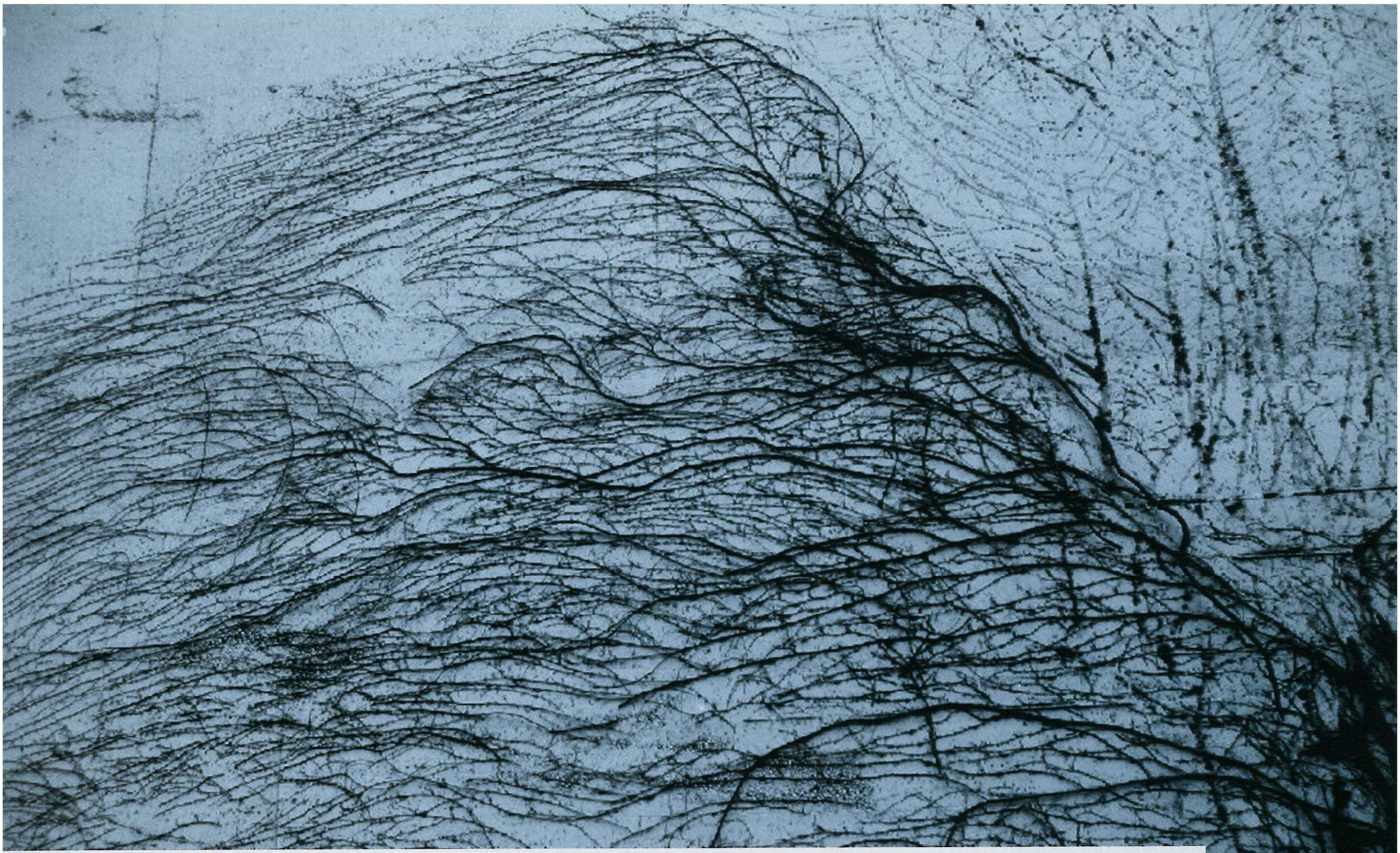

Conexões no Programa de Matemática do Ensino Básico

João Pedro da Ponte

Nos últimos anos, o papel das conexões no ensino e na aprendizagem da Matemática tem vindo a merecer grande destaque nos documentos curriculares, em Portugal e no estrangeiro, suscitando a atenção de professores e investigadores. Este artigo analisa o modo como o novo *Programa de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2007) aborda as conexões. Antes disso, porém, faz uma breve análise do significado deste conceito didáctico.

O que são conexões matemáticas?

