

Para este número seleccionámos...

O texto que se segue é a tradução de uma parte do artigo de Mogens Niss, intitulado **Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula**, que corresponde a uma conferência plenária realizada em 1987 em Kassel (RFA) na III Conferência Internacional sobre o Ensino de Modelos e Aplicações da Matemática (ICTMA-3).

Mogens Niss é Professor na Universidade de Roskilde (na Dinamarca). Personalidade destacada na área da Educação Matemática, é autor de numerosas publicações, membro do Comité Executivo do ICMI, e foi o presidente da Organização do ICTMA-4 realizado em 1989 na sua Universidade.

No presente artigo, Niss discute três questões relativas ao lugar das aplicações e modelos matemáticos nos currículos da nossa disciplina: porquê, o quê e como. A tradução diz respeito à secção dedicada à abordagem da primeira daquelas questões da qual dependem as respostas às outras, como admite o próprio Niss.

Segue-se o texto de Mogens Niss (1987) intitulado:

Finalidades e alcance das aplicações e modelos nos currículos de Matemática

Entre as muitas questões que merecem atenção ao discutirem-se as finalidades e o alcance da inclusão de aplicações e modelos na educação matemática, as seguintes são fundamentais:

(1) A questão de «porquê?». Para um dado nível educacional, aplicações e modelos devem fazer parte do currículo de Matemática? Se sim, porquê?

(2) A questão de «o quê?». Que conteúdos, produtos e processos relativos a aplicações e modelos devem ser objecto de estudo, ensino e actividades?

(3) A questão de «como?». Que meios (em termos de organização curricular, formas de aprendizagem e de ensino, material e outros recursos) são apropriados para actividades de aplicações e de modelação, e quais estão de facto à disposição de estudantes e professores?

Espera-se que a resposta a cada uma destas questões esteja dependente do segmento do sistema educativo que se está a considerar. Concordemos — aqui, não necessariamente noutros contextos — em distinguir entre três tipos de educação matemática dizendo respeito aos três seguintes níveis educacionais:

(i) A educação matemática geral para toda a população — predominantemente a cargo do sistema escolar — que deve preparar os estudantes para a sua vida pessoal e social como indivíduos e como cidadãos.

(ii) A educação matemática daqueles que se preparam para profissões que não são, num sentido específico, matemáticas, mas para as quais a Matemática tem importantes serviços a oferecer. Chamar-lhes-emos utilizadores da Matemática em profissões extra-matemáticas.

(iii) A educação matemática daqueles que se dirigem a profissões matemáticas, como investigadores, «aplicadores» da Matemática, ou professores de Matemática em níveis pós-elementares (isto é, a partir da escola secundária).

[...]

A questão de «porquê?»

Os mais importantes argumentos — conforme apresentados na literatura, em conferências, em debates educativos, etc — para se incluírem aplicações e actividades envolvendo modelos matemáticos num dado currículo da nossa disciplina parecem ser os seguintes, ordenados de acordo com uma especificidade crescente em relação à Matemática:

[1] promover actividades e desenvolver atitudes e competências de natureza geral ligadas à criatividade e à resolução de problemas;

[2] gerar e desenvolver entre os estudantes um potencial crítico face ao uso (correcto e incorrecto) da Matemática em contextos extra-matemáticos;

[3] preparar os estudantes para serem capazes de utilizar a Matemática e os seus modelos: em outras disciplinas; como indivíduos ou cidadãos, no presente ou no futuro; ou nas suas futuras profissões;

[4] estabelecer uma visão representativa e equilibrada da Matemática, da sua natureza e do seu papel no mundo, a qual deve incluir todos os aspectos essenciais da Matemática, sendo a aplicação da Matemática e de modelos matemáticos noutras áreas um desses aspectos;

[5] contribuir para a aquisição e compreensão de conceitos, noções, métodos, resultados e tópicos matemáticos, para lhes dar mais consistência ou para proporcionar motivação para o estudo de certos ramos da Matemática.

