Incursão pelo Geometer'Sketchpad com alunos do 1º Ciclo do E.B.

Fernando Bravo

As orientações curriculares para o ensino da Matemática, quer em Portugal quer noutros países, enfatizam a capacidade que os computadores têm de desenvolver o raciocino das crianças. Por isso consideram indispensável a utilização, na sala de aula, da tecnologia, nomeadamente dos computadores.

O Currículo Nacional para o Ensino Básico — Competências Essenciais (M. E., 2001) — refere, por sua vez, que o professor deve abordar os conteúdos da área do saber com base em situações e problemas e organizar o ensino apoiando-se em materiais e recursos diversificados, dando atenção preferencial a situações do quotidiano. Também o Ministério da Educação no seu relatório sobre os resultados das provas de aferição para os 4°, 6° e 9° anos (M.E. 2006) salienta que continua a verificar-se que é nas questões que envolvem as competências de comunicação, raciocínio e resolução de problemas onde os alunos revelam maiores dificuldades. Assim os alunos devem adquirir a sensibilidade para a geometria e devem ser capazes de reconhecer ideias geométricas quando observam e quando comunicam as suas «descobertas». Estas duas competências podem ser atingidas com o uso de diversos recursos, nomeadamente com *software* de geometria dinâmica.

Embora a opinião de um aluno sobre o ensino da geometria,

> Fazemos geometria, por exemplo, quando já acabamos o que tínhamos que fazer e ainda é cedo para sairmos (aluno do 4° ano de escolaridade)

não permita fazer generalizações, vários autores, tais como Abrantes, Serrazina, Oliveira, Loureiro e Nunes (1999), Veloso (1988) e Lehrer e Chazan (1998), consideram que há uma tendência para encarar a geometria como tendo um papel secundário no ensino/aprendizagem da Matemática.

Para Douek e Pichat (2002), na última década, o desenvolvimento das capacidades argumentativas dos alunos mais novos tornou-se um assunto da maior preocupação para os educadores matemáticos por diferentes razões: (a) a necessidade de uma aproximação, desde muito cedo, a competências que são relevantes no processo de justificação, (b) a exploração do potencial da interacção social no desenvolvimento tanto do conhecimento matemático como das competências matemáticas, (c) a importância das competências de argumentação ao nível do currículo, direccionadas para o aumento da autonomia intelectual dos alunos.

Os autores sustentam ainda que as capacidades de argumentação não podem ser desenvolvidas a não ser num ambiente multidisciplinar, com a utilização de uma gestão interactiva da aproximação à escrita e às discussões sobre os textos produzidos, que reflictam a situação trabalhada pelos alunos, de modo a que estes obtenham imediato *feedback*. A utilização de ambientes de geometria dinâmica vem permitir que os alunos sejam confrontados com situações que podem estimular as suas capacidades de argumentação e dar uma outra relevância ao estudo da geometria.

Segundo Markopoulos e Potari (1996) os alunos, partindo de considerações visuais das formas geométricas, desenvolvem relações entre as figuras e as suas propriedades e constroem relações hierárquicas entre diferentes classes de figuras. O pensamento envolvido nesta construção não foi só resultado ou conjugação de um número de atributos críticos que correspondem à figura, mas foi, pelo contrário, inseparável dos modelos intuitivos e dinâmicos desenvolvidos pelas crianças, que, ao basearem-se neles, usaram o raciocínio para integrar aspectos perceptivos, imaginários e factuais, para justificar as suas opções.

Por outro lado, o estudo de padrões e regularidades está intimamente ligado com a compreensão da génese da Matemática. Segundo Mason (2002), as regularidades devem ser tratadas mesmo nos anos de escolaridade mais baixos, como forma de introdução à *generalização* e à *justificação*; é o que o autor apelida de «discipline of noticing», e que considera fundamental para a aquisição de conceitos, tal como o conceito de propriedade. Esta capacidade consiste na aptidão para reparar nos pormenores relevantes, nas regularidades indispensáveis para a resolução de um determinado problema.