Embora o uso do termo nos documentos curriculares e no discurso profissional seja recente, a verdade é que a importância das conexões é valorizada deste há muito. Assim, quando damos um exemplo de um conceito, estabelecemos uma conexão entre um caso concreto e um conceito matemático mais geral. Além disso, quando propomos um problema que remete para uma situação da realidade, estamos também a pressupor uma conexão entre conceitos matemáticos e situações extra matemáticas. Podemos dizer que a valorização das conexões matemáticas faz parte do bom ensino da disciplina, largamente documentado em manuais escolares e noutros testemunhos do passado.

No entanto, a ideia moderna de «conexão» envolve algo mais que os exemplos e a resolução de problemas da realidade. Alan Bishop e Fred Goffree (1986), num importante artigo sobre o trabalho do professor na sala de aula, defendem que o sentido que damos a uma ideia matemática depende das conexões que estabelecemos entre essa ideia e outras ideias matemáticas que possuímos:

> Aquilo a que procuramos dar ênfase é à natureza *pessoal* de qualquer novo conceito matemático. Um novo conceito é significativo na medida em que faça a ligação com os conhecimentos individuais já adquiridos. Pode ter ligação com o conhecimento individual sobre outros tópicos e conceitos matemáticos mas pode também estar associado ao conhecimento de outros assuntos fora da Matemática. Pode muito bem estar relacionado com o imaginário, a analogia e a metáfora, mas estas conexões são de um tipo diferente. O conceito pode ser um exemplo de outro conceito matemático (porque isso é a natureza da Matemática) e pode gerar exemplos próprios. Finalmente, um argumento muito importante, pode estar relacionado com o conhecimento individual das situações reais. No entanto, é evidente que não há duas pessoas com as mesmas conexões e ideias e, em particular, professor e aluno terão muitas ideias diferentes associadas à Matemática. (p. 315)

Para Bishop e Goffree (1986), a ideia de conexão está estreitamente ligada à ideia de explicação. Para estes autores, explicar é uma actividade que tanto pode ser realizada pelo professor como pelo aluno e que significa precisamente «estabelecer conexões»: «Manifestamente, explicar é um processo sem fim de representar as conexões, as relações entre a ideia que se está a explicar e outras ideias» (p. 331).

O NCTM (2007) contribuiu de modo decisivo para que as conexões ganhassem grande destaque no ensino da Matemática, quando as colocou como um dos «*process standards*». Nesta publicação, as conexões aparecem ligadas a objectivos de aprendizagem a três níveis, indicando-se que «todos os alunos devem: (i) reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas; (ii) compreender a forma como as ideias matemáticas se inter-relacionam e se constroem umas a partir das outras para produzir um todo coerente; e (iii) reconhecer e aplicar a Matemática em contextos exteriores a ela própria» (p. 71). Argumenta, ainda, que, quando os alunos estabelecem conexões entre ideias matemáticas, a sua compreensão torna-se mais profunda e mais duradoira. Assim, para este documento, quando o ensino dá ênfase à inter-relação das ideias matemáticas, «os alunos não só aprendem Matemática, como também aprendem a reconhecer a utilidade da Matemática» (p. 71). Recomenda, por isso, que os professores usem como ponto de partida as experiências anteriores dos alunos.

Note-se que as conexões podem ser de muitos tipos. Por exemplo, podemos ter conexões entre conceitos e representações matemáticas de um mesmo tema. Um caso flagrante, em Geometria, refere-se ao perímetro e área — trata-se de dois conceitos distintos em que, muito frequentemente, o problema não é os alunos não fazerem conexões, mas sim fazerem-nas de modo incorrecto. Outro caso importante é a existência de diferentes representações para um mesmo conceito — como as representações decimal e fraccionária para os números racionais (Números), as representações gráfica e algébrica para as funções polinomiais (Álgebra) e as representações em tabelas e gráficos (Estatística). Nalguns casos os alunos têm muita dificuldade em estabelecer as devidas conexões entre os diferentes tipos de representação e não conseguem transformar a informação dada numa representação para outra.

Podemos ter também conexões entre conceitos e representações de temas distintos, como Geometria e Álgebra (por exemplo, a representação geométrica da solução de um sistema de equações do 1.° grau), Geometria e Estatística (por exemplo, os gráficos de sectores), e Álgebra e Estatística (por exemplo, o estudo algébrico das propriedades do desvio padrão).

