

Códigos e mensagens

José Carlos Frias, Escola Secundária das Telheiras

Sétimo ano unificado, Fevereiro ou Março. O «material» começa a mostrar fadiga. Vem aí a Primavera, os primeiros dias bonitos... As negativas do 1.º Período ameaçam tornar-se crónicas...

«Aplicações injectivas, 'subjectivas'...?! Então, como é que se sabe que o domínio é aquele?!»

A seguir ponho à consideração dos colegas algum material, testado em várias turmas, para a Unidade do 7.º ano Unificado «APLICAÇÕES». A sua aplicação durará várias aulas e a decisão da sua exploração será particularmente útil em turmas com a «moral» em baixo ou com problemas de relacionamento entre alunos. Se numa turma ou em relação a alunos atentos, estudiosos, enfim, «certinhos», esta actividade resulta interessante para eles, mas não passa de mais um jogo, no caso de «alunos-problema» a possibilidade de redigir as próprias mensagens e escolher o destinatário bem como o desafio que é descodificar as mensagens alheias constituem atractivos poderosos.

Depois de ter leccionado os assuntos «Aplicações» e «Classificação de Aplicações» (1) o professor desafiará a turma a descodificar uma *mensagem*, por exemplo:

JZ ZJITGZLZQ AZ DBOLAO GDQOJ BOQHPTBDL
BOQ BOATVOJ JZBLZIOJ,

fazendo desde logo as convenções que eu indico a seguir (ou outras): a cada uma das 23 letras do alfabeto corresponde outra letra dessas 23, aos espaços entre as palavras correspondem espaços, respeita-se a pontuação e os parágrafos mas não se grafam os acentos (isto é, A, Ã, À, Á, Â representam-se por A).

Ninguém conseguirá... mas o desafio apenas começou.

Depois, o professor porá no quadro a frase descodificada, pedindo que descubram o *código* utilizado:

JZ ZJITGZLZQ AZ DBOLAO GDQOJ BOQHPTBDL
BOQ BOATVOJ JZBLZIOJ.

SE ESTIVEREM DE ACORDO VAMOS COMUNICAR
COM CODIGOS SECRETOS.

Com mais ou menos demora, os alunos obterão o código que o professor poderá sugerir colocar na forma de *tabela* de uma aplicação:

A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z
D C B A Z X V U T S R Q P O N M L J I H G F E

Neste momento estará já claro que a comunicação com código se destina a esconder de terceiros o conteúdo da mensagem; e que emissor e receptor devem ambos conhecer o código e poder aplicá-lo à mensagem sem ambiguidades. Será proveitoso estudar a questão: «Que

qualidade(s) deverá ter esta tabela? Representará uma aplicação? Bijectiva?»

— Deverá, ou não, ser *aplicação*?

E forneça-se aos alunos a frase: «A ESCOLA VAI MUDAR» pedindo-lhes que usem, em dois exercícios diferentes, as seguintes tabelas:

a) A A B C D E E F G H I J J L M N O O P Q R S T U U V X Z
Z X V U T S R Q P O N M L J I H G F E D C B A Z X V U T
b) A B C D G H I J P Z
L M N O P Q R S T U

— A aplicação deverá, ou não, ser *sobrejectiva* e *injectiva*? (As duas qualidades andam ligadas, dado tratar-se de um conjunto finito de símbolos.)

c) frase: «BEBE MAIS UM COPO»
tabela:

A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z
B C D B C D B C D B C D B C D B C D B C D B C

— Conclusão: a *aplicação* deverá ser *bijectiva*.

Não se querendo enveredar pelo extra-curricular, ficar-se-á por aqui — com atenção à necessidade de multiplicar os exemplos, os TPC de mensagens (com códigos conhecidos), utilizando o potencial valor relacional e afectivo destes «jogos» para melhorar o clima da aula ou para outro fim relevante.

Se se pretender pode-se colaborar com a disciplina de Português (as mensagens poderão ser textos de autores escolhidos...) e, sobretudo, a aplicação prática desta actividade mostrar-vos-á como nem só os professores de Português poderão ajudar a corrigir a ortografia.

Pode-se colaborar com a disciplina de Práticas Administrativas (ou, pelo menos, dispor de uma máquina de escrever). Conselho prático: previnam-se a tempo com vários conjuntos de etiquetas autocolantes (já alfabetizadas); e pensem que vão ter de deixar a(s) máquina(s) com as teclas como estavam dantes. Máquinas de escrever, para quê? Para treinar dactilografia? Não só, acima de tudo permite tornar mais atractiva e menos confusa a tarefa de codificar ou descodificar, principalmente se a mensagem for longa. Escrever à mão pode aumentar a confusão que os alunos (neste caso, na codificação ou na descodificação) sempre sentem: «*Setor*, é do domínio para o contradomínio ou vice-versa?» Utilizando máquina de escrever (2) essa questão pode ser discutida e ficar materialmente determinada *antes* de iniciada a actividade.

