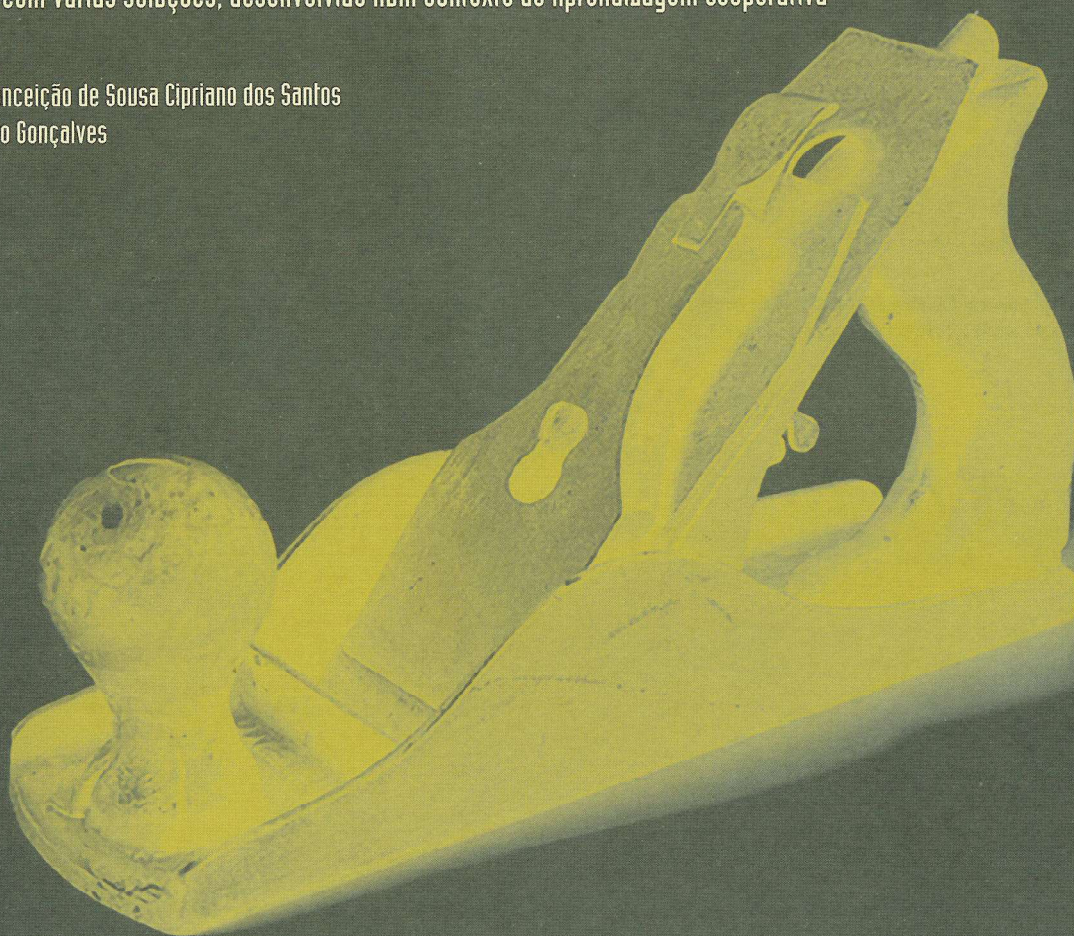


«O Carpinteiro»

Problema com várias soluções, desenvolvido num contexto de Aprendizagem Cooperativa

Maria da Conceição de Sousa Cipriano dos Santos
José Alberto Gonçalves



No presente artigo, é nosso intuito dar a conhecer uma compilação de vários episódios cujo objectivo principal era investigar o modo como os alunos resolviam um problema não rotineiro, com várias soluções, e as potencialidades pedagógicas da aprendizagem em equipa cooperativa. O trabalho de campo foi desenvolvido durante o ano de 2006 (junto de várias turmas do 1.º ciclo) e em 2008 (junto de duas turmas do 5.º e 6.º anos, respectivamente).

Embora tenhamos aplicado o problema a alunos do 1.º e 2.º ciclos e neste trabalho descrevamos e analisemos as estratégias dos alunos de ambos os ciclos, o enfoque na aprendizagem cooperativa será dado aos alunos do 6.º ano.

Antes de tudo, teceremos breves considerações sobre a importância da aprendizagem em equipas cooperativas e sobre a resolução de problemas.

