

Paralelas e Polígonos

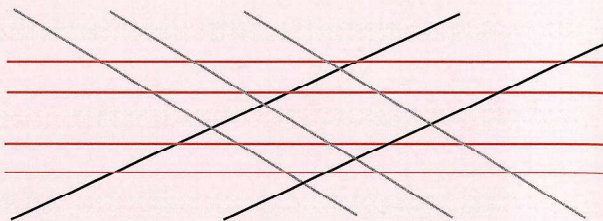
Temos duas rectas paralelas segundo uma certa direcção A, mais três rectas segundo outra direcção B e ainda quatro rectas segundo uma terceira direcção C.

No máximo, quantos triângulos se podem obter?

E quantos paralelogramos?

E quantos trapézios que não sejam paralelogramos?

(Respostas até 31 de Dezembro para zepaulo@armail.pt)



A hora dos biscoitos

O problema proposto no número 105 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Fomos fazer uma caminhada pela serra do Gerês. Depois de atravessarmos a sempre emocionante Fenda da Calcedónia, sentámo-nos a recuperar forças e abrimos o pacote de biscoitos que tínhamos levado.

A Ana tirou um biscoito e a décima parte dos que sobravam.

A Beatriz tirou dois biscoitos e a décima parte dos restantes.

O Carlos tirou três e a décima parte dos que sobejavam.

E assim sucessivamente até chegar a minha vez, ficando eu com os que ainda estavam no saco.

Curiosamente, acabámos por comer todos a mesma quantidade de biscoitos.

Quantas pessoas tinha o grupo e quantos biscoitos comeu cada um?

Recebemos 18 respostas: Afonso Garcia (Torres Novas), Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Catarina Ferreira (Lamego), Edgar Martins (Queluz), Francisco Matos Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), Hugo Silva (Amadora), Ilca Cruz, João Sá, Jorge Filipe (Lisboa), José Paulo Coelho (Moura), Leonel Vieira (Braga), Mária Correia de Almeida, Marta Gameiro (Torres Novas), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) Ricardo Portugal (Castelo Branco) e Vyacheslav Kostyuk.

Quase todos seguiram estratégias muito parecidas embora, como veremos a seguir, tenham aparecido mais dois processos diferentes.

Comecemos pela mais comum.

Seja B = número total de biscoitos.

A Ana tirou

$$1 + \frac{B-1}{10} \text{ ou } \frac{9+B}{10},$$

deixando lá

$$B - \frac{9+B}{10} = \frac{9B-9}{10} \text{ biscoitos.}$$

A Beatriz tirou

$$2 + \frac{9B-9}{10} - 2 = \frac{9B+171}{100} \text{ biscoitos.}$$

Como a Ana e a Beatriz comeram a mesma quantidade, vem:

$$\frac{9B-9}{10} = \frac{9B+171}{100},$$

ou $10B - 90 = 9B + 171$ ou $B = 81$.

Havia então 81 biscoitos.

Podemos agora descobrir quantos comeu cada um e quantos eram os amigos.

A Ana tirou

$$1 + \frac{81-1}{10} = 1 + 8 = 9 \text{ biscoitos. Ficaram 72 no saco.}$$

A Beatriz tirou

$$2 + \frac{70}{10} = 2 + 7 = 9 \text{ biscoitos. Ficaram 63 no saco.}$$

E assim sucessivamente até ao nono amigo, que encontra o saco com 9 biscoitos e os tira todos.

A Graça Braga da Cruz seguiu um engenhoso processo, partindo do fim para o princípio.

O João Sá não usou equações (!) e escreveu o seguinte:

Se a Ana tirou um biscoito e um décimo dos restantes, então o número inicial de biscoitos era $1 + \llcorner$ múltiplo de dez», ou seja, um número terminado em 1.

Como a Beatriz tirou $2 + \llcorner$ a décima parte dos restantes», o número de biscoitos que tinha à sua disposição terminava em 2.

Do mesmo modo, o Carlos tinha diante de si um número de biscoitos que terminava em 3. E assim sucessivamente.

Isto quer dizer que cada um ou comeu 9 biscoitos ou um número que acaba em 9.

Vamos testar a hipótese 9.

Neste caso, a Ana comeu $1 + 8$ (que é a décima parte de 80). O número inicial de biscoitos era 81.

Como 81 é múltiplo de 9, este número serve e então cada um comeu 9 biscoitos e eram 9 pessoas.