Finalmente, podemos ter conexões entre conceitos e representações matemáticas e situações exteriores à Matemática ou da «realidade». Estão neste caso os conhecidos «problemas de palavras», conhecidos e usados desde a Antiguidade, bem como as situações de modelação matemática. Também entra nesta categoria todo o uso de situações matemáticas susceptível de constituir um ponto de partida para a aprendizagem, na lógica apresentada por Koeno Gravemeijer (2005).

As conexões como objectivo de aprendizagem e como orientação metodológica

Mais do que assinalar todas as conexões que se podem fazer a propósito de cada tópico, o que de resto seria manifestamente impossível, o *Programa de Matemática do Ensino Básico* estabelece diversos princípios fundamentais em relação ao modo como o professor deve encarar o trabalho com conexões no ensino-aprendizagem. Para isso, apresenta as conexões de dois modos, como objectivo geral de aprendizagem e como orientação metodológica central.

Assim, em primeiro lugar, entre os nove objectivos gerais de aprendizagem dos alunos destacados pelo programa, um deles diz respeito precisamente à sua capacidade de estabelecerem conexões:

> Os alunos devem ser capazes de *estabelecer conexões* entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas. Isto é, devem ser capazes de:
>
> — identificar e usar conexões entre ideias matemáticas;
>
> — compreender como as ideias matemáticas se inter-relacionam, constituindo um todo;
>
> — reconhecer e aplicar ideias matemáticas em contextos não matemáticos, construindo modelos matemáticos simples. (ME, 2007, p. 6)

Além disso, o programa faz eco de outros documentos curriculares quando sublinha que os alunos devem ver a Matemática como um todo, de modo integrado, estabelecendo conexões entre o que já aprenderam e o que estão presentemente a aprender, bem como de ser capazes de usar a Matemática em contextos que lhe são exteriores. O programa sublinha ainda que «o estabelecimento de conexões é essencial para uma aprendizagem da Matemática com compreensão e para o desenvolvimento da capacidade de a utilizar e apreciar» (idem, p. 6). Ao colocar as conexões como objectivo de aprendizagem dos alunos, o programa está a indicar que se considera de grande importância que estes sejam capazes de estabelecer tais conexões e de tirar partido delas no raciocínio e na resolução de problemas matemáticos.

Em segundo lugar, o programa apresenta também o trabalho com conexões como uma das orientações metodológicas centrais que o professor deve ter presente na sua prática lectiva: «A exploração de conexões entre ideias matemáticas, e entre ideias matemáticas e ideias referentes a outros campos do conhecimento ou a situações próximas do dia-a-dia do aluno, constitui também uma orientação metodológica importante» (idem, p. 9).

Ao colocar as conexões como orientação metodológica central, o programa sublinha que o estabelecimento de conexões, por si e pelos alunos, constitui um aspecto importante do trabalho na sala de aula, indicando acções a empreender para promover a compreensão dos conceitos e das relações entre conceitos e representações, bem como para promover o desenvolvimento da capacidade dos alunos estabelecerem conexões em geral.

Conexões entre temas e tópicos matemáticos

Além de surgirem nos objectivos e orientações metodológicas gerais, as conexões aparecem valorizadas de forma explícita ou implícita na abordagem que o Programa de Matemática propõe a diversos temas. Por exemplo, ao referir a importância do tema da Medida, o programa alude de modo explícito às conexões matemáticas: «A Medida tem um peso importante no 1.° ciclo, (...) sendo um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre temas matemáticos e com situações não matemáticas, [que] deve ser trabalhado ao longo dos ciclos» (idem, p. 7).

Na verdade, a medida de grandezas (sejam grandezas físicas ou de outra natureza) constitui uma importante conexão entre o domínio onde se situa essa grandeza e a Matemática. Grandezas físicas, como comprimento, área, volume, capacidade, massa, tempo, temperatura, quantidade de calor, energia, etc., bem como grandezas relativas à vida económica e social como dinheiro, taxa de desemprego, taxa de inflação, etc., fazem parte da experiência quotidiana dos alunos. A medida estabelece uma possibilidade de quantificação dessas grandezas, permitindo usar no respectivo estudo todas as possibilidades dos Números e, para uma abordagem mais aprofundada, da Álgebra e da Geometria.

A conexão entre Números e Álgebra é fortemente valorizada pelo programa. Isso decorre do tratamento mais algébrico que é dado aos Números neste programa, em particular no 1.° e no 2.° ciclo, sublinhando as propriedades das operações e a noção de equivalência de expressões.

