Tesourinhos nada deprimentes!

Multiplicações Divertidas

Filomena Baptista Soares
Maria Paula Sousa Nunes

Neste pequeno texto pretende relembrar-se alguns «truques» conhecidos, e muitas vezes esquecidos, que permitem frequentemente criar um ambiente positivo e animado, quando se trabalha a Multiplicação e as tão famosas «tabuadas». Apresentam-se dois casos distintos, apesar de terem como base uma manipulação «digital» similar: a tabuada dos nove e multiplicações com factores maiores do que cinco.

Não será necessária uma grande formalidade histórico-científica para que possamos afirmar, sem receios, que um dos factores determinantes para desenvolvimento do sistema de numeração decimal foi o facto do Homem possuir nas suas mãos (e nos seus pés) dez dedos, que facilmente se manipulam (encolhem-se, esticam-se, juntam-se e afastam-se ligeiramente) e que, por si só, podem representar, qualquer número (entre 1 e 10).

Foram, e são (se pensarmos nas nossas crianças), estes dez dedos que ensinaram a contar indefinidamente e a alargar a noção de número, sendo mesmo possível conjecturar que, sem estes dez dedos, o desenvolvimento do «número», tal como hoje o conhecemos, teria sido diferente.

Um caso muito especial — A Tabuada do 9

Quem não conhece os mais variados truques para obter rapidamente a famosa «Tabuada dos Nove»? A simetria e o padrão, que surge no seu desenvolvimento, são tão próprias que não existe paralelo. É frequente os alunos conhecerem o seu rápido preenchimento escrito, iniciando o movimento de cima para baixo, preenchendo os algarismos das dezenas (da esquerda) com os numerais de «0» a «9» e completando, com o movimento ascendente, os algarismos das unidades (à direita) com os mesmos numerais de «0» a «9»:

1	×	9	=	0	9
2	×	9	=	1	8
3	×	9	=	2	7
4	×	9	=	3	6
5	×	9	=	4	5
6	×	9	=	5	4
7	×	9	=	6	3
8	×	9	=	7	2
9	×	9	=	8	1
10	×	9	=	9	0

Note-se que, esta particularidade se deve ao facto de ao multiplicar 9 por um qualquer número «N», inteiro entre 1 e 10, se tem:

$$N \times 9 = \underbrace{\mathbf{(N-1)}}_{\textbf{Dezenas}} \times 10 + \underbrace{\mathbf{(10-N)}}_{\textbf{Unidades}} \qquad (1)$$

Assim, qualquer linha da tabela apresentada é da «forma»:

N	×	9	=	N − 1	10 − N

O resultado apresentado em (1) é, também, a justificação formal de um outro «truque» conhecido, para obter a tabuada dos nove, recorrendo apenas aos 10 dedos das duas mãos:

Tabuada dos Nove Digital

Colocando as duas mãos abertas, com os 10 dedos esticados (ver figura 1), é muito fácil obter sem utilizar qualquer outro recurso, todos os resultados da tabuada dos nove.

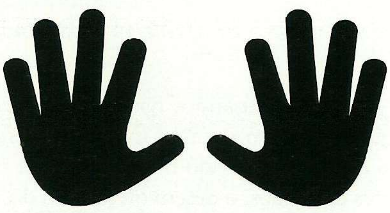


Figura 1

Para tal bastará escolher qual dos números entre 1 e 10 se pretende multiplicar por 9, e proceder como se exemplifica seguidamente.

