Padrões e conexões matemáticas no ensino básico

Isabel Vale
Teresa Pimentel

Introdução

Este artigo desenvolve-se no âmbito do projecto *Matemática e padrões no ensino básico: perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores*, que visava estudar o impacto de uma intervenção didáctica centrada no estudo de padrões quer ao nível do desenvolvimento de conceitos numéricos, algébricos e geométricos, quer ao nível de processos matemáticos transversais como a resolução de problemas, raciocínio e argumentação, comunicação e conexões. Como resultado deste projecto identificaram-se grandes potencialidades dos padrões ao nível do desenvolvimento curricular, em particular ao possibilitar uma variedade de conexões dentro e fora da matemática.

Padrões e Conexões no currículo

Entender a matemática como a ciência dos padrões é uma ideia que não é nova e tem sido defendida por vários investigadores (e.g. Devlin, 1994; Orton, 1999; Sawyer, 1955; Steen, 1988), tendo subjacente a noção de que, desde que se identifique um padrão, haverá sempre possibilidade de fazer matemática a partir desse padrão. Esta ligação entre padrões e matemática pode ser facilmente desenvolvida na sala de aula, através de algumas das tarefas que propomos, ficando os estudantes com uma ideia mais precisa do que é a matemática, mas também mais sensíveis ao mundo em que vivem.

O estudo dos padrões tem tido um forte desenvolvimento nos currículos de matemática de vários países devido às suas potencialidades, podendo afirmar-se que, mais do que um conteúdo a ensinar, fornece um contexto propício para que os alunos pensem matematicamente.

A procura de padrões é inerente à mente humana (Baratta-Lorton, 2003). Na verdade, em qualquer interacção a nossa mente procura padrões e estabelece relações quer estejamos a fazer compras, a ler ou a fazer uma construção com cubos, independentemente do tipo de questões que pretendemos resolver.

Por seu lado, estabelecer conexões é um processo cognitivo que envolve criar activamente ligações entre conceitos, procedimentos, pessoas e experiências (Ewell, 1997). Com efeito, sem conexões os estudantes ficam limitados a recordar um conjunto de factos, conceitos e procedimentos de forma isolada. O estabelecimento de conexões vai permitir-lhes construir novo conhecimento sobre os conhecimentos previamente adquiridos, mas de forma integrada. Por outro lado, os estudantes obtêm um conhecimento mais profundo e duradouro, assim como desenvolvem a curiosidade e a criatividade, quando se realçam as conexões entre as ideias matemáticas que estão a ser trabalhadas e os conhecimentos matemáticos já adquiridos, e também os da vida de todos os dias.

Muito do insucesso em matemática deve-se ao facto de os alunos recorrerem apenas à memorização e não à compreensão. O primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e a estabelecer conexões. A procura de padrões deve constituir o núcleo das aulas em todos os temas, já que eles surgem nas fórmulas que descobrimos, nas formas que investigamos, nas experiências que fazemos.

Compete ao professor realçar esta dimensão de padrões e conexões de modo a tornar a matemática mais compreensível a todos. Esta finalidade só pode ser atingida com uma cuidada selecção de tarefas que evidenciem o modo como os padrões permitem estabelecer conexões entre vários temas e diferentes formas de representação, e como podem proporcionar situações interessantes para explorar matemática dentro e fora do contexto escolar. Esta abordagem vai de encontro ao nosso entendimento de que a finalidade do ensino da matemática é preparar os estudantes para aprendizagens futuras, para o mundo do trabalho e para que sejam cidadãos críticos.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007) salienta a importância, para os estudantes deste nível, quer dos padrões e regularidades quer das conexões. Em relação a estas refere-se por exemplo: «Os alunos devem ser capazes de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas» (p. 6). Esta capacidade desdobra-se em três aspectos fundamentais: estabelecer conexões entre ideias matemáticas, compreender as ideias matemáticas inter-relacionadas como um todo e aplicar ideias matemáticas a contextos não matemáticos. Esta formulação está em consonância com as ideias expressas pelo NCTM (2000).

