

Al-jabr: duas ou três palavras sobre o nascimento de uma nova matemática

José Dilson Beserra Cavalcanti
Marcelo Câmara dos Santos

Nesse texto buscamos discutir algumas considerações sobre a Álgebra e seus aspectos históricos. Quando se trata de discutir a história da Álgebra, é comum narrar sobre o progresso da matemática que passou por um período de desenvolvimento lento e pouco produtivo até ao momento de firmação da Álgebra que culmina com Viète e outros como Descartes nos séculos XVI e XVII.

Numa perspectiva alternativa, iniciamos pela possível origem cultural da Álgebra. Para Da Rocha Falcão (1997), a origem cultural da Álgebra seria associada a problemas de difícil resolução por meios aritméticos. Esse autor discute tal fato exemplificando com um popular caso de partilha de bens relatado pelo historiador da matemática D. Guedj (1992), e descrito a seguir:

Um homem possui uma escrava, que se torna sua amante e favorita. Um dia, esse homem morre, e aí surge um problema: se a escrava continua como tal, ela faria, de certa forma, parte da herança. Como tal deverá participar da repartição dos bens entre os herdeiros, o que não seria conveniente devida a sua condição prévia de amante do falecido. Portanto, torna-se conveniente libertá-la antes da partilha; mas assim fazendo, algum herdeiro poderá reclamar que está sendo espoliado em parte dos bens que poderiam lhe caber. Dessa forma, a própria escrava deverá se comprar. O problema agora seria: comprar-se com que dinheiro? Na condição de amante-viúva, ela teria direito a uma fração dos bens totais do falecido senhor, e seria então com essa parte que ela poderia se comprar. Mas o total a dividir entre os herdeiros (que inclui a escrava-amante) depende do valor da escrava, que, por sua vez, depende da soma global a dividir!

Tal situação embaraçosa de cunho jurídico-religioso seria possível de se resolver aritmeticamente? Da Rocha Falcão (1997) sugere que foram situações como essa que serviram de subsídio para um manual intitulado *Al-Kitab-al-muhatasar-fi-hisab-al-djabra-l-muqabala* [O livro da concatenação (al-djabra) e do equilíbrio (al-muqabala)]. Esse livro escrito pelo matemático Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi¹ por volta do século IX é considerado o primeiro manual de Ál-

gebra árabe (Rashed, 1984; Dhombres *et al.*, 1987 *apud* Da Rocha Falcão, 1997).

O termo «Álgebra», estranhamente, parece que não possui etimologicamente, uma tradução literal, como por exemplo acontece com o termo «aritmética», que deriva do grego «arithmos». Comumente quando buscamos pesquisar sobre a história da Álgebra encontramos que a palavra «Álgebra» tem origem árabe. Para Baumgart (1992) «Álgebra» seria uma variante latina da palavra árabe Al-Jabr. O tratado de Álgebra de al-Khwarizmi teria sido traduzido para o latim com título *Liber algebrae et almucabala*, portanto Álgebra deriva da tradução latina de Al-Jabr.

Como já mencionamos anteriormente, a palavra Álgebra não possui etimologicamente uma tradução literal do que ela significa, mas parece bastante utilizada por alguns autores sua tradução como «Ciência da Reunião» ou da «Restauração» (cf. Brito Menezes, 2006).

Em relação ao desenvolvimento histórico da Álgebra como ciência, o que se encontra comumente nos manuais de história da matemática é o caráter lento do progresso da Álgebra e a periodização habitualmente definida pelos termos «Álgebra retórica», «Álgebra sincopada» e «Álgebra simbólica».

Nesse sentido, Luis Puig (1998) discute sobre essas três etapas de desenvolvimento da Álgebra. Uma etapa primitiva da Álgebra seria a da Álgebra retórica, já que os textos são escritos na linguagem vernácula da época paleobabilônica (entre 2000 e 1600 a.C.). No Egito, aproximadamente 1600 anos antes de Cristo, temos a obra conhecida como o *Papiro de Ahmes*². Os problemas expressos nesse papiro dizem respeito a assuntos cotidianos dos antigos egípcios, como o preço do pão, a alimentação do gado, entre outros contextos (Teles, 2002).

Alguns problemas também tratam dos próprios números, como por exemplo, «um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Diga-me: qual é a quantidade?». Como percebemos, o número procurado ou desconhecido, foi representado pela palavra «montão», o que era comum com problemas desse tipo.

Outra etapa, data aproximadamente de 400 anos antes de Cristo, na Grécia. A «Álgebra sincopada» (termo idealizado por Nesselman em 1842 apud, PUIG, 1998), seria representada pela Aritmética de Diofanto, caracterizada pelos escritos em vernáculo, porém com alguns termos técnicos escritos na forma de abreviaturas.

Ainda na Grécia, aproximadamente em 300 a.C, Euclides de Alexandria em sua obra «Os Elementos» dedicou dois (o livro II e o V) dos treze livros da obra à Álgebra. Na Álgebra de Euclides, as quantidades desconhecidas eram comumente representadas por figuras geométricas. (Boyer, 1974 apud Teles, 2002). Conforme Puig (1998), em 1886, Hieronimus Georg Zeuthen teve a idéia de qualificar o livro II de «Álgebra geométrica».