Exemplo: 4 × 9

Para obter o produto de 4 por 9 basta «baixar» o 4.º dedo (passo 1), contando da esquerda para a direita, e ler, «numericamente», o resultado mostrado pelos dedos (passo 2):

Passo 1

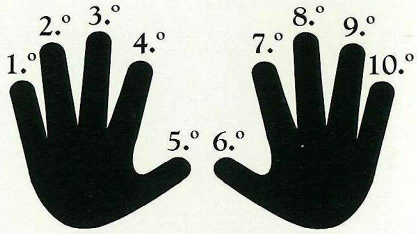


Figura 2

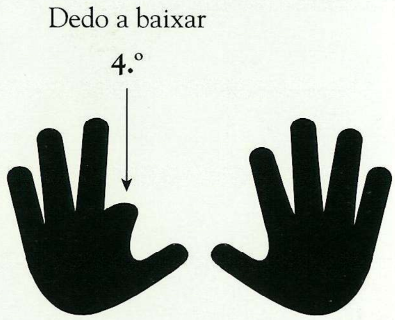


Figura 3

Passo 2

O resultado pode ser lido do seguinte modo: à esquerda do dedo baixado, o número de dedos levantados representam as dezenas (3, neste exemplo) e à direita, o número de dedos levantados representam as unidades (6, neste exemplo).

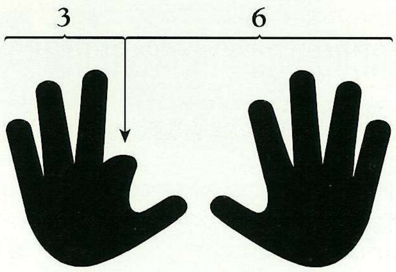


Figura 4

Isto é, tal como se lê da esquerda para a direita: o algarismo (número de dedos levantados à esquerda do «factor») das dezenas à esquerda e o das unidades (número de dedos levantados) à direita.

Não será difícil verificar que funciona para qualquer multiplicador, inclusive para o 1 e o 10, desde que se interprete a ausência de dedos (à esquerda e à direita) como o «zero».

Pode, ainda, acrescentar-se à figura 4, o resultado referido em 1:

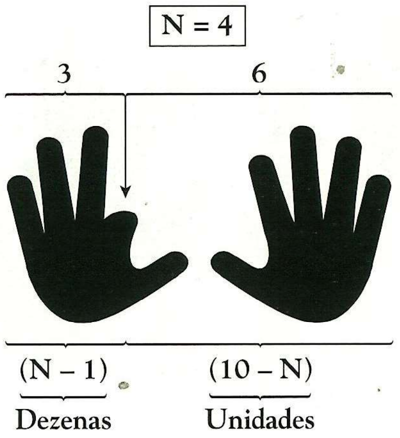


Figura 5

Uma multiplicação diferente – Tabuada só com «metade»

O «método» aqui apresentado é um processo muito curioso que recorre aos «dedos» das mãos para efectuar multiplicações entre factores superiores a 5.

Segundo o que consta, este método era usado, não tão longinquamente quanto se possa pensar, pelos camponeses de Auvergne[1] — França [1], que, conhecendo bem a tabuada até «à dos 5», utilizavam os dedos para multiplicar números compreendidos entre 5 e 10.

Mais uma vez, a «técnica» utilizada recorre ao «baixar» um certo número de dedos mas, neste caso, nas duas mãos. O resultado da multiplicação pretendida não é uma simples leitura directa, como no anterior, é necessário operar de forma distinta o número de dedos que «se baixaram» e o número de dedos que se mantêm «erguidos».

O procedimento pode ser separado em quatro passos:

Passo 1 Baixam-se, em cada uma das mãos, a diferença entre cada um dos factores e 5.

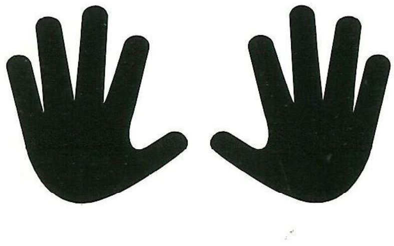
Passo 2 Contam-se o número dedos baixado nas duas mãos e multiplica-se essa soma por 10, isto é, o número de dedos baixados representam dezenas.

Passo 3 Seguidamente, multiplicam-se o número de dedos levantados em cada mão (este resultado representará «unidades» do produto final).

Passo 4 O resultado da multiplicação, isto é, o produto pretendido, é a soma dos resultados obtidos nos passos 2 e 3.