O carácter e estatuto destes cinco argumentos não são os mesmos. Os argumentos [1] e [5] dizem respeito,

antes do mais, à tática educacional. O argumento [1] dirige-se a aspectos formativos da educação geral e do desenvolvimento pessoal dos alunos, não a matérias específicas da Matemática. A Matemática e as aplicações e modelos são tomadas como um veículo para uma finalidade geral, mais do que por terem interesse próprio. Em princípio, qualquer veículo, seja ou não matemático, que sirva para a mesma finalidade deveria ser relevante para o currículo.

Pretendendo facilitar ou melhorar o ensino da Matemática, o argumento [5] está relacionado com a tática de ensino de assuntos específicos. Aqui, as aplicações e modelos formam um veículo para este fim, substituível em princípio por qualquer veículo considerado efectivo para o mesmo fim. Por outro lado, o argumento não faria sentido se a Matemática fosse, ela própria, dispensada do currículo.

Perseguindo o propósito de preparar os estudantes para aspectos da vida exteriores ao ensino da Matemática, os argumentos [2] e [3] têm a ver com a estratégia educativa geral. Em ambos os argumentos, pretende-se que os estudantes comecem a lidar com a utilização real da Matemática no mundo; no argumento [2] de um modo analítico mas possivelmente passivo, no argumento [3] de um modo activo e construtivo mas possivelmente não-reflexivo. Para ambos os argumentos, a Matemática e as aplicações e modelos são componentes essenciais e não veículos substituíveis.

O argumento [4] pode ser encarado como a contrapartida estratégica (sobre assuntos específicos) do argumento tático [5]. Diz respeito à percepção pelos alunos da Matemática como uma entidade, levantando questões de natureza epistemológica e, em parte, questões de natureza sociológica também. Comparando com os argumentos de estratégia geral [2] e [3] que olham para o mundo exterior à Matemática e vêem a Matemática como um factor nesse mundo, o argumento [4] olha para a Matemática, embora também na sua globalidade. Por isso, no argumento [4] a Matemática e o seu aspecto «aplicações e modelos» não podem ser substituídos por qualquer outra coisa.

Todos estes argumentos podem ser encontrados em discussões sobre cada um dos três níveis educacionais identificados no início deste texto. No entanto, para um dado nível, alguns argumentos parecem surgir com um maior peso no debate didáctico do que outros.

Uma forma breve de resumir isto consiste em preencher a coluna «porquê?» da matriz atrás apresentada:

argumentos para «porquê?»

Formação geral promovida pela escola	[1], [3],	[5]
Formação de utilizadores da Mat. em profissões extra-matemáticas	[3],	[5]
Formação de matemáticos	[3], [4],	[5]

Se isto constitui um resumo justo do debate relativamente à questão «porquê?», parece que os argumentos [2] e [4] não têm merecido muita atenção. (Embora o argumento [1] surja apenas uma vez, tal como o [4], representa uma atenção muito maior visto que diz respeito ao nível mais geral da Matemática escolar).

Na minha perspectiva, esta prioridade não é satisfatória. Tentarei explicar porquê e estabelecer uma prioridade alternativa. Mas é necessária uma base para o fazer. A decisão de incluir estudos e actividades envolvendo aplicações e modelos no currículo de Matemática de um dado nível educacional deve resultar de uma consideração dos objectivos globais da educação matemática para esse nível. Portanto, para cada um dos três níveis discutidos no presente texto, a análise começa por uma breve discussão do papel da Matemática e da educação matemática nesse nível. Claro que uma tal análise não pode evitar o envolvimento de valores socio-culturais; a que se segue reflecte os meus.

