À mesa de jogo

Em cima da mesa estavam dois baralhos de 52 cartas cada um.
Cada um dos jogadores retirou para si algumas cartas, ficando as restantes no meio da mesa. Depois e simultaneamente:

— a Ana deu metade das suas cartas à Beatriz,

— a Beatriz entregou um terço das suas ao Carlos,

— o Carlos deu um quarto das que tinha ao Diogo,

— o Diogo passou um quinto do seu monte à Ana.

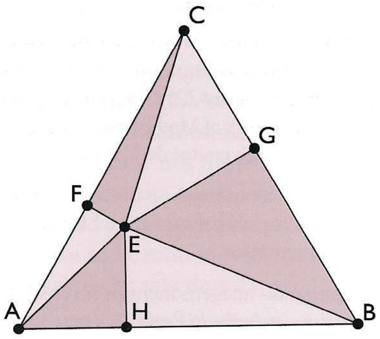
Feito isto, verificaram que todos ficaram com igual número de cartas. Quantas cartas sobraram no meio da mesa?

(Respostas até 30 de Setembro para zepaulo@armail.pt)

Triângulos coloridos

O problema proposto no número 105 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O professor disse aos alunos para desenharem um triângulo equilátero ABC e para escolherem um ponto qualquer E no seu interior. Depois pediu-lhes que unissem esse ponto com cada um dos vértices e que, também a partir de E, traçassem os segmentos perpendiculares a cada um dos lados do triângulo.

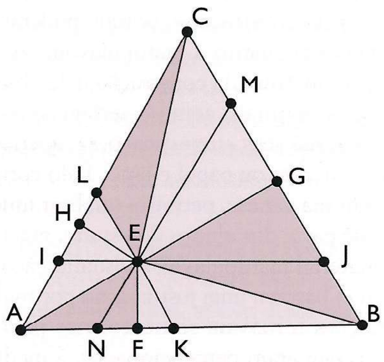


O triângulo inicial ficou assim dividido em seis triângulos mais pequenos que foram depois pintados alternadamente de vermelho e de amarelo. A Catarina garante que a área total dos triângulos vermelhos é igual à dos amarelos mas a Diana afirma que isso vai depender da posição do ponto E. Quem tem razão?

Recebemos nove respostas: Alice Bárrios (Catujal), Ana Leiria (Covilhã), Edgar Martins (Queluz), Eduardo Veloso (Cascais), Francisco Matos Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), Leonel Vieira (Braga), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e Rita Bastos (Lisboa).

Houve quem usasse programas da geometria dinâmica para verificar que as áreas são iguais, houve quem recorresse à geometria analítica para o provar, mas as resoluções mais interessantes, puramente geométricas, são do Leonel e da Rita. Eis como eles fizeram.

Pelo ponto E traçamos paralelas aos lados do triângulo.



O triângulo inicial fica dividido em 12 triângulos, congruentes dois a dois. Vejamos porquê.

Os triângulos EJB e EKB têm a mesma área porque EB é a diagonal do paralelogramo EJBK e a diagonal de um paralelogramo divide-o em duas partes congruentes.

Os triângulos ENF e EKF têm a mesma área porque o triângulo ENK é equilátero (todos os seus ângulos medem 60°) e a altura EF divide-o em duas partes iguais.

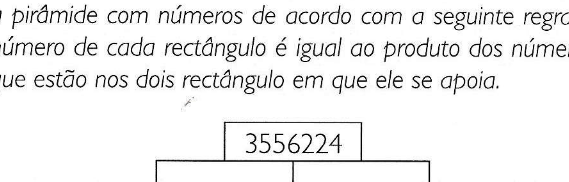
E assim sucessivamente.

Conclusão: quem tem razão é a Catarina.

Pirâmide multiplicativa

O problema proposto no número 106 de Educação e Matemática foi o seguinte:

A Catarina desenhou uma pirâmide de quatro andares formada por rectângulos iguais. Em cada rectângulo da linha inferior escreveu um número inteiro até 10. Depois, preencheu a pirâmide com números de acordo com a seguinte regra: o número de cada rectângulo é igual ao produto dos números que estão nos dois rectângulo em que ele se apoia.



No topo da pirâmide apareceu o número 3 556 224.

Que números pôs a Catarina na linha inferior?

Recebemos catorze respostas: Afonso Garcia (Torres Novas), Alberto Canelas (Queluz), Alice Bárrios (Catujal), Alice Martins (Torres Novas), Carlos Lopes (Abrantes), Carminda Marques (Fafe), Catarina Ferreira (Lamego), Edgar Martins (Queluz), Francisco Matos Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), João Sá, Leonel Vieira (Braga), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e Rafael Félix (Bombarral).