Vejamos o exemplo da multiplicação de 8 por 7:

Exemplo: 8 × 7



Passo 1
Numa das mãos, baixam-se tantos dedos quantas unidades o 8 passa de 5, portanto baixam-se 3 dedos.

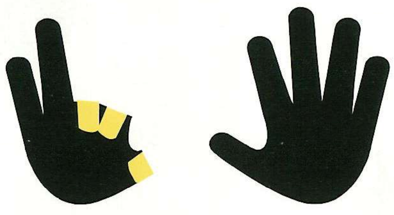


Figura 6

Na outra mão, baixam-se tantos dedos quantas unidades o 7 passa de 5, portanto baixam-se 2 dedos.

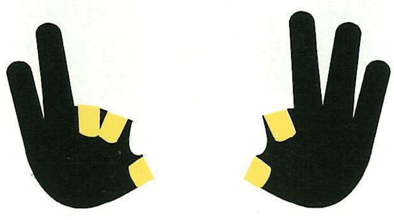


Figura 7

Passo 2
Adiciona-se o número de dedos baixados, exprimindo a soma em dezenas. Neste caso temos 3 + 2 = 5 dezenas, isto é, 50 unidades.

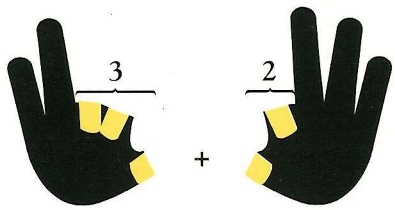


Figura 8

Passo 3
Multiplica-se o número de dedos que ficaram erguidos em cada mão: 2 × 3 = 6 unidades.

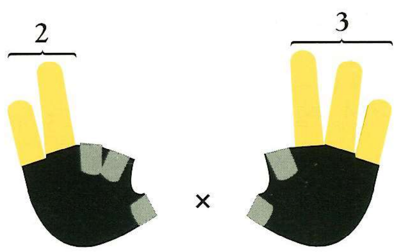


Figura 9

Para se obter o resultado final, adicionam-se os valores encontrados: 50 + 6 = 56.

O resultado não poderia ser outro… 8 × 7 = 56!

Este procedimento pode ser resumido no «esquema» da Figura 10.

