Conexões matemáticas

Graça Cebola

Introdução

Neste artigo procura-se discutir e reflectir sobre aspectos relacionados com as conexões matemáticas, tendo subjacente e fazendo a sua interligação com o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) e o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (PFCM).

Como é referido em Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), o estabelecimento de conexões matemáticas pode surgir, ao longo do ensino e aprendizagem formal, como um processo que tem por objectivo primordial a ligação da Matemática às outras áreas curriculares, à realidade do mundo que nos rodeia e também a relação entre os diferentes tópicos matemáticos. Quando resolvemos problemas cujo contexto faz apelo à vida real estamos a realçar as conexões matemáticas com a realidade. Quando combinamos as outras áreas curriculares com a Matemática enaltecemos não só a Matemática mas também as áreas envolvidas.

Também Bamberger e Oberdorf (2007) realçam a importância de os alunos, desde o pré-escolar até ao 12.º ano de escolaridade, reconhecerem e utilizarem relações entre os diferentes conceitos matemáticos e perceberem que a construção de alguns conceitos matemáticos é realizada em função de outros — conexões dentro da própria Matemática, reforçando o que já era mencionado nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2000).

O PMEB destaca o desenvolvimento de três capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática — resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática. No entanto, o Programa assume, também, a importância das conexões ao referir, explicitamente, que «valoriza também outras capacidades como as de representação e de estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática». (Ponte, *et al.*, Programa de Matemática do Ensino Básico, 2007)

Escolheram-se duas situações de sala de aula do 1.º ano, de acordo com o PMEB, onde se realça o papel do professor e o trabalho dos alunos em termos das suas produções escritas a partir das tarefas propostas, e com as quais se evidencia o estabelecimento de conexões matemáticas em algumas das vertentes anteriormente mencionadas. Todos os episódios de sala de aula fizeram parte de sessões de acompanhamento do PFCM e, como tal, foram objecto de discussão antes e depois da sua concretização. Por fim, reflecte-se sobre a importância das conexões matemáticas na sala de aula e da sua pertinência, em termos globais, no ensino e na aprendizagem da Matemática do ensino básico.

Uma história e muitos caminhos

Numa aula do 1.° ano, no início do 2.° período, a professora tem o propósito de explorar com os alunos uma tarefa que se enquadra no tema *Geometria*, tópico *Orientação espacial* e, mais especificamente, nos subtópicos *Posição e localização* e *Pontos de referência e itinerários*, do PMEB. Começa a aula recordando com os alunos a história — *Todos no sofá* — contada no dia anterior, que deu origem a um painel ilustrado por todos e que se encontra afixado numa das paredes da sala.

Para ela é importante sensibilizar os alunos a encarar a Matemática como uma linguagem que pode traduzir ideias sobre o mundo que nos rodeia. A dificuldade, muitas vezes, sentida por eles na tradução do real e da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática levou-a a escolher a tarefa *Percurso até ao sofá*. Esta tem como principal pressuposto não só a interligação das diferentes linguagens mas também o efectuar contagens.

A professora apresenta um quadro quadriculado «gigante» e distribui a ficha da tarefa (figura 1) aos alunos, que são convidados a, livremente, indicarem o percurso que os amigos têm que percorrer, não para sair do sofá, como refere a história, mas para lá chegar. Em diálogo com eles introduz as regras de registo, através de um código de setas: para cima, ↑, para baixo, ↓, para a direita, →, e para a esquerda, ←.

Os alunos estão agora atarefados a assinalar os seus percursos — e há-os para todos os gostos. De seguida, a professora solicita-lhes que contem os passos indicados. Há quinze alunos com percursos de 11 passos, um aluno com um percurso de 13 passos e um outro com um de 15 passos.

A professora aproveita estes resultados para, com a ajuda oral dos alunos, representar no quadro um gráfico de barras (figura 2). Todos percebem bem, antes do registo concluído, que a barra a que corresponderão os 11 passos vai ser a mais alta e as outras duas irão ter a mesma altura.