No primeiro aspecto é de realçar o reconhecimento e uso de conexões entre os diversos temas matemáticos como o número, a geometria e medida, a álgebra e a organização e tratamento de dados. Só assim é possível ultrapassar a ideia corrente de que a matemática é uma colecção dispersa de regras e procedimentos. Este aspecto interliga-se com o segundo na medida em que a matemática só poderá ser apreciada se for vista como um todo, em que conteúdos e processos estão relacionados e as novas aprendizagens constituem um aprofundamento ou uma nova visão das anteriores mas abrangem-nas duma forma coerente. O terceiro aspecto apela à necessidade de reconhecer e aplicar a matemática em contextos exteriores, designadamente em fenómenos da vida real ou em outras áreas curriculares.

No que diz respeito aos padrões refere-se por exemplo: «Os alunos devem ser capazes de fazer matemática de modo autónomo. Isto é, devem ser capazes de: (...) explorar regularidades e investigar conjecturas matemáticas (p. 6).

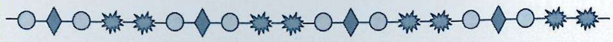
No estabelecimento de conexões os padrões podem constituir um pano de fundo de grandes potencialidades. De facto, o trabalho com padrões pode desenvolver-se em situações matemáticas e não matemáticas e a procura de padrões numa dada situação mobiliza frequentemente vários conceitos e capacidades matemáticas, nomeadamente os números, a forma, a álgebra e a prova (Orton, 1999). O uso de múltiplas representações, tão importante para a descoberta e generalização de padrões, é também um aspecto fundamental na descoberta de conexões e numa consequente aprendizagem da matemática com compreensão. Procurar-se-á de seguida apresentar alguns exemplos de tarefas que ilustrem as ideias referidas anteriormente.

1. Padrões de repetição

Estes padrões podem ser trabalhados desde o pré-escolar, e a ideia predominante é a de que envolvem um trabalho muito incipiente, desadequado para crianças mais velhas. No entanto, os padrões de repetição podem ser explorados de forma aprofundada incluindo tópicos como a multiplicação, múltiplos e divisores, as relações numéricas e o raciocínio proporcional, e sobretudo processos de generalização, proporcionando assim a entrada no domínio da álgebra. Neste aspecto, mais do que uma abordagem procedimental ou mesmo rítmica, é muito importante levar o aluno a identificar o grupo de repetição, pois só assim poderá abordar questões sobre a globalidade abstraindo dos objectos concretos. Deste modo poderá analisar aspectos relativos a termos distantes, como por exemplo na questão: «Qual é o 20° elemento da sequência?» (Threlfall, 1999). Por outro lado, pelo uso de múltiplas representações da mesma relação cria-se uma sinergia entre o padrão visual e as tabelas de valores, por exemplo, permitindo verificar a importância que cada um desempenha na expressão da generalização (Warren & Cooper, 2008). São ainda mobilizados processos como a comunicação, a argumentação e a justificação. Na tarefa «O colar da mãe», um evento — o dia da mãe — está na origem de um projecto de turma que envolve a elaboração e a análise de custos de uma prenda a oferecer por cada aluno.

Tarefa 1. O colar da mãe

Cada grupo deve elaborar uma proposta de colar começando por utilizar o material disponível com imaginação e passar depois ao desenho do padrão. Apresenta-se um exemplo:



De seguida há uma votação de toda a turma para escolherem o colar de que mais gostam.

Mais tarde discute-se o número de peças a utilizar para formar um colar com dimensões adequadas.

Por fim, conhecendo o preço unitário de cada peça, do fio e do fecho, calcula-se o preço de cada colar.

Pode ainda fazer-se uma extensão deste problema desafiando os alunos a seleccionar as peças a utilizar no colar de modo a minimizar o seu custo.

Depois de feita a votação o professor deve trabalhar com toda a turma no modelo de colar escolhido de modo a aprofundar alguns aspectos essenciais. Por exemplo, pode colocar as seguintes questões iniciais:
Continua a sequência. Qual é o grupo de repetição?