Resolução de Problemas

A resolução de problemas é uma capacidade transversal que deve estar sempre presente nas aulas de Matemática, mas

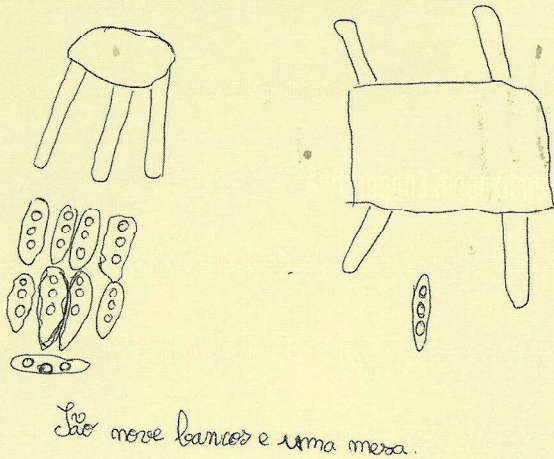
mais importante ainda é a forma como a sua abordagem é feita na aula. O clima criado pode influenciar positiva ou negativamente a disposição dos alunos face à resolução de problemas, à auto-confiança, ao interesse, à perseverança, às crenças e à sua flexibilidade de pensamento.

Quando os professores assumem a resolução de problemas na sua prática pedagógica, contextualizam a aprendizagem dos alunos e, concomitantemente, permitem aquisições fundamentais às aprendizagens matemáticas.

Quando a resolução de problemas se alia ao trabalho cooperativo, gera-se um processo afectivo e social de interacções onde a partilha de ideias e todos os valores associados à cooperação dão lugar a aprendizagens únicas e especiais.

No trabalho de grupo, amplamente defendido pela NCTM (1991), destaca-se o papel da aprendizagem cooperativa no desenvolvimento da comunicação, da sociabilidade e da capacidade de resolução de problemas.

Para Jean Lave e Etienne Wenger (1991:29), a dimensão social não é uma condição periférica da aprendizagem, mas sim uma condição intrínseca a essa mesma aprendiza-

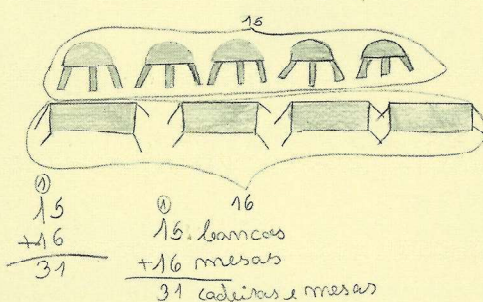


16
 15
 +16
 31
 15 bancos e uma mesa.

Ex.1.—Desenham um banco e fazem 9 grupos de três pernas. Desenharam uma mesa e fizeram 1 grupo de 4 pernas.*

Bancos	Mesas	Pernas usadas

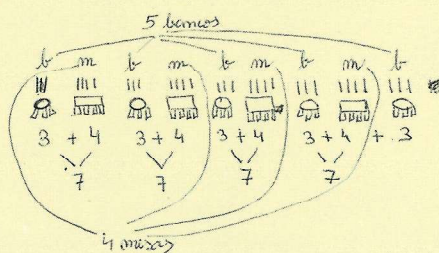
Ex.2.—Constroem uma tabela onde colocam uma coluna para os bancos, uma para as mesas e uma para o total de pernas usadas em cada conjunto.*



15
 +16
 31
 15 bancos
 +16 mesas
 31 cadeiras e mesas

Ex.5.—Desenham 5 bancos e 4 mesas, seguindo-se a adição do total de pernas dos bancos com o total de pernas das mesas.*

mesas	bancos	Total de pernas
		7
		14
		21
		28
		+3 sobra



Ex.6.—Constroem uma tabela e um esquema onde fazem a contagem de 7 em 7 [pernas de uma mesa + pernas de um banco] e no final apenas aparece um banco porque sobram 3 pernas.*

gem, pelo que, para estes autores, «o significado da aprendizagem é configurado através de um processo de tornar-se um participante (full) na prática social» (cit. por Fernandes, 1998:35). De acordo com esta perspectiva de participação, a aprendizagem é «concebida como um processo de tornar-se membro de uma comunidade. No caso particular da Matemática, tornar-se membro de uma comunidade matemática» (Fernandes, 1998:31) é o pré-requisito mais importante para aprender. Para além de favorecer competências acerca de conteúdos matemáticos, a aprendizagem cooperativa também nos ensina muito acerca de nós próprios, acerca dos outros e das interacções sociais. Os alunos sentem a sua própria evolução e a sua responsabilidade na evolução dos colegas, aliando isso ao prazer de participar/descobrir estratégias e à criação das ideias matemáticas diversificadas, como evidenciam os seguintes depoimentos de alunos do 6.º ano, em mini-entrevistas efectuadas:

«... Eu gosto de trabalhar em grupo, assim a gente aprende mais coisas... diferentes maneiras de pensar da nossa...»