Na discussão que se estabelece em torno dos diferentes percursos construídos, os alunos chegam à conclusão que há uns mais longos e outros mais curtos, que um percurso mais longo é mais demorado de percorrer e um mais curto é mais rápido (no 1.° ano a apreensão deste tipo de vocabulário é

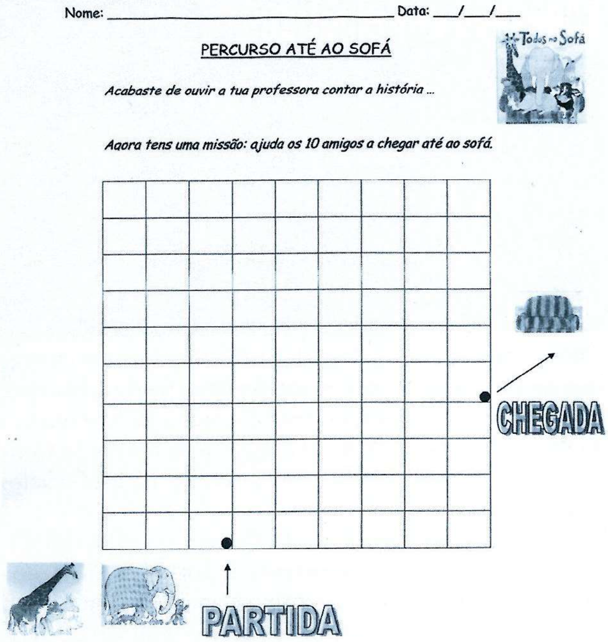

Figura 1

importante), que nem todos os percursos de 11 passos são iguais, uns vão por um lado, outros por outro.

Posteriormente, um aluno indica oralmente o seu percurso — cinco para cima, dois para a direita, um para cima, três para a direita, um para baixo, um para a direita — e duas colegas registam-no no quadro, uma no quadro quadriculado e a outra unicamente através das setas. Todos estão com atenção para ver se não há enganos e, no final, contam o número total de passos:

↑↑↑↑↑→→↑→→→↓→ (13 passos)

A professora faz também um registo no quadro

5↑2→1↑3→1↓1→

onde os números surgem já como resultado da contagem por grupos e não da contagem um a um.

Todos no sofá

Estão dez amigos todos
num sofá.
Mas estão apertados que
não cabem lá.

O rato guloso
salta do sofá.
São nove amigos
que ainda lá estão.

O coelho manso
salta do sofá.
São oito amigos
que ainda lá estão.

O gato tigrado
salta do sofá.
São sete os amigos
que ainda lá estão.

O pato marreco
salta do sofá.
São seis os amigos
que ainda lá estão.

O porco, roncando,
salta do sofá.
São cinco os amigos
que ainda lá estão.

O burro, aos coices,
salta do sofá.
São quatro os amigos
que ainda lá estão.

A vaca leiteira
salta do sofá.
São três os amigos
que ainda lá estão.

A alta girafa
salta do sofá.
São dois os amigos
que ainda lá estão.

O grande elefante
salta do sofá.
Já só um amigo
ainda lá está.

João Preguição
fica no sofá.
Deita-se a dormir
e não sai de lá.