É também muito útil construir uma tabela com os valores:

N° de grupos repetidos	N° de bolinhas	N° de losangos	N° de estrelas	N° total de peças

E colocar mais algumas questões:

Considera sempre filas de grupos de repetição completos.
Numa sequência de 20 peças em linha, quantas bolinhas há? E losangos?
Qual será a forma da 36ª peça da sequência?
Se num colar como este houvesse 15 losangos, quantas peças haveria ao todo?
Que posição ocupa a 21° estrela a aparecer na fila?
Escreve frases que traduzam relações que descobriste entre os vários números de peças.

Realça-se a última questão pela necessidade de verbalização pelos alunos do que vêem, já que vai permitir o estabelecimento de relações estruturantes. Por exemplo, «o número de bolinhas é igual ao número de estrelas» ou «o número de losangos é metade do número de bolas» ou ainda «o número total de peças é directamente proporcional ao número de grupos que se repetem». As últimas questões colocadas acima já envolvem processos complexos de generalização por se tratar de números maiores para os quais se torna incómodo o desenrolar da sequência.

Esta tarefa tem potencial para mobilizar e aplicar vários conceitos e capacidades matemáticas simultaneamente. De facto, inclui a construção e exploração de padrões, a organização e tratamento de dados, o estabelecimento de relações e, por fim, todo o trabalho com números e operações com vista à análise de custos. Esta situação problemática, partindo dum contexto não matemático, permite envolver os alunos em actividade matemática significativa valorizando o raciocínio. É também de realçar o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de modo flexível, de comunicação, de trabalho cooperativo, da tomada de decisões e de atitudes de civismo e respeito pelas regras democráticas.

2. Padrões de crescimento

Nos padrões de crescimento, cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior. Na análise dessa mudança podem ser utilizados vários modos de ver que conduzem a outras tantas representações numéricas e/ou algébricas. O processo de generalização é também condicionado por esse modo de ver, relacionando cada termo com o(s) anterior(es) ou com a ordem que ocupa na sequência. Esta distinção é feita por Stacey (1989) usando as designações *generalização próxima* e *distante*, respectivamente. São usadas por Radford (2006) as designações equivalentes de *generalização aritmética* e *algébrica*. A primeira, que utiliza o raciocínio recursivo, é mais habitual, mesmo entre os professores, mas é mais pobre por não permitir descrever o que se passa com um termo de qualquer ordem. Assim, deve ser feita esta aprendizagem, tanto por professores como por alunos, do uso do raciocínio funcional que permite relacionar qualquer termo com a respectiva ordem, e que fornece de imediato uma descrição sobre o modo de conhecer qualquer termo da sequência. Esta aprendizagem é facilitada por:

— tarefas prévias de contagens visuais, recorrendo a arranjos rectangulares, à simetria e às propriedades das operações[1];

— Uso inicial de padrões de crescimento figurativos, de modo a poder rentabilizar a aprendizagem visual prévia e facilitar a compreensão;

— Utilização de material manipulável na representação dos primeiros termos da sequência;

— Identificação clara do número de cada figura, por exemplo com a colocação de cartões numerados por baixo da figura construída;

— Uso de uma tabela para organização dos dados;

— Descrição oral e/ou escrita, por parte de cada aluno, do modo como vê cada figura, de modo a evitar apenas o registo do número total de objectos em cada figura, que conduziria a uma abordagem puramente numérica dificultando o processo de generalização distante;

— Registo na tabela, para cada figura, não (ou não apenas) do número total de objectos mas antes da expressão numérica correspondente ao modo como a figura é vista e traduzindo a descrição verbal efectuada anteriormente.