É difícil o desenvolvimento de competências de análise e construção de padrões (Garrick e Orton, 1999), mas o desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de argumentação está dependente de a criança fazer experiências, procurar regularidades e depois comunicar aos outros as suas descobertas.

O estudo das formas no espaço e das relações espaciais oferece às crianças e aos jovens, no dizer de Abrantes *et al.* (1999), uma das melhores oportunidades para relacionar a matemática com o mundo real. As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objecto de outro e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto.

O recurso a *software* de geometria dinâmica dá ao aluno a possibilidade de fazer construções no ecrã de um computador, tendo em conta as propriedades das figuras geométricas, e de manipular essas construções, mantendo as referidas propriedades.

Estes ambientes informáticos permitem um maior leque de acções e o trabalho com objectos mais complexos relativamente à utilização das ferramentas clássicas (papel, lápis, régua e compasso) e, fundamentalmente, permitem que os alunos contactem com um grande número de situações em tempo real e se apercebam do domínio de validade das propriedades estudadas. Trabalhar com estes ambientes ajuda os alunos a dar sentido ao processo da justificação. A sua aprendizagem decorre por etapas e a formulação de conjecturas e a sua validação com a análise de exemplos e contra-exemplos, é facilitada pelo vai e vem contínuo facultado pelas ferramentas.

Os ambientes de geometria dinâmica permitem a realização de actividades centradas na resolução de problemas e que solicitam dos alunos um certo número de competências que eles já possuem ou que poderão desenvolver com a sua utilização. Também possibilita a reflexão no seu próprio processo de pensamento quando resolvem tarefas nestes ambientes.

Aplicação

Tomando em linha de conta o que foi referido, desenvolvi um estudo com crianças do 4° ano de escolaridade, todas com 9 anos, em que foram utilizadas diversas tarefas, construídas ou adaptadas, que necessitavam da aplicação de uma ambiente de geometria dinâmica (AGD): o *Geometer's Scketchpad* (GSP).

As tarefas focavam aspectos como a «descoberta» de relações e propriedades das figuras geométricas e das isometrias, nomeadamente das reflexões.

Os alunos foram iniciados na utilização de algumas ferramentas básicas da aplicação. Foram-lhes apresentadas algumas tarefas preparatórias com o fim de observar as suas reacções tanto à aplicação informática, como ao tipo de questões que lhes iriam ser colocadas. A implementação das tarefas propostas decorreu em dois dias da semana durante dois meses.

Para cada tarefa e para cada grupo foi feita a gravação áudio das discussões e das conclusões obtidas no final de cada tarefa realizada. Para além disto, os alunos tinham à sua disposição um caderno de notas onde escreviam as suas conclusões relativamente aos procedimentos a efectuar perante a tarefa a resolver e as suas conclusões.

Algumas Tarefas

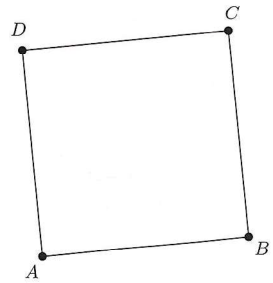
Apresentam-se em seguidas algumas das várias tarefas utilizadas.

1. Triângulo(s)

Com esta tarefa pretendia-se que os alunos construíssem e manipulassem um triângulo, a partir de um dos lados, depois de um vértice, ampliando-o, reduzindo-o e fazendo-o rodar, e tentassem responder se o «produto final» das suas manipulações, era ainda um triângulo e se seria, ou não o mesmo triângulo.