(Nota: reparem que, a menos que o código seja simétrico (isto é, A-Z; B-X; ...; X-B; Z-A), tem de se colar etiquetas para codificar e outras etiquetas para descodificar.)

Se se pretender dar resposta completa à questão inicial («sem código, descodifiquem esta mensagem») terá de se enveredar pela estatística (enfim, o estudo das permutações possíveis dissuadirá os jovens de procurarem por tentativa e erro).

O professor porá no quadro uma mensagem ou pedirá a um aluno ou a um grupo para lá escrever uma mensagem redigida por ele, sem que seja revelado o código (há uma condição prévia, que a mensagem tenha um comprimento, isto é, um número de letras já razoável. Digamos, no mínimo 200 letras).

Colocado assim o desafio diz-me a experiência que tem de ser o professor a fornecer a estratégia (enfim, a melhor estratégia): comparar a frequência relativa das letras da mensagem com a frequência relativa com que as letras do alfabeto português (se a mensagem for nesta língua) aparecem.

A determinação da frequência relativa das letras na língua portuguesa (melhor: na linguagem escrita ou, melhor ainda, numa prosa próxima daquela que enforma a mensagem), pode passar pela contagem, num texto suficientemente longo (no mínimo uma página), dos AA, dos BB, etc... Os alunos podem fazer esta contagem na aula ou em casa, dividindo o trabalho. Alternativamente, o professor pode fornecer o resultado de uma contagem já realizada, ou fornecer a lista ordenada das letras, segundo a frequência com que aparecem: A, E, O, S, R,... (Atenção: as letras menos frequentes podem trocar entre si de posição, em contagens em textos diferentes). Pode ainda fazer utilizar (na aula, num cantinho, enquanto a maior parte da turma trabalha noutra coisa) um programa de computador para essa contagem (3).

Acabei de referir, no parágrafo anterior, o problema do tamanho do texto, que se relaciona com a possível diferente colocação na lista A; E; O;... das letras menos frequentes, conforme os textos utilizados (em particular, no texto que nos serviu de padrão e no texto da mensagem). Esta dificuldade tem de ser resolvida apelando às evidências linguísticas: há um número limitado de terminações possíveis para as palavras; só existem 3 palavras («a menos de um acento») com uma única letra: «a», «o» e «e»; etc...

Uma outra dificuldade é a má ortografia do emissor: um erro é o suficiente para destruir parcialmente o sentido que a descodificação levava. Não devemos desperdiçar a ocasião — e, aliás, os alunos são os primeiros, imaginem! — a preocupar-se com a correcção!

Apresento a seguir um programa para ajudar a descodificar a mensagem, trocando letra por letra:

```
6 PRINT «Escreva a mensagem, sem ultrapassar o
ecran cheio (20 linhas).»: PAUSE 90
```

```
8 CLS
10 INPUT a$
12 PRINT a$
13 PRINT
15 LET b=LEN a$
17 INPUT «Trocar ...»; b$ «por ...»; c$
20 FOR i=1 TO b
30 IF a$(i)=b$ THEN LET a$(i)=c$
35 PRINT a$(i);
40 NEXT i
50 INPUT «Quer mais trocas? (S/N)»; d$
60 IF d$=«s» OR d$=«S» THEN GO TO 90
70 IF d$<>«s» OR d$<>«S» THEN STOP
90 PRINT « »
100 INPUT «Trocar ...»; b$; «por ...»; c$
105 GO TO 20
```

Este programa permite, dada uma mensagem, trocar letra por letra. Exemplo: se a mensagem é D PDXHPDXMFD H R TZX HVXD D GDU e se, por comparação das frequências relativas ou por intuição (ou por conhecermos o código), quisermos trocar o D por A, faremos:

«Trocar ...» D «por ...» A

e no «ecran» aparecerá: A PAXHPAXMFA H R TZX HVXA A GAU e assim sucessivamente trocaremos as letras até, na melhor das hipóteses, obtermos a mensagem descodificada, que no caso se tratava de «A MATEMÁTICA É O QUE ESTÁ A DAR». Era quase impossível decifrá-la, dado o curto tamanho da mensagem, a menos que reparássemos numa regularidade própria ao código. (Atenção: assim como está, este programa distingue minúsculas de maiúsculas.)

Quando o código é desconhecido e a comparação das frequências relativas e a intuição parecem não ser suficientes, levanta-se a dúvida: «terei feito as trocas correctas?» Por exemplo: seja a palavra codificada DVVRFMDFDR e suponham-se as sucessivas alterações:

AVVRFMAFAR
AVVEFMAFAE.

Como proceder para anular a troca do R inicial pelo E, e em seguida trocar R por O? ...Exactamente, E por O; e aqui está uma ocasião para falar de composição de aplicações.