A Geometria, através das possibilidades de representação que oferece, proporciona conexões importantes com os restantes temas de Matemática. Assim, possibilita a representação na recta numérica de números naturais, inteiros, racionais e reais, essencial para a compreensão da relação de ordem, o desenvolvimento do sentido de número e a compreensão das operações. Permite a representação de entidades algébricas, como intervalos (um certo conjunto de números), vectores (um conceito mais algébrico que geométrico), e funções numéricas de variável numérica. Proporciona, além disso, diversas formas de representação para distribuições estatísticas.

Para além das conexões entre temas distintos, o programa também sublinha a importância das conexões em tópicos relativamente próximos. Um exemplo de grande importância diz respeito às conexões entre as representações decimal e fraccionária dos números racionais. No anterior programa (ME, 1990, 1991), fazia-se primeiro o estudo destes números na representação decimal (no 1.° ciclo estudavam-se os números decimais e as operações com decimais) e só mais tarde é que se fazia um estudo equivalente da representação em fracção (incluindo então as operações com fracções). Sabemos bem que, para muitos alunos, não existia qualquer conexão entre as duas representações. A opção por um estudo dos números racionais mantendo tanto quanto possível em paralelo as representações fraccionária e decimal tem precisamente o objectivo de permitir o estabelecimento de conexões à medida que o estudo se desenvolve. Além disso, o novo programa sublinha também a importância de uma outra representação — a recta numérica — que, como já referido, permite estabelecer uma importante conexão entre o conceito de número racional e a Geometria.

No estudo da Álgebra, o programa dá uma grande ênfase ao conceito de função. Sublinha, a seu respeito, a importância de duas representações — a gráfica e a algébrica. Estas, por sua vez, utilizam como elemento de ligação os números, através do sistema de representação cartesiana. Assim, uma função é, por um lado, um objecto algébrico (dado, por exemplo, por uma equação do tipo $y = kx$), um objecto geométrico (dado, por exemplo, por uma recta que passa na origem) e que cujos objectos e imagens são frequentemente entidades numéricas, que se podem representar em tabelas. Enquanto no passado se procurava chegar o mais rapidamente possível à representação algébrica, desvalorizando a partir daí as restantes representações, reconhece-se hoje a necessidade de valorizar de modo muito mais equilibrado as representações algébrica, gráfica e tabelar.

O programa refere-se a muitas outras conexões que se podem estabelecer entre tópicos diversos. Por exemplo, como oportunidade para desenvolver o pensamento algébrico, sugere «a investigação das fórmulas das áreas e dos volumes de figuras e de sólidos e da soma dos ângulos internos e externos de polígonos convexos» (ME, 2007, p. 55), uma conexão interessante que se pode estabelecer entre Álgebra e Geometria.

Os gráficos de sectores (Estatística — no programa enquadrada na OTD, Organização e Tratamento de Dados) constituem também um tópico onde naturalmente se estabelecem conexões entre aspectos de Geometria (figuras geométricas: círculos, sectores), Medida (ângulo, área), Números (números racionais no significado parte-todo, determinação de percentagens), para além das noções de Estatística propriamente dita (variável, distribuição, etc.).

Conexões exteriores à Matemática

Para além das conexões internas à Matemática, merecem também lugar de destaque no programa as conexões com aspectos exteriores à Matemática. Estas conexões são importantes, em primeiro lugar, a propósito da aprendizagem dos diversos conceitos e representações. Assim, por exemplo, a aprendizagem dos diferentes significados dos números racionais (parte-todo, quociente, razão, medida, operador), um aspecto a que o programa dá destaque, requer uma forte ancoragem em situações experienciais correspondentes.

Em segundo lugar, essas conexões são importantes do ponto de vista da capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas. Na verdade, o programa apresenta a resolução de problemas como capacidade matemática transversal, sublinhando que muitos destes problemas devem corresponder a situações da realidade: «No 1.° ciclo, os contextos desempenham um papel particularmente importante, em especial os que se relacionam com situações do quotidiano, devendo ser escolhidos de modo cuidadoso uma vez que servem de modelos de apoio ao pensamento dos alunos» (ME, 2007, p. 29); No 2.° ciclo, «para além dos problemas que correspondem a situações da vida quotidiana,