Houve respostas curiosas. Para alguns alunos, o facto de se dizer «o mesmo triângulo» implicava uma de duas coisas: Para uns, «o mesmo» parecia querer dizer unicidade, ou seja, se lhes fossem apresentados dois triângulos geometricamente iguais e na mesma posição, eles diziam que eram triângulos diferentes na medida em que não eram o mesmo (haveria dois desenhos de triângulos), mas tinham a mesma forma, eram iguais. Quando deformavam um dos triângulos consideravam que se tratava de triângulos diferentes do original. Outros alunos, na mesma situação, diziam que era o mesmo triângulo a mudar de forma, quando ampliavam, rodavam e deformavam o triângulo inicial. Esta observação dos alunos revela a sua não preocupação com a dimensão.

Também foi interessante observar que para alguns alunos, o facto de marcarem três pontos quase alinhados e depois traçarem os lados do triângulo, não lhes colocava qualquer problema de identificação da figura como se o segmento de recta visível fosse um triângulo perpendicular ao campo visual do observador.



Medidas dos lados	*Medidas dos ângulos*
$AB = 3{,}30$ cm	$m\angle ABC = 90{,}00°$
$BC = 3{,}30$ cm	$m\angle BCD = 90{,}00°$
$CD = 3{,}30$ cm	$m\angle CDA = 90{,}00°$
$DA = 3{,}30$ cm	$m\angle DAB = 90{,}00°$

Figura 1

2. Quadrado e suas propriedades

Comecei por pedir aos alunos que dissessem o que era para eles um quadrado. Sem excepção, todos disseram que era uma figura que tinha os lados todos iguais.

Depois pedi que manipulassem um quadrado dinâmico e que fossem observando as alterações que iam ocorrendo (figura 1).

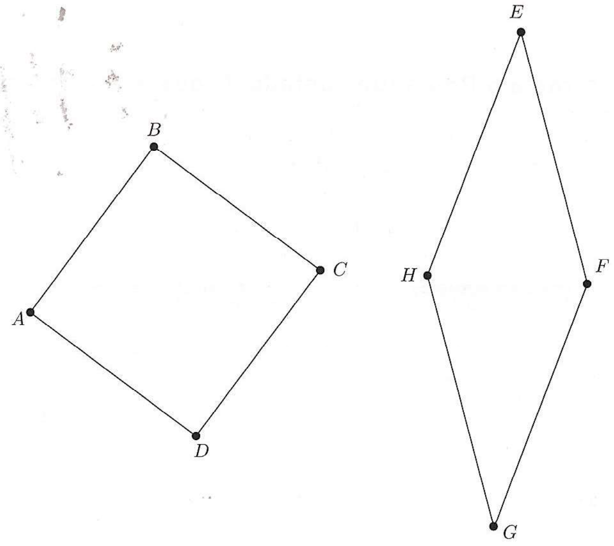
Só após manipularem e verificarem que a amplitude dos ângulos se mantinha é que alguns alunos disseram que o quadrado tinha todos os ângulos iguais e rectos.

3. Comparação Quadrado-Losango

Nesta tarefa, comecei por perguntar aos alunos qual destas duas figuras era um quadrado. Identificaram imediatamente a figura ABCD e tiveram dúvidas sobre a HEFG, parecendo-lhes que também seria um quadrado (figura 2).

Após manipularem as figuras, imediatamente referiram, correctamente, que só uma é que era quadrado, pois a outra deixava de ter os ângulos rectos. Instados a referir o nome da figura «deformável», todos disseram que era um losango. Pedi-lhes seguidamente que dissessem quando é que um losango poderia ser um quadrado. Depois de manipularem e observarem as alterações ocorridas responderam que isso só acontecia quando os ângulos fossem rectos. Perguntei, em seguida, se era possível transformar o quadrado num losango e a resposta foi de que tal era impossível, porque o quadrado tinha sempre os ângulos rectos e no losango isso nem sempre acontecia.

Esta sucessão de respostas é esclarecedora da evolução que se operou no conceito de quadrado que estes alunos tinham. Primeiro, os ângulos serem ou não rectos, parecia fazer pouca diferença, uma vez que, para os alunos, dizer que o quadrado tinha os lados iguais parecia bastar. Após terem manipulado e tentado deformar as figuras a questão da igualdade dos ângulos do quadrado passou a ser uma propriedade importante, uma vez que a referiram como fundamental para distinguir o quadrado e o losango.