A partir desse momento, o progresso da Álgebra seguiu a passos lentos, e só muito tempo depois é que os matemáticos passaram a substituir as palavras por letras e sinais simbólicos. Por último, surge assim, a «Álgebra simbólica» que culmina com os matemáticos Viète e Descartes nos séculos XVI e XVII. Viète introduziu o uso sistemático de letras para representar valores desconhecidos. Descartes aperfeiçoou e efetivou a Álgebra simbólica, criando a notação atual. Essa Álgebra é caracterizada assim, pela representação totalmente simbólica das equações, a exemplo de como conhecemos nos dias atuais.

Não seria elegante não ressaltarmos também os feitos dos ingleses Robert Record e Thomas Harriot contemporâneos de Viète. O primeiro contribuiu para a consolidação da Álgebra de diversas formas. Foi ele quem criou o símbolo para a igualdade como conhecemos hoje (=, dois traços paralelos e horizontais). O segundo por sua vez, criou os símbolos para desigualdades e foi o responsável por eliminar algumas palavras que restavam nos trabalhos de Viète.

Conforme Teles (2002), até ao século XVII, a Álgebra era uma generalização da aritmética. Já no século XIX ela se estenderia a elementos além dos números e operações. A teoria dos grupos, devida em parte a Gauss e, sobretudo, a Galois, marca a chamada Álgebra «moderna». Na segunda metade do século XIX, o estudo principal da Álgebra eram as estruturas algébricas abstratas. Kummer contribuiu com a teoria dos corpos e Dedekind com a noção de ideal de um anel. Ao final do século XIX, a Álgebra teria diversas aplicações, como por exemplo em análise, em geometria, em mecânica, em física teórica (Chambadal, 1978).

O que seria a Álgebra hoje? Definir stricto sensu o que é Álgebra não é uma tarefa fácil e nem tampouco concordante entre os vários pesquisadores. De uma maneira bastante interessante, Lee (1996) propõe que a Álgebra deve ser entendida como uma mini-cultura na cultura da Matemática. Se considerarmos as aplicações atuais da Álgebra e seu desenvolvimento histórico, podemos dizer que ela se configura como um significativo campo da ciência Matemática enquanto objeto de estudo em si e, numa perspectiva pragmática, a Álgebra também seria como um instrumento potencial para o estudo e desenvolvimento de outras ciências e das tecnologias.

Notas

¹ A palavra *algarismo* seria originada em homenagem ao nome desse matemático.

² Escrito por um escriba chamado Aahmesu, mais conhecido por Ahmes. O Papiro de Ahmes está guardado atualmente no Museu Britânico. O Papiro tem uma dimensão de 5,5 metros de comprimento por 32 centímetros de largura, e contém oitenta problemas, todos resolvidos. Para ver problemas desse papiro acesse: <http://www.mahatlantica.pt/mathis/Egípto/Rhind/Rhind.htm>

Referências

- Baumgart, J. K. *Álgebra*. Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992.
- Boyer. C. B. *História da matemática*. São Paulo-SP: Edgar Blucher, 1974.
- Brito Menezes, A. P. *Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à Álgebra na 6ª série do ensino fundamental*. Tese de doutorado não publicada. Doutorado em Educação. Recife: UFPE, 2006.
- Da Rocha Falcão, J.T. (1997). A Álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. Em: Schliemann, A.D. e outros (1997). *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997. pp. 85-107.
- Dhombres, J., Dahan-Dalmedico, A., Bkouche, R., Houzec, C., & Guillemot, M. *Mathématiques au fil des âges*. Paris: Gauthier-Villars, 1987.
- Guedj, D. *Sur les rives du sign égal* (Que nous raconte la naissance de l'algèbre?). Libération, 1992. 32 p.
- Lee, L. An initiation into algebraic culture through generalization activities. In: Bednarz, N.; Kieran, C. & Lee, L. (Eds.) (1996). *Approaches to Algebra: Perspectives of Research and Teaching*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. pp. 87-106.
- Ponte, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavaro (Eds.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Caminha: SEM-SPCE, 2006. pp. 5-27.
- Puig, L. *Componentes de una historia del Álgebra*. El texto de al-Khwarizmi restaurado. En Hitt, ed. *Investigaciones en Matemática Educativa II*. México, DF: Grupo Editorial Iberoamérica, 1998 pp. 109-131 (Versión ligeramente modificada en 2003).
- Rashed, R. *Entre l'arithmétique et l'algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris: les Belles Lettres, 1984.
- Teles, R.A.M. *A relação entre aritmética e Álgebra na matemática escolar: um estudo sobre a influência da compreensão das propriedades da igualdade e do conceito de operações inversas com números racionais na resolução de equações polinomiais do 1.º grau*. Dissertação de Mestrado não publicada. Recife: UFPE, 2002.

José Dilson Beserra Cavalcanti
UFPE/UFPE/FADE/LICEU-UNICAP

Marcelo Câmara dos Santos
UFPE/Cap-UFPR/SBEM