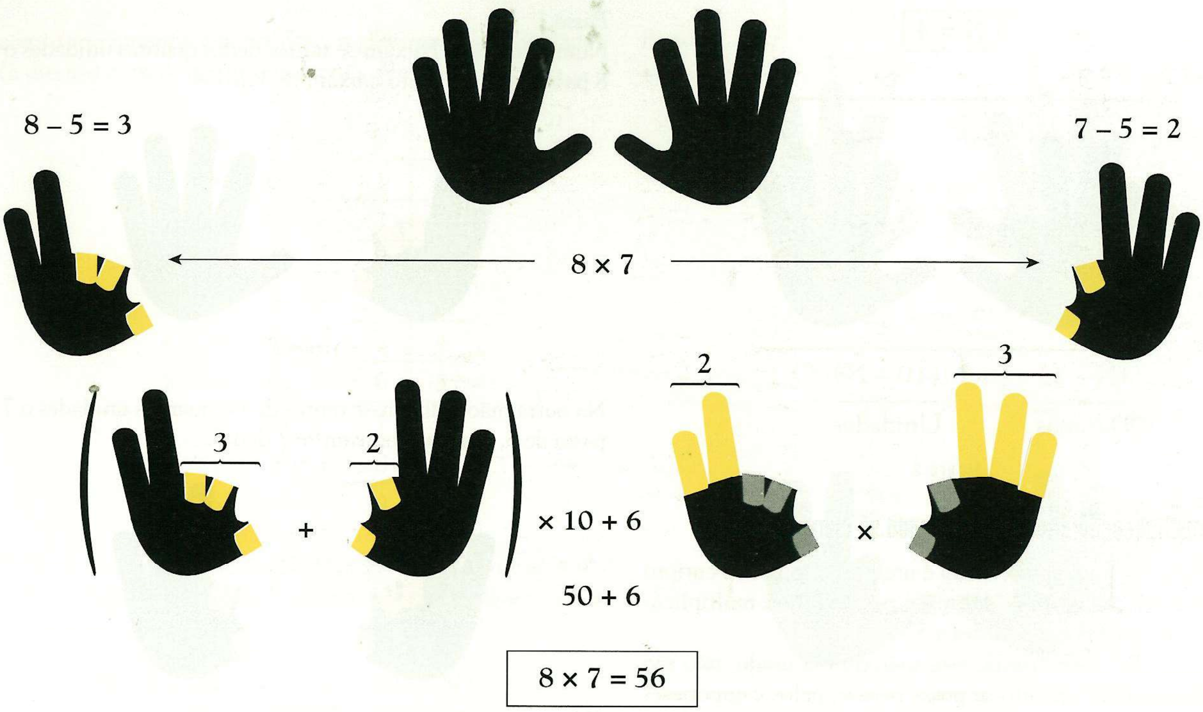


Figura 10

Embora, actualmente, este procedimento possa não ser prático, ele é, sem dúvida, curioso e válido para a multiplicação de quaisquer dois factores entre 5 e 10, inclusive, desde que se interprete, a ausência de dedos como um «zero».

Justificação Formal

Pretende-se multiplicar dois quaisquer números, X e Y, onde X e Y são naturais entre 5 e 10, conhecendo unicamente a tabuada até à dos cinco.

Considerando $X = x + 5$ e $Y = y + 5$, onde x e y são os dedos que se baixam em cada mão. Deste modo, $5 - x$ e $5 - y$, são os dedos que ficam levantados em cada mão.

O método apresentado consiste em se multiplicar por 10, a soma dos dedos que estão para baixo e, posteriormente adicionar-se o produto dos que ficam levantados, ou seja:

$$\begin{aligned} 10(x + y) + (5 - x)(5 - y) &= \\ &= 10x + 10y + 25 - 5y - 5x + xy = \\ &= xy + 5x + 5y + 25 \end{aligned}$$

Ora, o produto que se pretende obter é:

$$X \cdot Y = (x + 5)(y + 5) = xy + 5x + 5y + 25$$

Daqui se pode concluir a veracidade do método e escrever-se:

$$X \cdot Y = (x + 5)(y + 5) = 10(x + y) + (5 - x)(5 - y)$$

As mãos e os números

Tal como se referiu no início deste pequeno texto, as mãos estão na génese e desenvolvimento do nosso sistema de numeração e são várias as referências aos «dedos» intimamente relacionadas com os «números».

Apenas como curiosidade, pode referir-se uma imagem obtida em [1] e reproduzida na figura 11, retirada de um manual do século XVI, onde se podem visualizar a representação de números (de 1 a 9000) com os dedos da mão esquerda (de 1 a 90) e da mão direita (de 100 a 9000).

De um modo similar, também se encontram representações «digitais» de números na base binária como é ilustrado pela figura 12, obtida em [2].

Não se poderia terminar sem fazer referência ao trabalho apresentado por Stella Baruk que propõe a utilização da representação das mãos e dos seus 5 «deditos» como um ponto de partida para a aprendizagem das operações no seu livro «*Comptes pour petits et grands : pour un apprentissage des opérations, des calculs, et des problèmes, fondé sur la langue et le sens*» de 2003.

As mãos com os seus dez dedos, tão importantes para todas as tarefas manuais, desempenham um papel fundamental, mas nem sempre referido, no nosso sistema numérico designado por *decimal*, não por acaso.