Neste trabalho é evidente a ligação entre conceitos e capacidades matemáticas e o desafio colocado aos alunos de desenvolverem a sua compreensão das conexões entre tópicos e ideias que vão aflorando ou aprofundando. Por seu lado, a utilização de padrões figurativos incentiva as conexões entre os números, a álgebra e a geometria, suscitando diferentes representações e a abordagem de tópicos como características de figuras bi e tridimensionais e conceitos como perímetro, área e volume. São vários os investigadores que referem que o conhecimento matemático pode ser desenvolvido através do estudo de problemas envolvendo padrões, e a álgebra surge como o modo de representar e generalizar esse conhecimento (Blanton & Kaput, 2005; Radford, 2006; Usiskin, 1999). A tarefa escolhida — Rectângulos — procura ilustrar este ponto de vista.

Tarefa 2. Rectângulos

Observa a seguinte sequência de rectângulos.

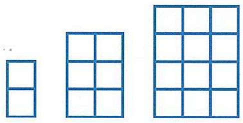


fig. 1 fig. 2 fig. 3

1. *Para cada figura da sequência determina o perímetro, considerando como unidade de comprimento o lado do quadradinho.*
2. *Constrói as duas figuras seguintes.*
3. *Organiza numa tabela os valores do perímetro de cada um dos rectângulos, traduzindo por meio de uma expressão numérica o modo como os vês.*
4. *Qual será o perímetro do 18° rectângulo da sequência?*
5. *Tira uma conclusão sobre o modo de calcular o perímetro de um rectângulo qualquer da sequência. Explica como pensaste.*

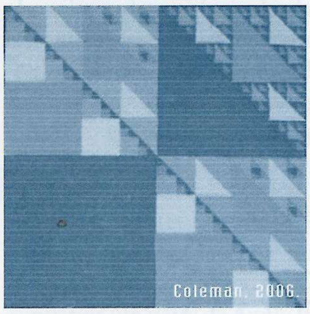
Os alunos podem utilizar palitos para construir algumas das figuras. Nesta tarefa é explorado o perímetro mas também podia ser invocada a área, utilizando-se para isso fichas quadradas. O modo de ver mais habitual é descrito como segue: «Na 3ª figura vejo no perímetro duas vezes 3 palitos na horizontal e duas vezes 4 palitos na vertical». Assim, a expressão numérica do perímetro da 3ª figura será $3 + 3 + 4 + 4$ ou $2 \times 3 + 2 \times 4$. Mas também podia ser visto, por exemplo, como o dobro de $3 + 4$.

É possível fazer a generalização para o perímetro da 18ª figura representando-o pela expressão numérica $2 \times 18 + 2 \times 19$. A resposta à última questão pode ser dada em linguagem corrente: «O perímetro de qualquer figura da sequência é a soma do dobro do número da figura com o dobro do número seguinte»; ou, por meio do simbolismo algébrico, usando a letra n para representar o número da figura: $2 \times n + 2 \times (n + 1)$.

3. Problemas de padrão

As tarefas anteriores podem também constituir problemas, mas utilizamos essa designação especialmente quando a estratégia de descoberta de padrão se apresenta como uma ferramenta poderosa de resolução, embora esse facto não seja explicitado e tenham de ser os próprios alunos a mobilizá-la e a descobrir a sua utilidade. Nesse sentido, apresentam-se de seguida três problemas estabelecendo conexões dentro da própria matemática e ainda entre a matemática e a vida real, o jogo e a arte.

Tarefa 3. O tapete



A Inês tem em casa o tapete apresentado.
Um dia pôs-se a olhar para ele e descobriu o modo como foi construído o desenho. Serás capaz de o fazer também?
Centra-te nos quadrados amarelos (azul claro). A região formada por estes quadrados que parte é da tapeçaria?
Dá agora atenção aos triângulos.
Que relação existe entre o triângulo amarelo (azul claro) e o triângulo laranja (azul médio)?
De que cor são os triângulos que em conjunto correspondem a 1/32 da tapeçaria?
Que percentagem da tapeçaria está pintada em vermelho (azul escuro)?

Esta tarefa parte de uma situação real e, através da descoberta de padrões, estabelece conexões entre vários tópicos numéricos.