As estratégias seguidas foram muito parecidas.

Sejam A, B, C e D os números da linha inferior.

Na linha acima estão os números AB, BC e CD.

Na linha seguinte teremos AB^2C e BC^2D.

Portanto, o número superior será AB^3C^3D.

Decompondo o número no topo da pirâmide em factores primos, temos:

$$3556224 = 2^7 \times 3^4 \times 7^3 = AB^3C^3D.$$

Podemos já concluir que B (ou C) tem de ser 7. Seja B=7.

Como 3 aparece quatro vezes, terá de estar uma vez como factor de A e outra de C.

Não esquecendo que os números iniciais são inferiores a dez, o 2, que aparece sete vezes, estará uma vez como factor de C, outra em A e elevado ao cubo em D.

Conclusão, A = 6, B = 7, C = 6, D = 8.

			3556224			
		1764		2016		
	42		42		48	
6		7		6		8

Note-se que A e D podem trocar entre si, bem como B e C.

Número Temático da Educação e Matemática de 2010

Na revista *Educação e Matemática* n° 107 publicámos uma pequena nota anunciando as *Conexões Matemáticas* como tema para o número temático da revista, este ano. Frisámos nessa altura que, quer nos documentos dedicados ao ensino da Matemática, quer nos programas curriculares, se fazem várias referências e recomendações para o trabalho em sala de aula contemplado o estabelecimento de conexões matemáticas nas suas diferentes dimensões. Destacamos agora, com excertos, algumas dessas referências nos programas do ensino básico e do ensino secundário.

No programa de Matemática A (M.E., 2001), na definição de Objectivos e Competências gerais pode ler-se: «A Matemática nas suas conexões com todos os ramos de saber é uma contribuição decisiva na criação de condições para a consciência da necessidade da educação e da formação ao longo da vida, com vista a enfrentar mudanças profissionais e as incontornáveis adaptações às inovações científicas e tecnológicas.» Esta ideia é depois espelhada nas indicações metodológicas «Parte-se, quando possível, de problemas e situações experimentais para que, com o apoio na intuição, o estudante aceda gradualmente à formalização dos conceitos. São identificadas situações para estabelecer conexões entre os diversos temas de forma a proporcionar uma oportunidade de relacionar os vários conceitos, promovendo uma visão integrada da Matemática.» No programa, é também dado um destaque especial às Aplicações e Modelação Matemática, considerada como capacidade transversal a desenvolver nos alunos. Referências idênticas são encontradas nos programas de Matemática B, Matemática Aplicada às Ciências Sociais do ensino regular e recorrente.

Também no *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* (M.E., 2008), é definido como um objectivo geral: «Os alunos devem ser capazes de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas. Isto é, devem ser capazes de: identificar e usar conexões entre ideias matemáticas; compreender como as ideias matemáticas se inter-relacionam, constituindo um todo; reconhecer e aplicar ideias matemáticas em contextos não matemáticos, construindo modelos matemáticos simples. Os alunos devem reconhecer a Matemática como um todo integrado, estabelecendo conexões entre aquilo que já aprenderam e aquilo que estão a aprender em cada momento, mas também ser capazes de a usar em contextos não matemáticos. O estabelecimento de conexões é essencial para uma aprendizagem da Matemática com compreensão e para o desenvolvimento da capacidade de a utilizar e apreciar.»

Estas ideias são reforçadas nas orientações metodológicas: «Para além destas capacidades [Resolução de problemas, raciocínio matemático e Comunicação matemática], sobre as quais directa ou indirectamente se têm debruçado numerosas experiências curriculares em Portugal, este programa valoriza também outras capacidades como as de representação e de estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática, contempladas quer no trabalho com as capacidades transversais apresentadas neste ponto, quer no trabalho com os diversos temas matemáticos. A exploração de conexões entre ideias matemáticas, e entre ideias matemáticas e ideias referentes a outros campos do conhecimento ou a situações próximas do dia-a-dia do aluno, constitui também uma orientação metodológica importante. Os alunos têm de compreender como os conhecimentos matemáticos se relacionam entre si, ser capazes de usar a linguagem numérica e algébrica na resolução de problemas geométricos, nos mais diversos contextos.»

Estas e outras referências às Conexões Matemáticas nos documentos que orientam o trabalho dos professores em sala de aula têm com toda a certeza incentivado e inspirado experiências de ensino e aprendizagem que têm na sua essência o estabelecimento de conexões matemáticas. Vimos assim reforçar o convite aos nossos leitores para que partilhem reflexões, ideias ou experiências sobre este tema.