Medidas dos ângulos	*Medidas dos ângulos*
$m\angle ABC = 90°$	$m\angle FHG = 144°$
$m\angle BCD = 90°$	$m\angle HGF = 36°$
$m\angle DAB = 90°$	$m\angle GFE = 144°$
$m\angle CDA = 90°$	$m\angle FEH = 36°$

Medidas dos lados	*Medidas dos lados*
$m\overline{AD} = 3$ cm	$m\overline{HE} = 4$ cm
$m\overline{BC} = 3$ cm	$m\overline{HG} = 4$ cm
$m\overline{CD} = 3$ cm	$m\overline{GF} = 4$ cm
$m\overline{AB} = 3$ cm	$m\overline{EF} = 4$ cm

Figura 2

4. RooBooGoo

Nesta tarefa, os alunos deveriam arrastar os pontos que lhes apareciam no ecrã e tentar descrever, as figuras feitas com os rastos dos dois pontos. O que estava em causa eram algumas transformações geométricas, tais como meias-voltas e reflexões, sendo quie os eixos das diferentes reflexões não eram visíveis (figura 3).

Numa primeira fase, os alunos pareceram não se aperceber de que esta tarefa não era um jogo e foram muito parcos em justificações às perguntas: «Onde é que o Roo consegue apanhar o Goo?», «Faz o Roo desenhar uma linha horizontal. O que acontece ao Goo?»; «Faz o Roo desenhar uma circunferência. O que acontece ao Goo?»

Após terem «gasto» algum tempo a responder às diversas perguntas, a maior parte dos alunos começou a fornecer mais detalhes quanto à sua percepção do comportamento dos pontos. Para eles os pontos já não só «faziam o mesmo», como passaram a descrever os ângulos «ao contrário». Quando solicitados a desenhar com um dos pontos uma figura que o outro ponto copiasse do mesmo modo, um grupo escolheu o quadrado (porque tinha tudo igual) e outro escolheu a circunferência (porque não tinha ângulos).

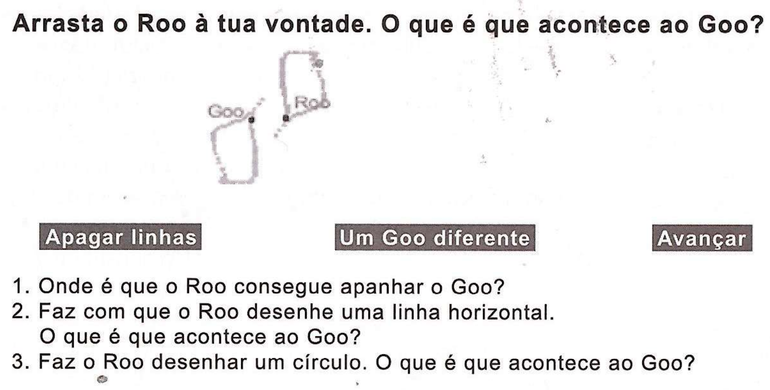


Figura 3

Na última questão «Será que o Roo e Boo conseguem fazer juntos um coração) três dos grupos foram bem sucedidos, fazendo com que os pontos começassem o seu movimento juntos (no eixo de simetria) e um desses grupos chegou mesmo a justificar deste modo a sua opção.

