa se dá por via de crescimento contínuo, não limitado, mais ou menos célere em função de um conjunto de parâmetros. Esta conclusão, sustentada pelo modelo desenvolvido, materializa aquilo de que se suspeitava. É preciso acelerar. É necessário investir, com eficácia. Mas principalmente é preciso atenuar a resistência educativa da sociedade. E como se faz isso?

A resposta, que todos procuramos, é muito mais simples do que qualquer modelo matemático. E representa investimento, sim, mas indirecto.

Se nos interrogarmos, «qual é coisa qual é ela que nos faz decidir algo, ignorando quaisquer pressões e opiniões da geração mais informada?» a que conclusão chegaremos? A resposta é o *marketing*. Aí se deve investir. É o *coolness factor*, que determina as acções de quem é jovem, que nos leva a fumar ou a ir ao ginásio, a frequentar o sítio X, a almoçar no sítio Y ou a adquirir determinado *gadget*. Assim se anula β e se evolui na direcção certa. Não sofremos nós, desde 1143, do mal da ostentação? Quando ser bom for *cool*, os portugueses serão os melhores.

Agora implemente-se. Promova-se. O meu trabalho, que era explicar, está feito.

Notas

[1] Entenda-se agente de educação no sentido lato, i.e., como todo e qualquer adulto que pretenda influenciar ou servir de referência aos elementos mais jovens.

[2] Este parâmetro encarrega-se igualmente de quaisquer conversões de unidades necessárias.

[3] A existência deste parâmetro não é em todos os casos prejudicial: num cenário de desinvestimento em que $V = Q - M < 0$ a existência deste parâmetro permite travar um eventual retrocesso educativo. Esse não é no entanto o processo em estudo.

[4] As descontinuidades das derivadas podem existir no pontos entre intervalos devido à variação abrupta da contribuição da componente retardada. Esta é uma característica conhecida das DDE. No caso presente a primeira derivada é descontínua em $t = 0$ sendo a segunda descontínua em $t = \Delta$.

Referências

[1] Plolyanin, Andrei D.; Zaitsev, Valentin F. — *Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations*, Chapman & Hall/ CRC Press, Boca Raton, 2003 (2nd edition).

Este texto constitui uma humilde homenagem ao estilo interventivo de Fernando Pessoa, cuja incomparável expressão em textos como «O caso mental Português» ou «Ou banqueiro anarquista» evidencia a rigorosíssima veia analítica de um dos maiores autores da Literatura Portuguesa.

Alberto Pimenta