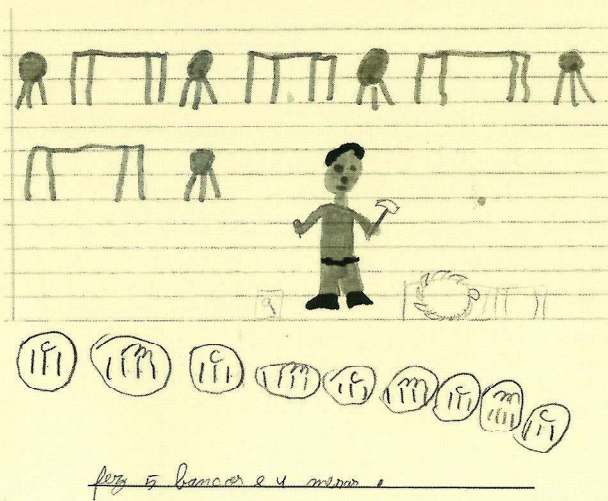
«em grupo a gente ajuda-se e é mais fácil fazer as coisas... temos ajuda e ajudamos... eu decubro uma coisa e eles ajudam-me... e assim fazemos mais coisas.»

«Eu prefiro estar em grupo... Atão não se está sozinho! é mais divertido e aprende-se mais...».

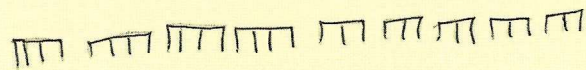
«Em equipa coopero com os colegas. Uns têm raciocínios diferentes dos outros... e o trabalho fica mais completo...mais rico.»

O Problema

«Um carpinteiro recebeu uma encomenda para fazer mesas de 4 pernas e bancos de 3 pernas. Na sua carpintaria havia 31 pernas para realizar esse trabalho.



Ex. 3.—Desenham 1 banco e 1 mesa até esgotar o total de pernas.*



Ex.4.—Desenham 4 mesas e depois 5 bancos.**

$31-3=28$ | $28-3=25$ | $25-3=22$ | $22-3=19$ | $19-3=16$ | $16-3=13$ | $13-3=10$ | $10-3=7$ | $7-3=4$ | $4-3=1$
 1 perna que sobra junta-se às pernas de bancos e fica
 A mesa de 4 pernas.

Ex.7.—Partem do total de pernas 31 e vão subtraindo 3 [nº de pernas de um banco], continuando a subtrair 3 a cada diferença até não ser possível. Assim como não pode sobrar pernas, a última subtração terá que ser por 4. Associam o desenho para ilustrar o objecto a que se referem.*

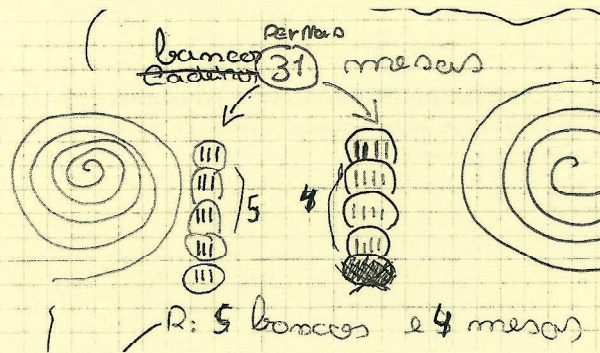
Utilizando TODAS as pernas, quantas mesas e cadeiras conseguiram fazer?»

Constituição das equipas

Os alunos foram divididos em grupos heterogêneos em que todos os elementos da equipa trabalharam para um fim comum. A cada aluno foi atribuído um papel (que é distinto do papel dos outros elementos do grupo, mas que se completaram e a liderança foi partilhada). Foi criado um clima de interdependência positiva (de forma a que os estudantes sintam que ninguém terá sucesso a não ser que todos o tenham). Os alunos foram conduzidos a partilhar com os colegas os seus raciocínios (explicação simultânea).