Conclusões

Após a análise dos dados recolhidos foi possível concluir que:

(I) *Relativamente à aprendizagem da geometria:*

a) Ao longo das tarefas, as concepções destes alunos sobre a matemática e a geometria parecem ter-se alterando, devido à utilização do AGD. Tal convicção é apoiada em dois factos: Os alunos incluíram as tarefas de geometria que realizaram nos desenhos que fizeram, relativamente à matemática, quando este pedido lhes foi feito pela segunda vez e, segundo a professora, passaram a integrar gestos indicando movimento, quando davam justificações orais na sala de aula.

b) Os alunos manifestaram diversas competências. Identificaram conceitos, reconheceram formas geométricas simples, descreveram e identificaram figuras geométricas e suas propriedades, assim como construíram figuras geométricas simples. Apenas pontualmente apresentaram argumentos com base na visualização e no raciocínio espacial. Tal facto, apesar de ter sido esporádico, resultou indubitavelmente da utilização do AGD. Esta presunção baseia-se em várias situações observadas e também no que uma das alunas disse, referindo-se ao GSP, quando questionada na entrevista final: «para ver se entendemos mais coisas».

c) Inicialmente foram detectadas nos alunos, diversas dificuldades. Algumas, tais como a aquisição incorrecta de conceitos e a não aplicação de conceitos previamente adquiridos, foram-se atenuando sensivelmente com o decorrer das tarefas e, inclusivamente, os alunos conseguiram superar as dificuldades com que certos casos limite os confrontaram. Isto deveu-se também à utilização do AGD.

d) A utilização do AGD possibilitou também situações curiosas de aprendizagem, das quais destaco a percepção a 2 ou 3 dimensões de transformações de imagens a 2 dimensões. Este tipo de percepção visual pode vir a ser útil para os alunos, facilitando a aprendizagem de novos conceitos, tal como sustentam Abrantes (1999) e Perry e Dockett (2002).

e) A utilização do AGD parece ter possibilitado que os alunos começassem a «reparar» mais nos pormenores, nos invariantes das figuras, apesar desta «conquista» ter sido muito incipiente.

(II) *Relativamente ao ensino da geometria,* a utilização de um AGD em sala de aula implica aspectos, como os que a seguir se referem, que não resultaram directamente do estudo, mas que nele estiveram sempre implícitos. Assim, é necessário que o professor consiga:

a) Criar ambientes de sala de aula propícios à experimentação, ao questionamento, discussão e reflexão.

b) Aprofundar os seus conhecimentos matemáticos (geométricos), tecnológicos e didácticos.

c) Investigar para recolher, adaptar e criar tarefas ricas de conteúdo.

d) Criar formas de avaliação adequadas que permitam integrar este tipo de tarefas, de modo a que a avaliação esteja alinhada com o tipo de ensino praticado.

e) Discutir com os seus pares sobre o ensino e aprendizagem da matemática, de modo a trocar experiências, ouvir opiniões e reflectir sobre o seu trabalho.

Por fim, a utilização de um AGD coloca o professor perante uma dificuldade significativa, que se prende com o modo com deverá colocar as questões aos seus alunos. Estas terão de alcançar o ténue equilíbrio entre o serem sugestivas e directivas.

Considerações finais

Perante o exposto considero que as tarefas foram um instrumento muito útil para a construção, por parte dos alunos, de um pensamento matemático mais profundo e consistente, na medida em que, tal como diz Mason (1997), não só o «como», mas também «o porquê» estiveram sempre presentes ao longo do processo de resolução das tarefas. Este segundo «ingrediente» do pensamento matemático foi elevado a uma dimensão diferente e mais rica, pelo facto de os alunos poderem participar na construção e na movimentação das figuras, focando a sua atenção nas suas propriedades, realçadas pela característica dinâmica da aplicação.