Hoje, com todos os algoritmos bem definidos e perante a acessibilidade quase imediata aos mais variados auxiliares de cálculo (desde o simples papel e lápis às máquinas de calcular), o recurso aos dedos das mãos (durante muitos anos,

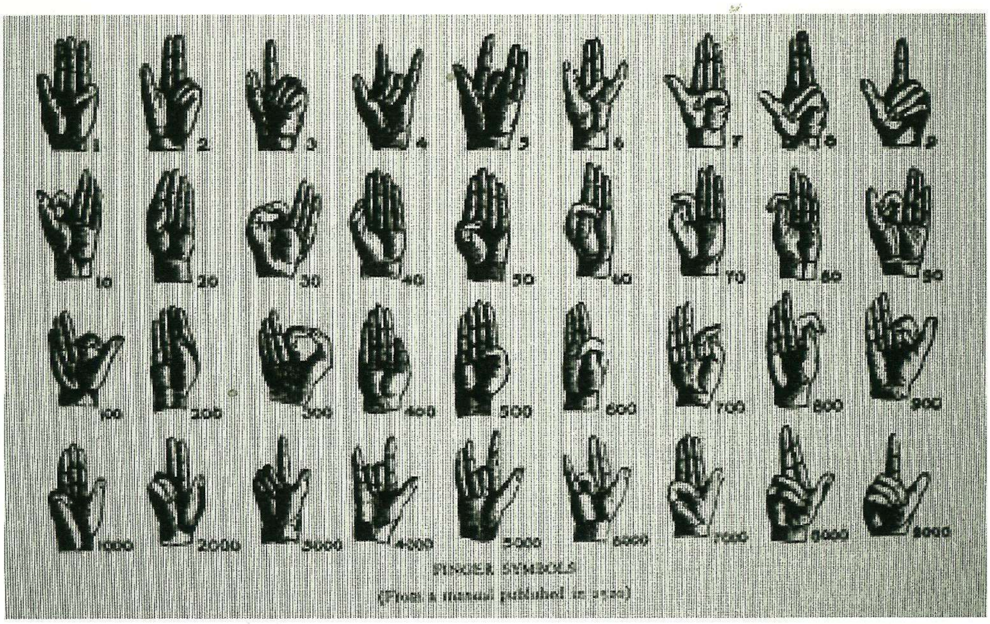


Figura 11. Símbolos «digitais»

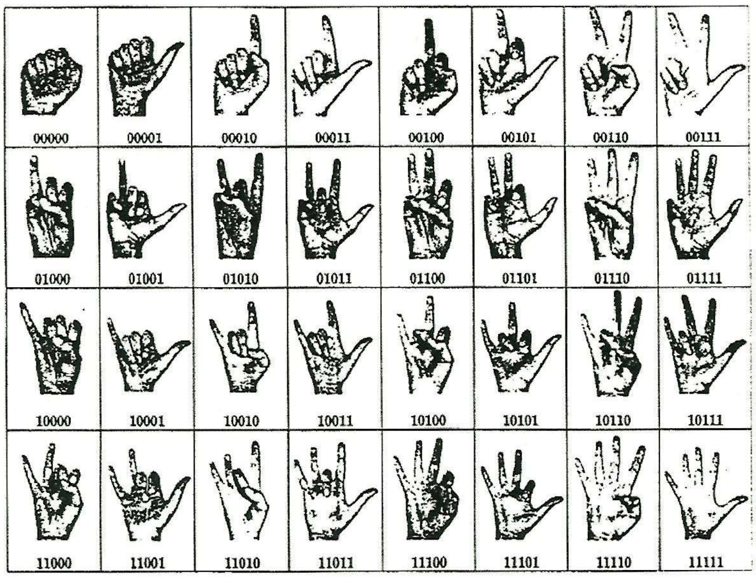


Figura 12. «Com os dedos ... na base dois!»

o único sempre acessível) parece irremediavelmente perdido. Se aqui se recordou algo esquecido, já não foi tempo perdido...

Nota

1 Trata-se de uma região elevada, essencialmente montanhosa e, como tal, sempre um pouco isolada do resto de França.

Referências

1 Tobias Dantzig, Barry Mazur e Joseph Mazur: *Number: The Language of Science, The Masterpiece Science Edition*, Prentice Hall, 2005.

2 Galion Thèmes, *Brins d' Histoire des MATHS — 1. Écriture des nombres*, Galion, 1998.

3 http://educar.sc.usp.br/matematica/

Filomena Baptista Soares
Maria Paula Sousa Nunes
Dep. Matemática
ESEIG Instituto Politécnico do Porto