Primeiro a educação matemática geral. Várias razões para proporcionar à população em geral uma formação matemática, para além da aritmética elementar, têm sido apontadas através dos tempos. Com mais frequência, os contributos utilitários da Matemática como um instrumento para responder a necessidades relevantes para a sociedade têm justificado a presença da Matemática pós-elementar no currículo escolar. Por vezes, a educação matemática tem sido vista como um veículo para formar e desenvolver capacidades intelectuais (como o raciocínio lógico), ou como um meio para actividades criativas e mesmo recreativas. Algumas vezes, a Matemática tem sido encarada como uma fonte de experiências estéticas, ou como um testemunho do património cultural da humanidade.

Geralmente, aquilo que constitui a justificação da Matemática escolar é uma combinação destas (e outras) razões.

Para mim, a razão última para que a população em geral tenha acesso a uma educação matemática substancial é o facto de a Matemática estar a ser usada extensivamente e de forma crescente na sociedade, para o melhor e para o pior, de um tal modo que as profissões e as vidas das pessoas como indivíduos e como cidadãos são fortemente influenciadas por ela. O propósito principal da educação matemática é ajudá-las a tornarem-se indivíduos competentes e independentes, e não vítimas, em todos os aspectos das suas vidas que se relacionam com a Matemática na sociedade. Este raciocínio reconhece o interesse dual em criar uma força de trabalho com boa formação e em promover um desenvolvimento democrático da sociedade.

As outras razões atrás referidas também poderiam justificar uma posição da Matemática no currículo escolar mas numa escala muito menor do que aquela que a Matemática de facto e merecidamente ocupa.

Então, se a educação matemática dada na escola deve corresponder ao objectivo aqui considerado prioritário ela deverá proporcionar aos estudantes pré-requisitos para compreenderem, avaliarem e manejarem aspectos

da utilização da Matemática noutras áreas. A utilização da Matemática concretiza-se através da construção e aplicação de modelos matemáticos, ainda que o processo de modelação nem sempre seja explícito. Se concordarmos que os pré-requisitos mencionados não são gerados automaticamente por um ensino focado apenas em conceitos, resultados e tópicos puramente matemáticos, somos levados a concluir que as aplicações e a modelação deviam fazer parte do currículo da Matemática escolar. Em termos dos argumentos previamente considerados estaremos a invocar os argumentos [2] e [3].

Isto não implica que os argumentos [1], [4] e [5] não tenham aqui um papel a desempenhar mas eles são argumentos derivados de segunda ordem, ao passo que os argumentos [2] e [3] consideram a importância das aplicações e da modelação como tais. No argumento [1], actividades de aplicação e de modelação constituem um veículo para um objectivo geral formativo. Por isso, só se quisermos perseguir este objectivo e estivermos convencidos que tais actividades são o único meio disponível para isso é que o argumento [1] tornará as aplicações e os modelos uma parte indispensável do currículo da Matemática escolar. Quanto ao argumento [4], a sua posição lógica neste contexto parece ser a seguinte: se a razão última para se dar uma educação matemática a todos os alunos na escola é o facto de a Matemática ser usada em diferentes situações na sociedade, o argumento [4] — que considera as aplicações e os modelos uma faceta importante da imagem da Matemática — nada acrescenta de novo e independente à argumentação. O mesmo se aplica ao argumento [5] que foca o papel das aplicações e modelos para apoiar a aquisição de conceitos, resultados e teorias matemáticas.

A razão básica para se proporcionar educação matemática a futuros utilizadores da Matemática numa dada profissão extra-matemática é, claro, o facto de a Matemática ser aplicada — ou aplicável — na preparação para ou na prática dessa profissão. Por isso, a Matemática é muitas vezes classificada como uma «disciplina de serviço» para tais profissões e para estudos que conduzem a elas.

O termo «profissão» deve ser tomado no seu sentido mais lato, indo desde negócios e vocações em que o papel da Matemática é modesto (embora esteja presente) até actividades académicas em áreas de investigação e desenvolvimento para as quais o envolvimento da Matemática é crucial.

