Possíveis conexões no NPMEB, uma experiência em sala de aula

No passado dia 3 de Setembro, em Aveiro, durante a Sessão Especial «Conexões na revista Educação & Matemática», foram apresentadas por dois autores de programas — Jaime Carvalho e Silva, do Ensino Secundário e João Pedro da Ponte do Ensino Básico — formas de se trabalharem as conexões nos currículos. Ao assistir à sessão veio-me à memória uma aula de 7.° ano, já com o Novo Programa, que envolveu um pouco de História...

O desafio surgiu após a inscrição de três professoras (incluindo eu própria) da mesma escola numa acção de formação realizada no Instituto de Educação. Apesar de dispormos de um significativo conjunto de tarefas apresentadas pela DGIDC, queríamos fazer diferente...

O tema que não se adivinhava fácil, era as Equações, tendo já sido trabalhado com os alunos o tema Sequências.

Partimos de uma actividade proposta pela Educação Matemática n.° 27 com o título Egípcios, *Hindus, tentativas* e *aritmética*, que introduzia os alunos na resolução de problemas numéricos. Esta actividade, depois de adaptada, deu origem a outra com o mesmo nome mas com um objectivo final diferente...

Tarefa 1 — Egípcios, Hindus, tentativas e aritmética

Materiais para a sala de aula
Educação e Matemática, n.° 27, 1993

I. Os Egípcios e so problemas de tentativas

Os antigos egípcios tinham uma estratégia (caminho) especial para encontrar respostas para certo tipo de números, a que chamavam de enigmáticos. É um método de procurar a resposta por tentativas até encontrar o número enigmático.

Trata-se de um método ainda hoje utilizado para a resolução de problemas em matemática. Em grande parte dos casos acaba-se mesmo por descobrir uma regra geral para resolver problemas de um mesmo tipo, a partir de umas quantas tentativas efectuadas.

1. Repara no seguinte exemplo apresentado por um matemático egípcio:

   «O triplo de um número adicionado ao próprio número dá como resultado 24. Qual é esse número?»

   O nosso amigo egípcio começou por experimentar o número 2, ou seja, fazer uma tentativa para verificar se seria o 2 o número enigmático.

   A que conclusão terá chegado? Se o número enigmático não for o 2, tenta tu descobri-lo.

2. Tenta, agora, resolver um novo enigma, usando novamente o «método das tentativas»:

   «Se ao sêxtuplo de um número subtrairmos o dobro desse número obtemos como resultado 512. Qual é o número?»

II. Os Hindus e os problemas numéricos

Os antigos hindus adoravam problemas numéricos. Um matemático chamado Aryabhata, que viveu na Índia, durante o século VI depois de Cristo apreciava problemas deste tipo:

«Se a um certo número adicionarmos 4, o resultado for dividido por 2, o novo resultado multiplicado por 5 e ainda ao novo resultado subtrairmos 6, encontramos como resposta o número 29. Qual era o número inicial?»

Poderás experimentar vários números, por aproximações sucessivas, até encontrares uma resposta. Contudo, Aryabhata descobriu outro caminho para procurar imediatamente o número desejado. Ficou, então, conhecido por método de inversão.

Que caminho será? Por que razão terá ficado conhecido por método de inversão?

1. Depois de fazeres algumas tentativas e com a ajuda de um esquema do problema apresentado, procura descobrir, com os colegas do teu grupo, o método de Aryabhata, isto é, o método que lhe permite chegar ao número pretendido directamente sem usar o método de tentativas.
2. Aplica, agora, o método encontrado a novos problemas do mesmo género:

   2.1. Se dividirmos um número por 6, multiplicarmos o resultado por 5 e adicionarmos 8 ao novo resultado obtemos como resultado 23. Qual é o número inicial?

   2.2. Se a um número adicionarmos 10, ao resultado adicionarmos 3, dividirmos o novo resultado por 4, multiplicarmos o resultado obtido por 7 e finalmente subtrairmos 2, obtemos como resultado 40. Qual é o número inicial?
3. Verificado o método e o seu funcionamento para dois novos exemplos faz, com o teu grupo de trabalho, um pequeno relatório explicando, através de um esquema e palavras vossas, o método de inversão do matemático Aryabhata.

III. Dos problemas numéricos às equações

Muitos dos problemas numéricos, como os dos egípcios e os dos Hindus, podem ser traduzidos por expressões matemáticas a que chamamos equações.

Uma equação é uma igualdade entre duas expressões onde aparece pelo menos um valor desconhecido (incógnita), que se representa por uma letra minúscula.