Um objecto real como um tapete pode ter uma exploração matemática. O objectivo inicial é a descoberta do padrão geométrico usado na construção do desenho. A diagonal visível do quadrado que forma o tapete divide-o em dois triângulos com dois tipos de padrão diferente mas que obedecem à mesma lei de formação. O trabalho evolui de seguida para conexões com tópicos numéricos como as fracções, razão, proporção, potências, percentagem e área, desocultando relações eventualmente invisíveis a uma primeira abordagem. Por exemplo, pedir ao aluno que identifique a fracção do quadrado original representada pelo quadrado vermelho (azul escuro) ou indicar a área do quadrado vermelho (azul escuro) tomando por unidade de área o quadrado original são questões equivalentes apesar de envolverem conceitos diferentes.

Tarefa 4. O jogo de Euclides[2]

Nº de jogadores: 2
Material:
— uma tabela dos 100
— canetas de acetato ou discos translúcidos
Desenvolvimento:

Tirar a sorte quem é o 1º jogador

O 1º jogador escolhe um número de 1 a 100 e marca esse número na tabela (com a caneta ou usando uma ficha transparente).

O 2º jogador escolhe e marca qualquer outro número.

À vez, o jogador subtrai quaisquer dois números marcados de modo a encontrar uma diferença que não tenha sido ainda marcada.

Os jogadores jogarão alternadamente até não conseguirem marcar nenhum número da tabela.

O jogador que marcar o último número possível ganha.

Sendo um jogo, esta é uma tarefa muito desafiante e através da qual os alunos podem desenvolver uma maior motivação para o trabalho matemático. É por vezes surpreendente e inesperada a ligação do jogo com a matemática: o facto de um simples jogo ter uma explicação matemática e do seu conhecimento implicar a possibilidade de ganhar proporciona um bom meio de apreciar a matemática, a sua beleza e sobretudo o seu poder. O jogo de Euclides é um jogo numérico em que, com persistência e trabalho sistemático de investigação, os alunos serão capazes de descobrir padrões na estrutura numérica e estabelecer relações de modo flexível por forma a chegar a uma estratégia ganhadora.

A tabela, que no enunciado é indicada com 100 números, pode ser reduzida a uma tabela de 6 × 6, por exemplo, de modo a facilitar e não tornar enfadonhos os vários cálculos a realizar.

A conclusão geral sobre o jogo é complexa, podendo apresentar-se como segue:

Sejam n e s os números escolhidos, respectivamente, pelo 1º e pelo 2º jogador.
Seja $d = \text{mdc}\,(n, s)$.
Seja $m = \text{Max}\,\{n, s\}$
Então o jogo acaba ao fim de m/d passos.[3]

A paridade de m/d é que determina qual o vencedor. Assim, se o 2º jogador souber jogar, o 1º não tem qualquer possibilidade de ganhar: se o 1º escolher um número par, basta ao 2º escolher a sua metade para ter vitória imediata; se o 1º escolher um número ímpar, basta ao adversário escolher o dobro, se existir, para obter vitória imediata, ou então o par seguinte para garantir a vitória ao fim dum número de passos igual a esse número par escolhido.

Contudo, podem ser tiradas pelos alunos conclusões parciais baseadas na particularização com vários números resultante de vários jogos. Para esse efeito é útil a colocação de questões como por exemplo:

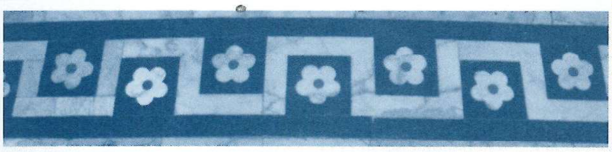
Guarda todas as tabelas dos 100 depois dos diferentes jogos efectuados. Compara os padrões de números marcados em cada um dos jogos. Podes explicar porque é que alguns jogos têm tão poucos números marcados e outros têm tantos?

Se o primeiro jogador escolher o 26, que número devo eu escolher para ter a certeza de ganhar?

Se eu iniciar o jogo escolhendo um número ímpar será que posso ganhar? Como?

Tarefa 5. O friso de Siena

Este friso, em mármore, pode observar-se na Catedral de Siena.