(Nota: uma dificuldade, que requer concentração, surge em casos como: tendo feito sucessivamente

DVVRFMDFDR
AVVRFMAFAR

se troque V por R: vai haver RR de duas proveniências...)

Em cada turma muito poucos alunos se tornam peritos em descodificação, mas é garantido: a troca de mensagens (de códigos desconhecidos) entusiasma a turma toda.

continua na pág. 34

aplicações que constituem o interesse último do sistema que os emprega. São matemáticos, seja em investigação pura, em aplicações gerais ou no ensino (para além do nível da aritmética elementar). Por definição, a Matemática é uma componente crucial e indispensável no seu trabalho. Na minha opinião, contudo, é importante que obtenham uma perspectiva representativa e equilibrada da Matemática em todos os seus aspectos, incluindo as aplicações e modelos. Não se tornam só investigadores, «aplicadores» ou professores de Matemática mais competentes se a sua perspectiva da Matemática for mais lata do que aqueles que apenas têm no seu campo de visão a Matemática como um edifício teórico. Também as suas funções sociais como cidadãos especializados ganham em cultura, e portanto em qualidade, se forem formados para se tornarem profissionais com um espírito aberto e sentido crítico e não apenas especialistas colocados como rodas num enorme sistema social de cujo modo de funcionamento não têm consciência.

Por isso, invocarei primeiro o argumento [4] e, em segundo lugar — referindo o raciocínio anterior relativo ao carácter variável do papel da Matemática em diferentes áreas — o argumento [2] para justificar a inclusão de estudos sobre aplicações e modelos no currículo para futuros matemáticos profissionais. Uma vez mais, alguns dos restantes argumentos desempenham igualmente algum papel, excepto talvez o argumento [1]. O argumento [3] é derivado dos argumentos [4] e [2]: se os estudantes devem obter uma perspectiva genuína e substancial da aplicação da Matemática, devem preparar-

-se como se tivessem que praticá-la — pelo menos em pequena escala. (Estará ainda presente uma razão pragmática, a da preparação dos estudantes para um leque mais largo de possibilidades profissionais). Finalmente, o argumento [5] é relevante na preparação de futuros matemáticos na medida em que aplicações e modelos contribuem de facto para a motivação ou para apoiar a aquisição e compreensão de conceitos, métodos, resultados e tópicos de Matemática que fazem parte do respectivo nível educacional.

Resumindo as minhas respostas à questão «porquê?»:

argumentos para «porquê?»

Formação geral promovida pela escola	[2], [3]
Formação de utilizadores da Mat. em profissões extra-matemáticas	[2], [3]
Formação de matemáticos	[2], [4]

Embora já implícito na discussão anterior deve ficar explícito que estas respostas implicam, para todos os níveis educacionais, a resposta «sim!» à questão «Devem as aplicações e modelos fazer parte do currículo de Matemática para um dado nível educacional?».

Seleção e tradução de Paulo Abrantes

Códigos e mensagens (conclusão)

Post-Scriptum

1) Já depois de passada a escrito a minha experiência com os *códigos e mensagens* encontrei, por acaso, uma experiência ficcionada no livro «UMA AVENTURA NO SUPERMERCADO» de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada. (Da colecção «Uma Aventura...» da Editorial «Caminho».)

Tudo começa com uma inocente pasta de dentes e, depois, o João (e o seu cão Faial) e os amigos (Chico, Pedro e as gémeas Luísa e Teresa), de aventura em aventura, acabam por descobrir e neutralizar um bando de contrabandistas de diamantes.

Ora, a certa altura, os nossos amigos interceptaram uma mensagem codificada trocada entre elementos do bando e tiveram de puxar pela cabeça até descobrirem o código. (Era assim: ao A correspondia o C e assim sucessivamente, adiantando sempre duas letras.) Curiosamente as estratégias de escrita da mensagem (pelos contrabandistas) e de decifração (pelos jovens) não são diferentes das usadas por mim com os meus estudantes.

(Por exemplo, não são grafados os acentos.) Juro que não ensinei os contrabandistas ... e os jovens também não!

2) Alguns dos nossos colegas do Ensino Preparatório, ao exemplificarem «pares ordenados», referem, estas trocas de letras.

3) «*Last but not least*»

As actividades que aqui relatei foram desenvolvidas ao longo de vários anos lectivos, em turmas do 7.º unificado.

Não posso já precisar qual a origem da ideia. Mas certamente que a referência, num artigo do Raúl Carvalho («Estatísticas, Português e computadores», publicado no «PROFMAT» n.º 2, Set. 86, pp. 82/89), a uma actividade semelhante, veio, na altura, encorajar-me a prosseguir.

É assim: a comunicação aos outros do que nós vamos produzindo é apenas um dos meios, mas essenciais, de participar no movimento pela renovação do ensino da matemática.