1. Escreve equações que traduzam os problemas anteriormente apresentados em I e II.
2. As equações, hoje em dia, continuam a ser úteis na resolução de problemas do dia -a dia. Tenta traduzir por uma equação o seguinte problema:

   «Uma estante custa 3 vezes o preço de uma cadeira. Qual é o preço da estante se as duas mercadorias juntas custam 64 euros?»
3. Consegues resolver o problema anterior pelo método da inversão? Explica porquê.

A actividade apresentada foi aplicada nas nossas três turmas e tinha como objectivo principal levar os alunos ao conceito e até mesmo à necessidade formal de Equação.

A tarefa iniciou-se com a exploração dos «problemas numéricos egípcios» e com a discussão sobre a forma como estes os resolviam — método das tentativas.

Ultrapassados os primeiros receios da nossa parte, o método das tentativas foi facilmente compreendido pelos alunos e quiseram logo pô-lo em prática. Foi aí que surgiram as primeiras dificuldades — alguns grupos apesar da discussão que se gerou entre eles, interpretaram erradamente o enunciado. Na questão II, por exemplo, um grupo raciocinou da seguinte forma:

29-6 = 23: 5 = 46 x2 = 9.2 - 4 = 5.2
R: O numero inicial era 5.2

Na questão I.2., outro grupo, curiosamente, iniciou a actividade traduzindo o problema por uma equação! E depois atribuíram valores a *x*:

$x \times 6 - x \times 2 = 512$
~~x~~ 100 x 6 = 600
600 - 200 = 400 → NÃO É

Seguiam-se os hindus com o seu «método da inversão». O relatar deste método, na questão II.2, pretendia ser uma abordagem facilitadora, à posteriori, da compreensão dos princípios de equivalência das equações.

Mais uma vez surgiram diferentes resoluções. Houve erros de escrita mas raciocínios certos:

Alguns dos alunos, surpreenderam-nos, traduzindo o problema na forma algébrica:

1º metedo	Metedo de inversão
? + 4 = x	29 + 6 = 35
x ÷ 2 = y	35 ÷ 5 = 7
y x 5 = w	7 x 2 = 14
w - 6 = 29	14 - 4 = 10

E surpresa ainda maior, um grupo de alunos, resumiu o método (questão II.3) utilizando as expressões numéricas. Poucas palavras mas correcto…

2. $2\left[\left[\left[\left((40+2):7\right)\cdot 4\right]-3\right]-10\right]=11$ fazer ao contrário para ter a resposta

Ou correcto e com muitas palavras…

3. O método é utilizado para descobrir um número no início de uma conta ou equação. Temos o resultado de tudo e para descobrir o número inicial é apenas inverter a conta pegando o resultado total e fazendo a conta de trás para frente (ao contrário) invertendo o sinal, tipo, sinal de mais passa a ser menos e de multiplicar fica de dividir e ao mesmo para menos = mais e dividir = multiplicar.

Utilizamos também esse método em ângulos, quando queremos descobrir qual é o resultado de uma incógnita (letra) entre números, usamos esse método para facilitar a descobrir a letra num ângulo.

Na última parte da tarefa foram apresentados aos alunos, problemas numéricos cuja resolução se torna muito morosa pelo método egípcio e impossível pelo método da inversão…

Muitos dos alunos, após referência das professoras à escrita utilizada nas Sequências, conseguiram concluir com sucesso a última questão, chegando à formalização do problema por uma equação embora

2. x preço da estante
x x 3 preço da cadeira
$(x + x) \times 3 = 64$

interpretando erradamente o enunciado: Foi muito importante a discussão realizada com toda a turma acerca dos métodos iniciais e da sua diferença para as equações bem como a persistente clarificação da diferença entre termo geral de uma sequência e uma equação. Toda a discussão permitiu que os alunos chegassem por eles à definição de equação. A resolução de equações foi um passo que apenas foi dado nas aulas seguintes mas, a linguagem formal e o conceito de equação estavam estabelecidos.

O facto de o tema ser introduzido informalmente permitiu uma conversa acerca da evolução dos processos matemáticos (científicos), acerca da relevância do papel das antigas civilizações no sistema numérico e na resolução de problemas numéricos, estabelecendo uma conexão com a História da Matemática. A tarefa foi apropriada pela generalidade dos alunos (mesmo os mais fracos!) e permitiu a introdução do conceito de equação de uma forma natural e produtiva para as aulas seguintes.

Olhando para trás, o balanço mais positivo foi definitivamente o nosso trabalho em equipa que permitiu analisar, trocar ideias, partilhar pontos de vista, discutir e melhorar até à exaustão a planificação, com consequências directas no processo de ensino-aprendizagem.

Teresa Moreira
Escola Secundária de Camões

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de forma a tornar possível a sua inclusão na Revista.