Luísa Ducla Soares

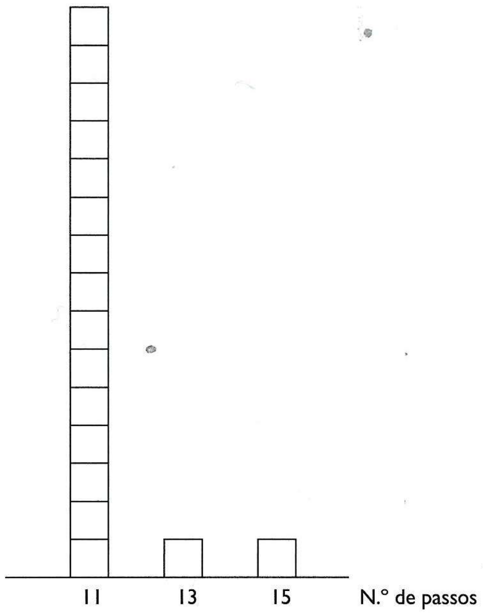

Figura 2. O registo em forma de gráfico

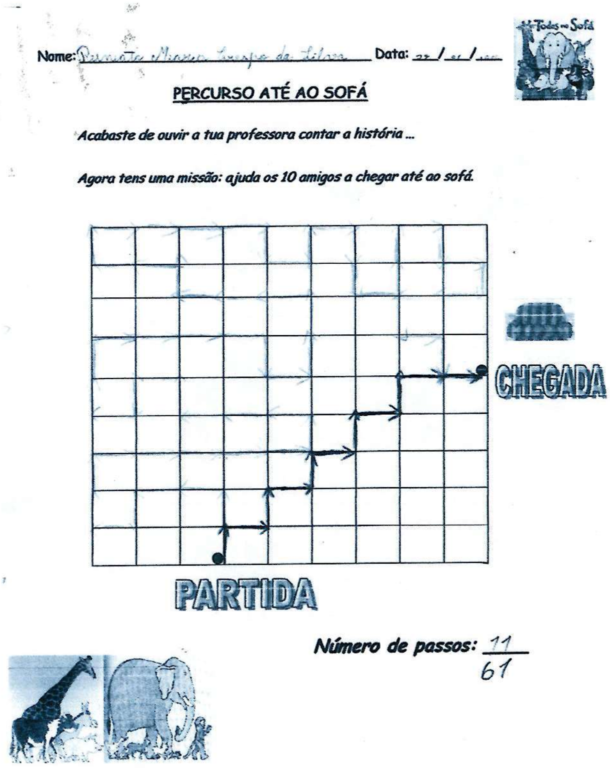

Figura 3. Os percursos de Renata

A aula prossegue com um outro desafio construir um percurso mais longo do que o maior indicado até ao momento (15 passos). Os alunos esforçam-se por construir percursos compridos, contando os passos: 21, 25, 26, 27, 33, 35, ..., 61 — este foi o maior percurso que apareceu na turma. Renata indica a vermelho o seu menor percurso (11 passos) e a azul o seu maior percurso (61 passos) (figura 3).

Em seguida, os alunos identificam estes números na recta colada na parede e falam sobre eles: «26 é mais 1 do que 25», «27 é mais 1 do que 26», «33 é mais 6 que 27», ...

Quando no final, a professora pergunta «O que aprenderam hoje?» uma das respostas que surge é: «Percursos. (...) Quando venho para a escola com a minha mãe faço um percurso. Quando venho com a minha avó faço outro percurso!»

Sem dúvida que este episódio de sala de aula ilustra como se interligou a Literatura Infantil e a Matemática. A história foi o mote de partida para todo um trabalho ligado à Matemática. A escolha de uma história que os alunos já conheciam e que já tinham explorado de uma outra forma motivou-os ao ponto de, perante a apresentação do quadro quadriculado, imediatamente dizerem que «O quadro é para saber o caminho dos animais até ao sofá». A relação da Matemática com a realidade surge aqui não sob a forma de resolução de um problema, mas de uma transposição do que tinha sido aprendido na aula para a vida do dia a dia — o conhecimento adquirido pode servir precisamente para esta ligação, para que tenha sentido para os alunos.

O estabelecimento de conexões dentro da própria Matemática é evidente, o tema era a *Geometria* contudo, um outro tema, *Números e operações*, surgiu naturalmente. Durante a aula foi feito todo um trabalho em volta não só dos percursos, onde as questões da lateralidade são fundamentais, mas também dos números, através das variadíssimas contagens e da maneira como se relacionam uns com os outros. Também o tema *Organização e tratamento de dados* foi trabalhado, através do registo da informação, em forma de gráfico de barras, na grelha, e na utilização de códigos de setas e de números e setas.

Esta aula terminou, mas a tarefa, ampliada com novas questões, tem potencialidades para permitir aprofundar outros subtópicos que não foram ainda tratados. Concretizando, podem, por exemplo, atribuir-se nomes às colunas e às linhas para termos um referencial que possibilita a identificação correcta de determinados pontos da grelha e, a partir daí, distinguirem-se deslocações diferentes.

Vamos às compras!

As crianças, nesta faixa etária (1.° ano), gostam imenso de sentir que podem imitar os adultos em algumas das suas funções, por exemplo, ir às compras. O dinheiro é algo que as fascina e se lhes dermos a possibilidade de ir às compras, nem que seja a fingir, elas entusiasmam-se, sentem-se responsáveis e podem, sem qualquer tipo de pressão, praticar o cálculo mental.