As diferentes Resoluções do Problema

O problema apresentado pretendeu contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas cen-



Ex. 8.—Este grupo dividiu as 31 pernas em duas partes e desenhou-as.**

trando-se na abordagem em quatro fases de George Polya (1973), contemplando-se algumas heurísticas que pretendem ajudar os alunos na compreensão do problema, na delimitação de um plano, na sua execução e na fase de verificação. No entanto, neste artigo, é dado ênfase ao trabalho estratégico, tendo sido registados processos que recorreram ao uso de desenhos, algoritmos convencionais, esquemas, tabelas ou através da oralidade.

Vejamos, então, algumas estratégias utilizadas pelos alunos na resolução do problema apresentado:

Desenhando/desenhando e operando

Os alunos recorreram ao desenho para : interpretar o problema; registar/representar as estratégias de resolução; e comunicar ideias (fornecendo pistas sobre as suas ideias matemáticas). Algumas crianças iniciaram os seus registos com desenhos e completaram-nos usando números. Algumas vezes os desenhos surgiram para conferir respostas.

Usando o Algoritmo

Houve crianças que utilizaram uma linguagem matemática mais formal usando algoritmos, sendo o desenho apenas um meio de ilustrar o problema ou de validar as suas soluções.

$$\begin{array}{r} 31 \\ -4 \\ \hline 27 \\ -4 \\ \hline 23 \\ -4 \\ \hline 19 \\ -4 \\ \hline 15 \\ -4 \\ \hline 11 \\ -4 \\ \hline 7 \\ -4 \\ \hline 3 \end{array}$$

P. Ela fez 7 mesas e 1 banco por que eu fui fazendo mesas e quando cheguei ao fim só sobravam 3 pernas que deu para fazer 1 banco.

4 pernas + 3 pernas são 7 pernas

$$\begin{array}{r} 31 \text{ pernas do total} \\ -7 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ \hline 24 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ -7 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ \hline 17 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ -7 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ \hline 10 \text{ pernas da mesa e do banco} \\ -7 \text{ pernas que sobraram do banco} \\ \hline 3 \end{array}$$

O homem fez 5 bancos e 4 mesas

$$\begin{array}{r} 31 \\ -3 \\ \hline 28 \\ -3 \\ \hline 25 \\ -3 \\ \hline 22 \\ -3 \\ \hline 19 \\ -3 \\ \hline 16 \\ -3 \\ \hline 13 \\ -3 \\ \hline 10 \\ -3 \\ \hline 7 \\ -3 \\ \hline 4 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array}$$

9 (nove) bancos

1 (uma) mesa

Ex.9.—Partiram de 31 [total de pernas] e recorreram à subtração sucessiva de 4 [número de pernas da mesa] ou de 3 [número de pernas do banco] ou de um conjunto de 7 [pernas da mesa+pernas de banco].*

$$\begin{array}{r} 31 \\ -27 \\ \hline 04 \end{array}$$

9 → BANCOS

↓ PERNAS DE 1 MESA

3 — IIII

4 — IIIII

banco

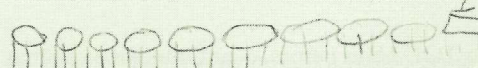
$$\begin{array}{r} 31 \\ 3 \overline{) 31} \\ \underline{30} \\ 1 \end{array}$$

gastei 3x10=30 pernas | sobrou 1

$$\begin{array}{r} 30 \\ -9 \\ \hline 27 \end{array}$$

10-1=9 bancos

3+1=4 pernas=1 mesa



Ex.12.—A partir do total de pernas [31] fazem uma divisão por 3 [número de pernas de um banco], dando 10 bancos. Como sobra 1 perna [resto da divisão de 31 por 3] subtraem 1 banco aos 10 bancos, ficando com 9 bancos [27 pernas]. depois adicionam as 3 pernas do banco à perna que tinha sobrado inicialmente. A estratégia é ilustrada com desenhos.**

R: O homem fez 5 bancos e 4 mesas e fez 31 pernas.