Neste friso destaca-se uma flor, que dá sempre origem à flor consecutiva através de uma rotação de 180°. Quais as simetrias desta figura, ou seja, as isometrias (translação, rotação, reflexão, reflexão deslizante) que mantêm a figura globalmente invariante?

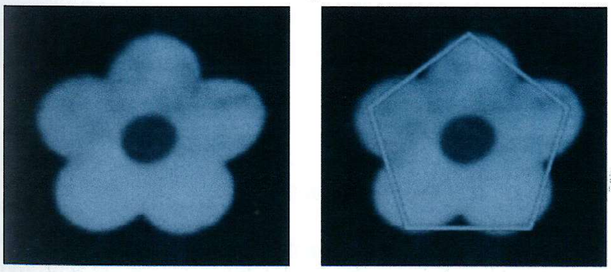
Identifica o motivo mínimo do friso. Descobre simetrias do friso, isto é, isometrias que o deixem globalmente invariante. Nota que o friso, matematicamente, é uma figura ilimitada, que se prolonga indefinidamente para ambos os lados.

Faz uma síntese escrita das descobertas que realizaste. Podes usar papel vegetal e/ou recortar flores idênticas à dada.

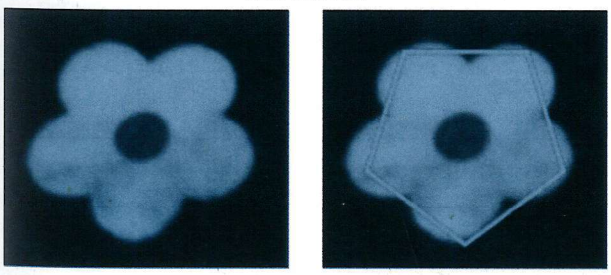
Pode ainda fazer-se uma extensão deste problema desafiando os alunos a imaginar que as flores apareciam, não na posição dada, mas rodadas de 90° como pode ver-se nas figuras seguintes.

Situação inicial

Flor superior

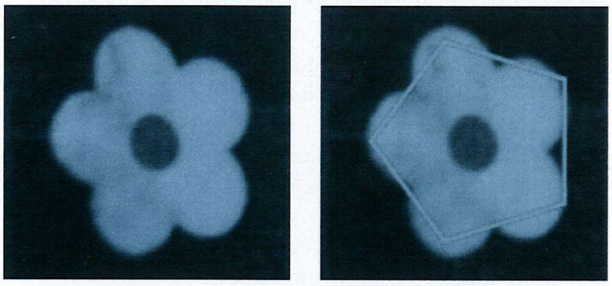


Flor inferior

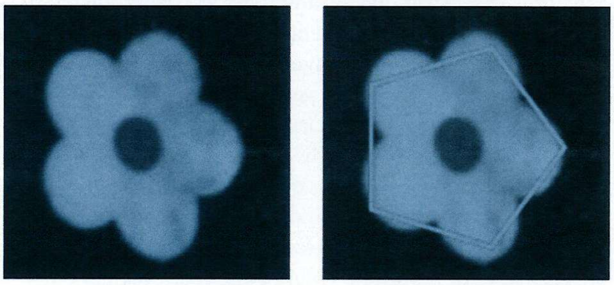


Posição da flor depois da rotação de 90°.

Flor superior



Flor inferior



Nessas circunstâncias quais seriam as alterações em termos das simetrias do friso?