À primeira vista parece fácil estabelecer que as aplicações e os modelos devem ser incluídos no currículo de Matemática que prepare para estas profissões simplesmente por causa do argumento [3]. Contudo, eu gostaria de acrescentar o argumento [2] pelas razões que se seguem.

Quando consideramos o leque de áreas para as quais a Matemática é uma disciplina de serviço, é importante ter presente que o papel que a Matemática desempenha em diferentes áreas varia muito de umas para outras. Estamos perante não só uma variação em grau e extensão mas também uma variação em carácter.

Em áreas como a Física, Astronomia, Química Teórica, partes da Economia Teórica, e muitos ramos de Engenharia, a Matemática integra-se na própria formação dos conceitos e teorias científicos de base, muitos dos quais não podem sequer ser formulados sem a Matemática. Por isso, para estas áreas a Matemática não é um mero meio, entre outros, de formular conceitos e teorias, não se pode simplesmente passar sem a Matemática. Além deste envolvimento integrativo da Matemática, há o papel altamente complexo que a Matemática desempenha nestas áreas na procura de soluções para problemas e para se estabelecerem resultados, etc. Uma característica geral nestas áreas é o facto de a Matemática ser necessária para se procurarem respostas tão exactas quanto possível, e na medida em que não se possam obter respostas exactas pretendem-se estimativas exactas dos erros.

Para disciplinas como Biologia, muitos ramos da Economia, etc., a Matemática é, embora altamente relevante e útil, não essencial no sentido em que o era para o grupo de disciplinas atrás citadas. Em Biologia e Economia, há muitas teorias e resultados que fazem sentido e podem ser formulados em termos qualitativos sem o uso da Matemática, mas podendo beneficiar fortemente de uma formulação matemática. Outra grande diferença entre a Física e, digamos, a Macro-Economia é que as teorias físicas são estabelecidas através de uma inter-relação muito elaborada entre a experimentação/observação e os modelos matemáticos teóricos, enquanto em Macro-Economia as experiências não são geralmente possíveis. Portanto, em Macro-Economia, só muito raramente se pretendem formulações quantitativas estabelecidas de forma matemática para serem exactas, antes se esperam formulações qualitativas. O mesmo se aplica à Biologia, ainda que a experimentação em Biologia seja muitas vezes possível. Em geral, seria demais esperar formulações quantitativas exactas, principalmente por que os seres vivos têm comportamentos muito mais complexos do que os sistemas físicos «mortos».

Se o papel desempenhado pela Matemática noutras áreas tem uma grande variação em carácter no que diz respeito às disciplinas académicas, a variação torna-se ainda maior quando se considera todo o leque de profissões extra-matemáticas. Isto indica que a aplicação da Matemática em contextos extra-matemáticos é uma questão problemática e não trivial. As aplicações e os modelos envolvem complicações práticas, técnicas, científicas, filosóficas e mesmo políticas que merecem uma atenção cuidadosa e crítica. Portanto, a inclusão das aplicações e modelos no currículo de Matemática para utilizadores em profissões extra-matemáticas de todos os tipos deve também assentar no argumento [2]. Quanto aos argumentos [1], [4] e [5] o seu lugar neste contexto é quase idêntico ao que tem no contexto escolar, pelo que não se acrescentarão agora novos comentários.

Se, finalmente, nos voltarmos para a educação matemática de matemáticos profissionais encontramos uma situação algo diferente. Para estes profissionais e para as suas funções, o papel da Matemática não pode ser reduzido à aplicação a outras áreas, ainda que sejam as

aplicações que constituem o interesse último do sistema que os emprega. São matemáticos, seja em investigação pura, em aplicações gerais ou no ensino (para além do nível da aritmética elementar). Por definição, a Matemática é uma componente crucial e indispensável no seu trabalho. Na minha opinião, contudo, é importante que obtenham uma perspectiva representativa e equilibrada da Matemática em todos os seus aspectos, incluindo as aplicações e modelos. Não se tornam só investigadores, «aplicadores» ou professores de Matemática mais competentes se a sua perspectiva da Matemática for mais lata do que aqueles que apenas têm no seu campo de visão a Matemática como um edifício teórico. Também as suas funções sociais como cidadãos especializados ganham em cultura, e portanto em qualidade, se forem formados para se tornarem profissionais com um espírito aberto e sentido crítico e não apenas especialistas colocados como rodas num enorme sistema social de cujo modo de funcionamento não têm consciência.