$$\begin{array}{r} 5 \times 3 = 15 \\ 4 \times 4 = 16 \\ \hline 31 \end{array}$$

climáx mesas

Helder

Migo

José

3x9 = 27 + 4 = 31

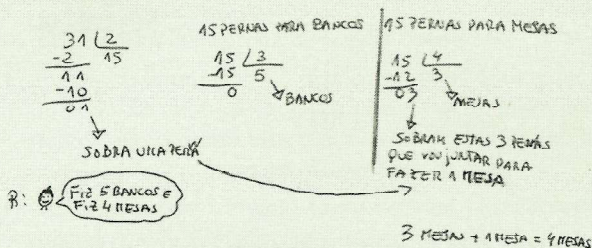
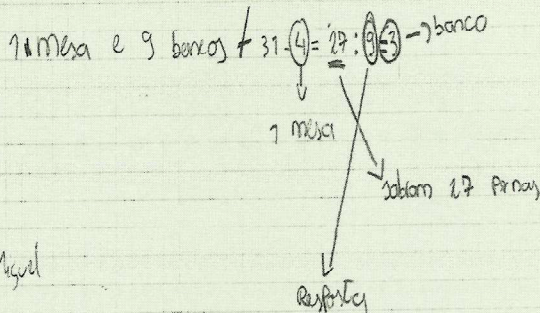
7 mesas e 1 banco

4 mesas e 5 bancos

$$\begin{array}{r} 5 \times 3 \\ 4 \times 4 = 16 + 15 = 31 \end{array}$$

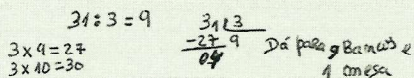
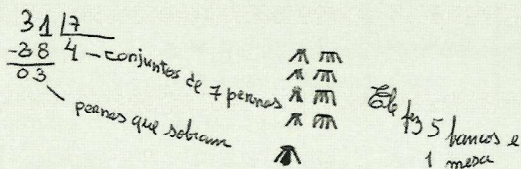
Ex.14.—Recorrem à multiplicação do número de bancos e de mesas pelo número de pernas de cada um, adicionando o total de pernas. Recorrem à tentativa e erro, ao cálculo mental e à estimativa.*

o monarca

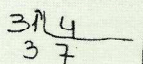


Ex.10.—A partir do total de pernas [31] formam dois grupos, ficando cada um com 15 pernas, sobrando 1 perna [resto da divisão de 31 por 2]. Dividem um grupo de 15 pernas por 3 [número de pernas de um banco], dando para 5 bancos. Dividem o outro grupo de 15 pernas por 4 [número de pernas de uma mesa] dando para 3 mesas, mas sobrando 3 pernas [resto da divisão de 15 por 4]. Juntaram esta perna com a outra que tinha sobrado no início fazendo uma nova mesa. Aqui destaca-se a importância do resto numa divisão.*

Ex.11.—Retiram 4 às 31 pernas para formarem 1 mesa. Depois dividem as 27 pernas, que restaram, por 9 e assim validam a resposta inicial.**



Ex.13.—Dividem o total de pernas por 7 [conjunto das pernas de 1 banco e das pernas de 1 mesa]. Validam/completam a resposta através da multiplicação, ilustrando-a com desenhos.*



31 mesa de 4 pernas e 1 banco de 3 pernas

Ex.15.—A partir do total de pernas [31], fazem uma divisão por 4 [número de pernas de uma mesa], dando 7 mesas. Como sobram 3 pernas [resto da divisão de 31 por 4] fazem um banco.*

Dados
bancos = 3 pernas
mesas = 4 pernas

Indicação

Operação

$$\begin{array}{r} 8 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ \hline 15 \\ 15 \\ \hline 30 \end{array}$$

Resposta: dá 16 mesas e 13 bancos.

DADOS
31
3

INDICAÇÃO
 $4+4+4+4+4+3=31$

OPERAÇÃO

Resposta: dá de 7 bancos e 7 mesas.

$$7+7=7+7=21+7=28+3=31$$

$$\begin{array}{r} 3+4 \\ 3+4 \\ 3+4 \end{array}$$

$$3+3=6+3=9+3=12+3=15+3=18+3=21+3=24+3=27+4=31$$

$$3 \times 9 = 27 \quad 4 \times 4 = 16$$

Solução 9 bancos e 1 mesa

Ex. 16. — Recorrem à adição sucessiva de 3 [pernas do banco], de 4 [pernas da mesa]* ou de 7 [conjunto de pernas de 1 mesa + pernas de 1 banco]**. Aqui verifica-se a mesma estratégia para três soluções diferentes.

bancos	mesas	Soma de pernas	
7	2	29	não dá
8	1	28	não dá
9	1	31	dá

bancos	mesas	Soma de pernas	
1	7	31	dá
2	6	30	não dá
3	5	29	não dá
4	4	28	não dá
5	4	31	dá
6	3	30	não dá

Ex. 17. — Aqui, foram-se testando várias possibilidades encontrando as três soluções do problema.**

Construindo uma tabela com todas as soluções

Uma minoria de alunos utilizou uma tabela para organizar toda a informação e, por fim, proceder à sua interpretação, chegando a todas as soluções do problema.