- Propor situações do quotidiano, incluindo aquelas em que surge naturalmente a representação decimal (por exemplo, folhetos com preços).
- Propor a utilização de unidades de medida não convencionais, como palmos, pés, passos e objectos para medir comprimentos, e recepientes para medir capacidades.
- Solicitar a representação de percentagens pictoricamente e usando o símbolo %, e relacionar percentagens com fracções e decimais.
- Propor situações que possibilitem a «visualização» de expressões algébricas por exemplo, o cálculo da área do rectângulo de dimensões a e a+2, usando a fórmula da área e a soma das medidas das áreas do-quadrado de lado a e do rectângulo de dimensões a e 2.
- Relacionar o Teorema de Tales (Se duas rectas paralelas intersectam duas secantes, os triângulos obtidos têm os lados correspondentes proporcionais) com a semelhança de triângulos.
- Na identificação de translações, considerar situações da vida quotidiana (como papéis de parede, tecidos, azulejos ou frisos decorativos).

Figura 1. Exemplos de conexões internas à Matemática e da Matemática com situações exteriores à matemática indicadas nas Notas do Programa do Ensino Básico

os alunos devem resolver problemas que se relacionem com outras áreas disciplinares (...)» (idem, p. 45); No 3.º ciclo, «tratam-se problemas que correspondem a situações próximas da vida quotidiana, problemas associados a outras áreas disciplinares» (idem, p. 62).

Todos os temas de Matemática desempenham um papel importante neste tipo de conexões. Por exemplo, no estudo das medidas de grandezas e das respectivas unidades de medida, as conexões entre a Matemática e a realidade aparecem de forma natural e devem ser devidamente exploradas.

A OTD constitui um tema especialmente rico do ponto de vista das conexões, devidamente assinaladas no programa. Assim, no 1.º ciclo, o programa refere que:

> A aprendizagem deste tema deve ser alicerçada em actividades do dia-a-dia. Os alunos lêem e interpretam tabelas e gráficos simples e formulam questões sobre um dado assunto, identificam os dados a recolher, e organizam, representam e interpretam esses dados com o propósito de dar resposta às questões formuladas. (idem, p. 26).

Em Estatística trabalha-se com variáveis e com colecções de objectos, o que permite uma quantificação e a respectiva representação tabelar e gráfica. No 1.º ciclo, sugere-se a realização de tarefas baseadas em aspectos como «características dos alunos da turma (...), Estudo do Meio» (idem, p. 26). No 2.º ciclo, refere-se a «resolução de problemas identificados pelos alunos na sua vida quotidiana» (p. 42), indicando que a recolha de dados pode ser feita «recorrendo a observações ou experimentações e a fontes secundárias como a Internet» (p. 43). No 3.º ciclo, refere-se que «os alunos realizam investigações estatísticas baseadas em situações reais» (p. 59). Afirma-se ainda que «o professor deve relacionar os temas de esses estudos com assuntos de outras disciplinas, com temas da actualidade nacional ou internacional ou com interesses dos alunos» (p. 59).

As Probabilidades constituem também um tópico onde a ligação com situações da realidade desempenha um papel essencial, reconhecido pelo programa quando diz, por exemplo, que «devem ser exploradas (...) situações (...) relacionadas com o dia-a-dia, que ajudem os alunos a compreender que existem acontecimentos certos, possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis» (p. 27).

Conclusão

As conexões entre a Matemática e a realidade exterior à Matemática são fundamentais para o desenvolvimento dos conceitos e das ideias matemáticas, por parte dos alunos, bem como para o desenvolvimento da sua capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas dos mais diversos domínios. Pelo seu lado, as conexões internas à Matemática são essenciais para a compreensão dos conceitos, das representações e das suas relações. Ambos os tipos de conexões são igualmente importantes. O novo programa de Matemática do ensino básico sublinha o papel das conexões e proporciona orientações gerais para o trabalho a realizar pelo professor, que é incentivado a criar oportunidades de trabalho na sala de aula com diversos tipos de conexões e a usá-las para promover a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento das suas capacidades. Pelo seu lado, cabe ao professor, na sua prática do dia-a-dia, em função da experiência e dos conhecimentos prévios dos alunos, decidir as tarefas a propor, as conexões a valorizar e os modos de trabalho a usar, tendo em vista a aprendizagem dos alunos.

Referências

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309–365). Dordrecht: D. Reidel.

Gravemeijer, K. P. E. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83–101). Lisboa: APM.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (2.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC (disponível em http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ ProgramaMatematica.pdf)

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.

João Pedro da Ponte
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa