

Impossibilidades, uma poderosa possibilidade matemática [1]

Cristina Loureiro



No seu livro «Cartas a uma jovem matemática», Ian Stewart faz o elogio da impossibilidade em Matemática. Afirmar que «a matemática goza de um privilégio que nenhuma outra forma de vida tem. Na matemática, podemos demonstrar que algo é impossível.» Acrescenta ainda que «uma demonstração matemática de impossibilidade é uma garantia virtualmente inquebrável» (p. 93). Sabemos como esta fascinante possibilidade faz parte da matemática, mas muitas vezes esquecemo-nos de que, por isso mesmo, ela deve estar presente na construção do raciocínio matemático na escola. Nos últimos anos confrontei-me com algumas impossibilidades matemáticas no ensino básico que me interessaram duplamente. Por um lado foi a necessidade de demonstrar a impossibilidade. Por outro o fascínio que elas produzem nos alunos.

Construir um quadrilátero com 3 ângulos rectos

A tarefa proposta aos alunos foi: *Num geoplano de 5 por 5, construir quadriláteros com pelo menos um ângulo recto. Pintar a vermelho os ângulos rectos, a verde os agudos e a amarelo os obtusos.*

Ao organizar os exemplares descobertos em classes segundo o número de ângulos rectos, rapidamente reconhecemos que falta um quadrilátero com 3 ângulos rectos. Nin-

guém consegue construir um quadrilátero assim. Será mesmo impossível?

A demonstração de que este quadrilátero não pode existir, na geometria euclidiana, tem por base a ideia de que ao tentar obter o terceiro ângulo recto necessariamente o quarto ângulo também tem que ser recto (fig 1). Uma verificação manual pode ser feita com recurso a um geoplano como ilustra a figura 2.

Construir um quadrilátero só com 2 ângulos rectos opostos

O que é também interessante quando nos familiarizamos com a existência da impossibilidade é que ficamos mais sensíveis a esta hipótese e somos tentados a recorrer a ela frequentemente. Por exemplo, tenho notado que muitos professores pensam que é impossível construir um quadrilátero só com 2 ângulos rectos opostos. Não só não é impossível, fig. 3, como estes quadriláteros têm um papel muito importante na geometria.

Nos exemplos apresentados na fig. 3, há dois exemplares congruentes e um que está incorrecto. Não é difícil confirmar, mas para isso é necessário ter alguma destreza em identificar ângulos rectos quando os seus lados não coincidem com a malha quadriculada do geoplano.

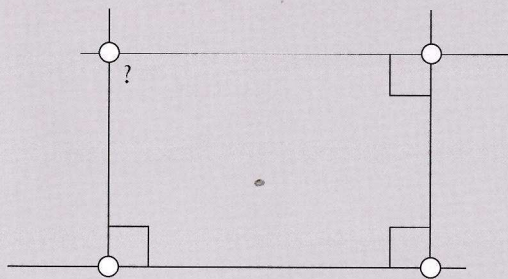


Figura 1

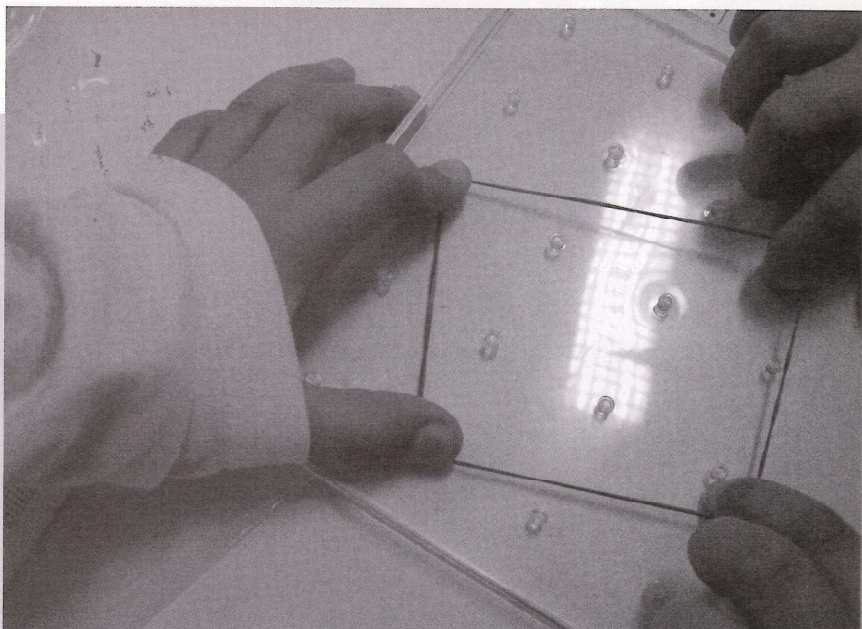


Figura 2

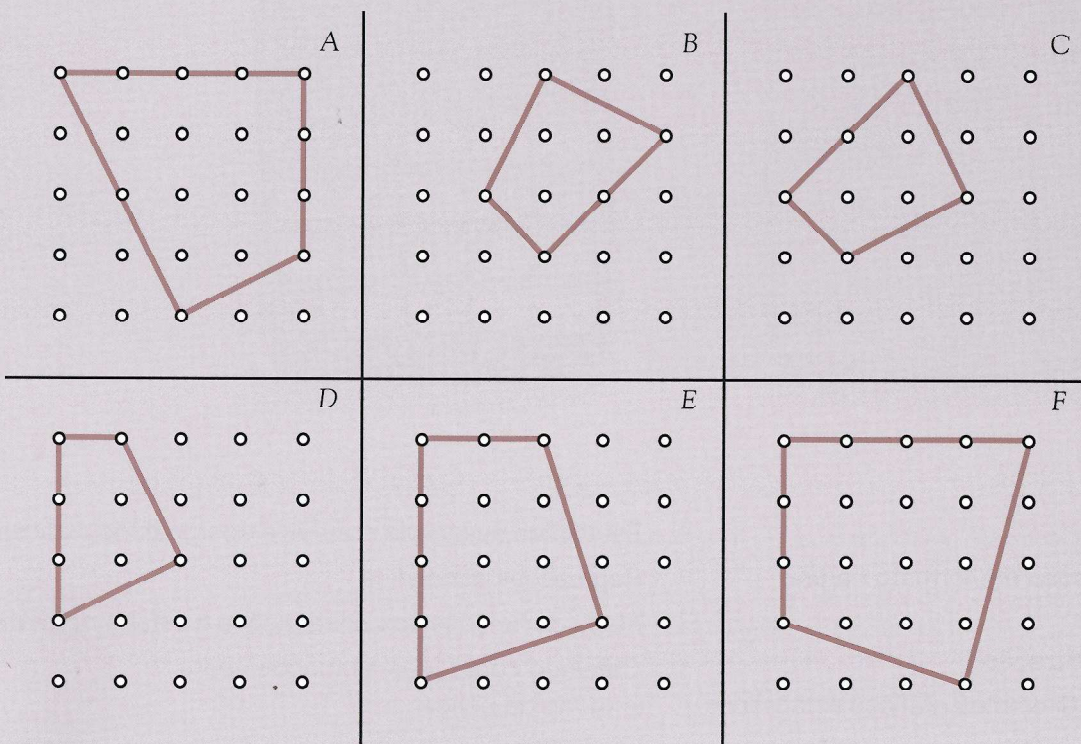


Figura 3

Procurar um exemplo de existência é um tipo de acção fundamental no raciocínio geométrico. Assim como é próprio da geometria, no caso de não se obter nenhum exemplo, procurar uma explicação para essa inexistência. O raciocínio geométrico consolida-se a partir das relações que se vão estabelecendo na procura de objectos geométricos com determinadas condições. A geometria elementar pode ser fértil neste tipo de situações desde que se tenha o cuidado de criar condições para isso.

Nota

Este artigo é o primeiro de uma série de textos curtos sobre ideias matemáticas importantes. Cada artigo será a discussão de uma ideia com base numa experiência ou num episódio de sala de aula.

Referências Bibliográficas

Stewart, Ian. (2006). *Cartas a uma jovem matemática*. Lisboa: Relógio d'Água.