Por isso, invocarei primeiro o argumento [4] e, em segundo lugar — referindo o raciocínio anterior relativo ao carácter variável do papel da Matemática em diferentes áreas — o argumento [2] para justificar a inclusão de estudos sobre aplicações e modelos no currículo para futuros matemáticos profissionais. Uma vez mais, alguns dos restantes argumentos desempenham igualmente algum papel, excepto talvez o argumento [1]. O argumento [3] é derivado dos argumentos [4] e [2]: se os estudantes devem obter uma perspectiva genuína e substancial da aplicação da Matemática, devem preparar-

-se como se tivessem que praticá-la — pelo menos em pequena escala. (Estará ainda presente uma razão pragmática, a da preparação dos estudantes para um leque mais largo de possibilidades profissionais). Finalmente, o argumento [5] é relevante na preparação de futuros matemáticos na medida em que aplicações e modelos contribuem de facto para a motivação ou para apoiar a aquisição e compreensão de conceitos, métodos, resultados e tópicos de Matemática que fazem parte do respectivo nível educacional.

Resumindo as minhas respostas à questão «porquê?»:

argumentos para «porquê?»

Formação geral promovida pela escola	[2], [3]
Formação de utilizadores da Mat. em profissões extra-matemáticas	[2], [3]
Formação de matemáticos	[2], [4]

Embora já implícito na discussão anterior deve ficar explícito que estas respostas implicam, para todos os níveis educacionais, a resposta «sim!» à questão «Devem as aplicações e modelos fazer parte do currículo de Matemática para um dado nível educacional?».

Seleccção e tradução de Paulo Abrantes

Códigos e mensagens (conclusão)

Post-Scriptum

1) Já depois de passada a escrito a minha experiência com os *códigos e mensagens* encontrei, por acaso, uma experiência ficcionada no livro «UMA AVENTURA NO SUPERMERCADO» de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada. (Da colecção «Uma Aventura...» da Editorial «Caminho».)

Tudo começa com uma inocente pasta de dentes e, depois, o João (e o seu cão Faial) e os amigos (Chico, Pedro e as gémeas Luísa e Teresa), de aventura em aventura, acabam por descobrir e neutralizar um bando de contrabandistas de diamantes.

Ora, a certa altura, os nossos amigos interceptaram uma mensagem codificada trocada entre elementos do bando e tiveram de puxar pela cabeça até descobrirem o código. (Era assim: ao A correspondia o C e assim sucessivamente, adiantando sempre duas letras.) Curiosamente as estratégias de escrita da mensagem (pelos contrabandistas) e de decifração (pelos jovens) não são diferentes das usadas por mim com os meus estudantes.

(Por exemplo, não são grafados os acentos.) Juro que não ensinei os contrabandistas ... e os jovens também não!

2) Alguns dos nossos colegas do Ensino Preparatório, ao exemplificarem «pares ordenados», referem, estas trocas de letras.

3) «*Last but not least*»

As actividades que aqui relatei foram desenvolvidas ao longo de vários anos lectivos, em turmas do 7.º unificado.

Não posso já precisar qual a origem da ideia. Mas certamente que a referência, num artigo do Raúl Carvalho («Estatísticas, Português e computadores», publicado no «PROFMAT» n.º 2, Set. 86, pp. 82/89), a uma actividade semelhante, veio, na altura, encorajar-me a prosseguir.

É assim: a comunicação aos outros do que nós vamos produzindo é apenas um dos meios, mas essenciais, de participar no movimento pela renovação do ensino da matemática.