Comprar brinquedos

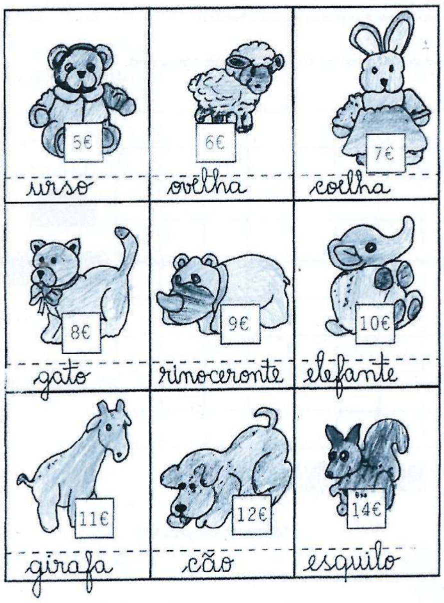

Figura 8. Os brinquedos que se podem comprar

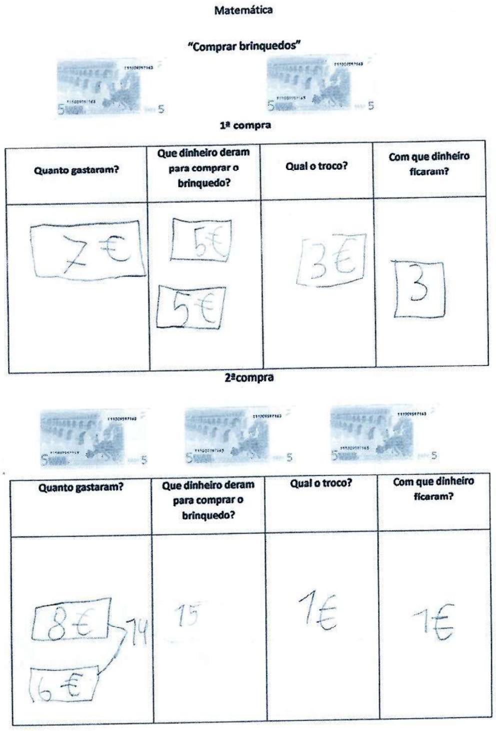

Figura 9. Uma compra

Na tarefa[2], apresentada em meados de Abril, há um painel de brinquedos disponíveis para comprar (figura 8) e a cada aluno são, inicialmente, distribuídas duas notas (falsas) de 5€.

Todos os alunos são convidados pela professora a escolher um peluche que gostariam de comprar, ou melhor, que poderiam comprar com o dinheiro que lhes foi dado. A primeira parte da aula é recheada de diálogos do género:

Prof.ª: Que brinquedo podes comprar com duas notas de cinco euros?

Aluno: O urso. (5€) Dou uma nota de cinco euros e fico com a outra.

Aluno: O elefante. (10€)

Prof.ª: Que dinheiro dás ao dono da loja?

Aluno: Dez euros.

Prof.ª: Recebes troco?

Aluno: Não.

Prof.ª: Com que dinheiro ficas?

Aluno: Com nada.

Aluno: O esquilo. (14€)

Prof.ª: Tens dinheiro para comprar o esquilo?!

Aluno: Não.

Prof.ª: Quanto falta?

Aluno: Quatro euros.

Terminada esta abordagem oral das compras, do dinheiro gasto, do troco recebido e do dinheiro com que ficam, a professora distribui uma folha de registo onde os alunos transcrevem os valores relacionados com a conversa que tiveram (figura 9).

Prof.ª: Com o dinheiro que vocês têm será que podem comprar mais do que um brinquedo?

Alunos: O urso. (5€) Podemos comprar dois ursos.

Prof.ª + Alunos: 5€ + 5€ = 10€.

Prof.ª: Há mais possibilidades?

Aluno: Não. Não temos dinheiro que chegue.

Prof.ª: Se quisermos comprar um urso (5€) e uma ovelha (6€), quanto dinheiro falta? Quanto custa o urso mais a ovelha?

Aluno: 11€. Falta um euro.

Nesta altura a professora enceta novo diálogo com os alunos, com o propósito de lhes fazer sentir que se tivessem mais dinheiro podiam fazer compras diferentes.

Prof.ª: Com que quantia ficaram?

Alunos: 15€.

Prof.ª: Que brinquedos podem comprar?

Alunos: Todos.

Prof.ª: Que brinquedos queres comprar?

Aluno: A ovelha e a coelha.

Prof.ª: Quanto gastas?

Aluno: 6 mais 7 … 13.