Esta tarefa procura desvendar conexões da matemática com a arte através de um padrão geométrico. Alguns dos padrões abordados até agora permitem fazer conexões com tópicos geométricos, como por exemplo o perímetro e a área, ou a classificação de polígonos. No entanto, as regularidades que estão no seu cerne são numéricas, por consideração da medida da área ou do perímetro, por exemplo. Na tarefa apresentada exploram-se regularidades geométricas, e, neste campo, o termo padrão adquire um significado próprio, específico, diferente daquele que é entendido nos padrões numéricos. Aqui um padrão é caracterizado pela disposição de cópias de um motivo que se repete (Veloso, 1998). A tarefa apresentada envolve um friso, que é uma figura que se mantém invariante por translações efectuadas numa só direcção. Aproveita-se para investigar as simetrias de uma figura presente no friso, a flor, podendo concluir-se que possui 5 simetrias de reflexão e outras tantas de rotação. Em relação ao friso, as suas simetrias são de translação, rotação (meia volta) reflexão de eixo vertical e reflexão deslizante. Explora-se como extensão o facto de uma eventual mudança da posição da flor trazer consequências em termos das simetrias do friso. De facto, já que a flor perde a simetria vertical por efeito da rotação de 90°, o friso mantém simetrias de translação e também de rotação (meia volta) mas deixa, em consequência, de ter simetrias de reflexão vertical e de reflexão deslizante.

Conclusão

Quando os estudantes entram na escola possuem um forte potencial que o professor deve rentabilizar se se pretende que estes jovens, mais do que treinar um conjunto de técnicas matemáticas, venham a gostar de matemática e a apreciar a sua utilidade. Nesse sentido, o professor deve estar atento e recorrer a diferentes caminhos que permitam explorar esse potencial em cada um dos seus alunos e com cada uma das tarefas que utiliza, de modo a que aprendam matemática com compreensão.

As tarefas apresentadas como exemplo evidenciam a procura de padrões e permitem estabelecer conexões entre várias áreas dentro e fora da matemática, levando os alunos a compreender e relacionar vários aspectos da matemática. Procurou-se mostrar que as tarefas de descoberta de padrões numéricos conduzem à generalização cuja expressão pode ser explorada a diferentes níveis e utilizando diferentes representações. A aritmética generaliza-se permitindo fazer emergir um tema que tradicionalmente era tratado de modo muito formal e desprovido de sentido a álgebra. Por outro lado, quis-se ainda evidenciar que a matemática está presente nas situações concretas do dia-a-dia, no jogo, e também na arte. Estes e outros temas fornecem um contexto favorável não só para motivar os alunos mas para realçar e aprofundar diferentes tópicos matemáticos.

Notas

1 Para uma descrição mais pormenorizada consultar Vale *et al.* (2009)

2 Adaptado de http://letsplaymath.net/2008/01/26/euclids-game-on-a-hundred-chart/

3 Não é possível apresentar a demonstração por falta de espaço.

Referências

Baratta-Lorton, B. (2003). Patterns & Connections in mathematics (manuscript). Center for Innovation in Education. Retirado em 2 de Outubro de 2008 de http://www.center.edu/Patterns_Connections.shtml.

Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.

Ewell, P. T. (1997a). Organizing for learning: A new imperative. *AAHE Bulletin*, 3–6.

Ministério da Educação (ME) — DGIDC (2007). *Programa de matemática do Ensino Básico*. Retirado em 10 de Março, 2009 de www.min-edu.pt/outerFrame.jsp?link=http%3A//www.dgidc.min-edu.pt.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

Orton, A. (Ed.) (1999). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In J. Alatorre, M. Sáiz, A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter, Vol. 1*, pp. 2–21.

Sawyer,W. (1955). *Prelude to Mathematics*. Harmondsworth: Penguim Books.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147–164.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In Anthony Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 18–30). London: Cassell.

Usiskin, Z. (1999) Conceptions of school algebra and uses of variables, in Barbara Moses (ed), *Algebraic thinking*, pp. 7–13. Reston: NCTM

Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. XX SIEM. Em J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Org.). *Actas do Seminário de Investigação Matemática*, pp. 35–63. VC: APM.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática — propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESEVC Projecto Padrões

Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais. Materiais para professores*. Lisboa: IIE.

Warren, E. & Cooper, T. (2008). Patterns That Support Early Algebraic Thinking in the Elementary School. In Carole Greenes & Rheta Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics Seventieth Yearbook* (pp. 113–126). Reston: NCTM.

Isabel Vale
Escola Superior de Educação de Viana do Castelo
Teresa Pimentel
Escola Superior de Educação de Viana do Castelo