Notas sobre as estratégias utilizadas pelos alunos

O problema foi encarado como um desafio e houve o reconhecimento, por parte dos alunos, de que a utilização de diferentes estratégias pode conduzir ao mesmo resultado e que um problema pode ter mais do que uma solução:

- A maioria dos alunos do 1.º ciclo utilizou o desenho como recurso para chegar a uma solução;
- O uso do algoritmo da divisão, no 1.º ciclo, foi utilizado pelos alunos que gostam de realizar operações;
- A solução intermédia (5 bancos e 4 mesas) foi a que a maioria das crianças encontrou em primeiro lugar, pensamos que isto está relacionado com a procura de um equilíbrio entre o número de bancos e de mesas;
- As crianças do 1.º ciclo só procuraram outra solução quando foram alertadas para essa possibilidade;
- Os alunos do 2.º ciclo reconheceram que este problema poderia ser resolvido através dos múltiplos de 3, 4 ou 7.
- Os alunos reconheceram que, neste caso, o resto de uma divisão era muito importante para a solução do problema.
- A maioria das crianças ficou muito entusiasmada por encontrar mais do que uma solução para o mesmo problema.

Com os alunos do 2.º ciclo, durante a análise das estratégias, foram estabelecidas algumas conexões, tais como:

- Múltiplos de 3, de 4 e de 7;
- Divisores;
- Adição sucessiva/multiplicação;
- Subtração sucessiva/divisão;
- Divisão (exploração da importância do resto de uma divisão).

Considerações finais

Este tipo de problema não convencional, tal como nos dizem Smole e Diniz (2001), rompe com a crença de que todos os problemas têm uma única resposta e de que há sempre uma única maneira para resolver um problema (geralmente com contas).

Trabalhar este tipo de problemas permite que o aluno perceba que resolver problemas é um processo investigativo no qual ele participa como ser pensante e produtor do seu próprio pensamento.

Este problema, associado ao trabalho em equipa cooperativa, conduziu os alunos a produzirem matemática e a vibrarem com suas criações e descobertas. Houve uma relação que deu prazer, motivadora e questionadora, que envolveu a criatividade e a liberdade para utilizar as mais diversas estra-

Nº mesas	1	2	3	4	5	6	7				
Pernas mesas	4	8	12	16	20	24	28				
Pernas bancos	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Nº bancos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Para dar 31 pernas temos as seguintes maneiras:

- 1ª 4+27 que dá 1 mesa e 9 bancos.
- 2ª 3+28 que dá 1 banco e 7 mesas.
- 3ª 16+15 que dá 4 mesas e 5 bancos.

$M_4 =$	4	8	12	16	20	24	28	32		
$M_3 =$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Ex. 18. — Construam uma tabela/esquema onde registam os múltiplos de 4 [número de pernas de uma mesa]* e os múltiplos de 3 [número de pernas de um banco]**. Esta estratégia possibilita a descoberta das três soluções do problema e revela uma abordagem clara aos conhecimentos sobre os múltiplos de um número.

tégias, libertando-os das imposições formais cuja presença os pode inibir/limitar aquando da resolução de problemas.

A exploração das várias estratégias realizadas pelos alunos ao resolver o problema, é a prova de que este é um contexto rico de mobilização e desenvolvimento do pensamento matemático.

Em síntese, o estudo por nós desenvolvido, evidencia indícios de que a aprendizagem cooperativa na aula de Matemática representa um contexto rico, motivador e desafiador de aprendizagem tanto para o aluno quanto para o professor.

Notas

* Elaborado por alunos do 1.º ciclo.

** Elaborado por alunos do 2.º ciclo.

Referências Bibliográficas

- Fernandes, E. (1998). *A aprendizagem da Matemática escolar num contexto de trabalho cooperativo*. Tese de mestrado. Lisboa: APM
- Lavc, J. & Wegent, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Santos, M.C. (2005). *A Aprendizagem Cooperativa em Matemática como Alternativa Pedagógica: O Método «Teams Games Tournaments»*. Tese de mestrado. Faro: Universidade do Algarve.
- Smole, K & Diniz, M. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas*. Porto Alegre: Artmed.
- Maria da Conceição de Sousa Cipriano dos Santos
Escola EB2,3 do Montenegro
- José Alberto Gonçalves
Universidade do Algarve