Agora os alunos juntam-se dois a dois e a professora distribui mais uma nota de 5€ a cada um e diz-lhes para comprarem dois brinquedos. Mais uma vez, o diálogo é elucidativo

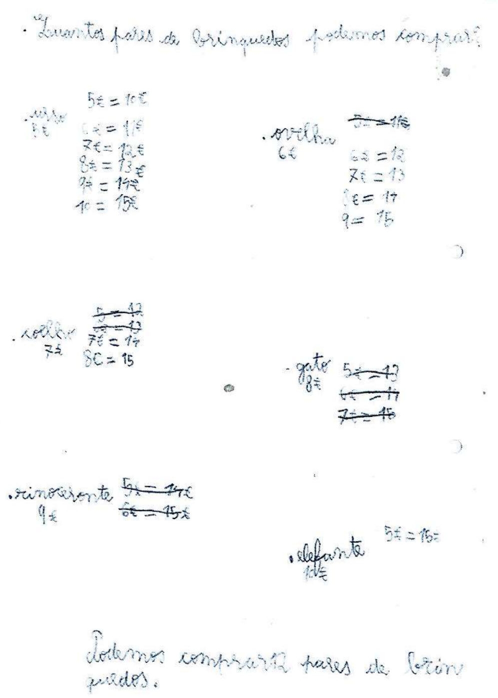

Figura 10. O registo

sobre as compras que podem efectuar. Para ajudar no cálculo são distribuídas as réguas e com elas os alunos justificam oralmente os seus cálculos.

No final da aula, como súmula, reforçam-se as ideias e o entusiasmo mantém-se, por vontade deles talvez não fosse necessário ir ao intervalo!

Prof.ª: O que é que aprendemos hoje?

Aluno: Aprendemos a ir às compras.

Prof.ª: No faz de conta ...

Aluno: Só podemos comprar se tivermos mais dinheiro ou o dinheiro certo.

Aluno: Aprendemos a pagar.

Aluno: Aprendemos a destrocar.

Prof.ª: O que é o troco?

Aluno: É o dinheiro que damos a mais...

Numa outra aula, com outra professora, outros alunos e a mesma tarefa, surgem também vários diálogos semelhantes mas o registo escrito dos cálculos efectuados é já uma constante. Por exemplo, um aluno diz que quer comprar o cão (12€) e o esquilo (14€), regista no quadro os seus cálculos e conclui que não tem dinheiro suficiente, gastava 26€ mas só tem 15€.

12 + 14 = 26

10 + 2   10 + 4

20   6

26

Após esta fase das compras a professora pergunta aos alunos «Afinal, com os 15€, quantos pares de brinquedos podemos comprar?»

Os alunos escolhem, orientados pela professora, um brinquedo e com ele vão fazendo pares, de tal forma que o valor total dos seus gastos não ultrapasse os 15€. Aparecem registos escritos como o da figura 10, onde sempre que um par surge repetido é riscado da lista. No final, têm-se os doze pares de brinquedos que solucionam a questão.

Os exemplos apresentados ilustraram o trabalho destes alunos com o sistema monetário em vigor e a maneira como eles interiorizaram a importância do dinheiro. Quer sob a forma oral, quer sob a forma escrita, parece haver todo um domínio do cálculo que aqui foi reforçado com os euros, ou seja, numa contextualização tão real quanto o possível.

Uma forma mais organizada de registar a informação resultante da questão lançada pela professora poderia ser através de uma tabela de dupla entrada (tabela 1), com a listagem, em linha e em coluna, de todos os brinquedos e do respectivo preço e onde em cada célula aparecesse o preço dos dois brinquedos escolhidos.

	Urso 5€	Ovelha 6€	Coelha 7€	Gato 8€	Rinoceronte 9€	Elefante 10€	Girafa 11€	Cão 12€	Esquilo 13€
Urso 5€	10€	11€	12€	13€	14€	15€	16€	17€	18€
Ovelha 6€	~~11€~~	12€	13€	14€	15€	16€	17€	18€	19€
Coelha 7€	~~12€~~	~~13€~~	14€	15€	16€	17€	18€	19€	20€
Gato 8€	~~13€~~	~~14€~~	~~15€~~	16€	17€	18€	19€	20€	21€
Rinoceronte 9€	~~14€~~	~~15€~~	16€	17€	18€	19€	20€	21€	22€
Elefante 10€	~~15€~~	16€	17€	18€	19€	20€	21€	22€	23€
Girafa 11€	16€	17€	18€	19€	20€	21€	22€	23€	24€
Cão 12€	17€	18€	19€	20€	21€	22€	23€	24€	25€
Esquilo 13€	18€	19€	20€	21€	22€	23€	24€	25€	26€

Tabela 1

Para além de possibilitar o estabelecimento de conexões com o tema *Organização e Tratamento de Dados*, de acordo com o PMEB, o preenchimento e a descoberta de regularidades na tabela são momentos interessantes do ponto de vista da aprendizagem associada ao tópico *Regularidades* do tema *Números e operações*.