É de salientar um facto, entre vários a que tive oportunidade de assistir, e que foi a resposta dada de forma natural à questão «porque é que temos de marcar dois pontos antes de traçarmos uma recta?»[1]. Foi imediatamente perceptível aos alunos quando usaram o GSP que o primeiro ponto servia para «marcar» a recta e o segundo servia para a «segurar». Esta resposta foi dada enquanto os alunos faziam oscilar a recta por eles próprios construída. A justificação que deram foi-lhes «sugerida pela construção», porque puderam ver o movimento da figura enquanto a manipulavam. As justificações dadas não foram fruto da construção e da observação de um ou dois casos pontuais, como o seriam se os alunos estivessem a utilizar, nas suas «investigações», apenas material manipulável concreto ou papel e lápis. Pelo contrário e porque o GSP, pela sua génese, permitiu analisar muitos casos, promoveu, por parte dos alunos do estudo, mais do que qualquer outro material manipulável, a visualização e o sentimento de que não bastava uma justificação pontual caso a caso. As justificações tornavam-se necessárias para englobar todos os casos que eram percepcionados, à medida que a figura mudava continuamente. É o que Perry e Dockett (2002) chamam pensamento espacial. Os alunos eram motivados a fazer, à sua maneira, generalizações, que são importantes para o ensino-aprendizagem da matemática.

Em conclusão, considero que um AGD, como o GSP, é uma aplicação útil, interessante e «provocadora das aprendizagens». Ao proporcionar ao utilizador, com relativa facilidade, a possibilidade do movimento «contínuo», provoca-o a experimentar e a tentar descobrir as razões, tanto da construção, como do comportamento das figuras que ele próprio constrói e manipula, contribuindo assim para o desenvolvimento de uma visão diferente e mais rica da geometria. A sua utilização com crianças de um nível de escolaridade inicial, apesar de poder fazer surgir problemas de diversa ordem, permite que estes alunos contactem, desde cedo, com novas exigências tanto ao nível do pensamento lógico, como ao nível da justificação. Assim, considero fundamental que esta aplicação informática seja explorada, pelo menos, com alunos do 4° ano de escolaridade, de modo continuado e procurando diversificar as tarefas para que os benefícios decorrentes desta utilização possam ser mais consistentes, significativos e duradouros.

Nota

1 Nas tarefas introdutórias pedi a muitos dos alunos da turma que desenhassem uma «recta» paralela à borda do quadro. Quase todos o faziam «a olho» sem preocupação de medir distâncias e marcar pontos. Quando o faziam não sabiam explicar as razões porque o tinham feito.

Bibliografia

Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte e P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria ao virar do milénio* pp. 51–62. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I., Loureiro, C e Nunes, F. (1999). *A matemática na educação básica.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

Associação de Professores de Matemática (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Battista, M. (2000). *Learning geometry in a dynamic computer environment.* Berkely: Key Curriculum Press.

Biehler, R, Scholz, R., Winkelman, B. (1994). *Didactics of mathematics as a scientific discipline.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bravo, F. (2005). Impacto da utilização de um ambiente de geometria dinâmica no ensino-aprendizagem da geometria por alunos do 4° ano do 1° ciclo do ensino básico. Tese de Mestrado. Universidade do Minho.

Douek, N. e Pichat, P. (2003). *From oral to written texts in grade 1 and the long term approach to the mathematical organization.* Paris: UFR de Psychologie, Université Paris-8.

Lehrer, R. e Chazan, D. (1998): *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space.* London: Lawrence Earlbaum Associates, Publishers.

Markopoulos, C. e Potari, D. (1996). Thinking about geometrical shapes in a computer-based environment. In L.Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 337–344. Valencia: Universitat de Valencia

Mason, J. (1997). O «quê», o «porquê» e o «como» em matemática. In *Investigar para aprender matemática.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Mason, J. (2002). Explorando imagens mentais no ensino/aprendizagem de matemática. In *Actas do ProfMat* Viseu. Lisboa: APM (cd-rom).

Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo nacional do ensino básico, competências essenciais.* Lisboa: Antunes & Amílcar, Ldª.

Ministério da Educação-Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário (1990). *Ensino básico. Programa do 1° ciclo.* Algueirão: Editorial do M. E.

Perry, B. e Dockett, S. (2002). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L.English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, pp. 81–105. London: Lawrence Earlbaum Associates, Publishers.

Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas actuais. Materiais para professores.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Fernando Bravo

Escola EB 2,3 Gonçalo Nunes