- Os alunos podem descobrir que há uma regularidade na sequência numérica, quer dos valores das linhas quer das colunas. Se começarem por preencher uma linha ou uma coluna, percebem que os números de coluna para coluna, ou de linha para linha, aumentam em um e o seu processo de colocação na tabela torna-se bastante rápido, quase automático.
- Como só têm 15€ para gastar os alunos podem facilmente perceber que apenas os valores assinalados a verde interessam para a resposta. No entanto, a professora pode aproveitar os restantes valores para fazer apelo, mais uma vez, ao cálculo mental — *Se quisermos comprar o elefante e o rinoceronte, quanto dinheiro nos falta?; Se quisermos gastar exactamente 20€, quantas possibilidades temos de escolher os brinquedos?...* Algumas das respostas surgem da observação directa da tabela.
- Rapidamente os alunos identificam a existência de valores duplicados aos quais vão corresponder os mesmos pares de brinquedos (por exemplo, ovelha e urso ou urso e ovelha). Se riscarem os valores que correspondem a pares de brinquedos repetidos, ficam apenas com os doze pares que respondem à questão lançada pela professora.
- Com a ajuda da professora, os alunos podem ainda analisar a tabela e encontrar algumas particularidades. Os valores que se encontram em posições simétricas relativamente a uma das suas diagonais (da esquerda para a direita, de cima para baixo) repetem-se, o que pode tornar supérfluo o preenchimento da totalidade da tabela. Se olharmos para a outra diagonal, os valores das linhas que lhe são paralelas, surpreendentemente, repetem-se.

Numa futura sessão seria interessante colocar estes alunos num contexto real de uma loja, dar-lhes dinheiro e ver como se desenvencilham, que tipo de produtos compram e como resolvem os seus problemas monetários. A Matemática procura, desta forma, um contexto real para dar sentido ao trabalho com os números e as operações e, ao fim e ao cabo, para ela própria ter sentido para os alunos.

Em jeito de conclusão

Com os episódios de sala de aula apresentados pretendeu-se evidenciar que o estabelecimento de conexões matemáticas pode surgir no 1.° ciclo do ensino básico, logo desde o 1.° ano, relacionando diferentes temas da Matemática, a Matemática com outras áreas curriculares e ainda a Matemática com a realidade.

É importante que os alunos sintam que os conceitos matemáticos se encontram interligados e não isolados. Por exemplo, é possível estudar os números relacionando-os com conceitos geométricos, com situações do mundo que nos rodeia e até com outras áreas curriculares.

Para tal, o papel do professor é primordial quer na selecção das tarefas quer na condução da aula, principalmente, no momento de discussão dos trabalhos realizados pelos alunos e no momento de síntese. A minha experiência profissional permite-me defender que numa aula bem estruturada e orientada para o trabalho sobre os conceitos matemáticos é mais provável que aconteça uma aprendizagem matemática significativa, uma vez que também é mais provável haver um maior empenho e uma maior motivação, por parte dos alunos.

Por fim, pode referir-se que o PFCM proporcionou aos professores envolvidos nestas aulas uma discussão prévia do trabalho a desenvolver e uma reflexão baseada na análise crítica e construtiva sobre a realidade da sala de aula, perspectivando não só a melhoria da prática de cada um mas também, e sempre, a partilha de experiências com os restantes professores do grupo de formação.

Notas

1 Adaptada de Brocardo, J., Delgado, C. & Mendes, F. (2010) *Números e Operações. 1.° Ano*. Ministério da Educação. DGIDC.

2 Adaptada de Equipa do projecto Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspectivas e Exigências Curriculares. (2005). *Desenvolvendo o Sentido do Número. Materiais para o educador e para o professor do 1.° ciclo*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Referências bibliográficas

Bamberger, H. J.; & Oberdorf, C. (2007). *Introduction to Connections*. Portsmouth: Heinemann.

Boavida, A. M.; Paiva, A. L.; Cebola, G.; Vale, I.; & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação — Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (versão portuguesa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H. M.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Meneses, L.; Martins, M.E.G.; & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Agradecimentos

Lurdes Pereira, Maria José Guedelha e Rosa Trigueiro, professoras do 1.° ciclo do ensino básico que comigo trabalharam no PFCM, no ano lectivo de 2009/10 e que, além disso, me facultaram as resoluções dos alunos que ilustram este artigo.

Graça Cebola
Professora Adjunta da Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Portalegre