

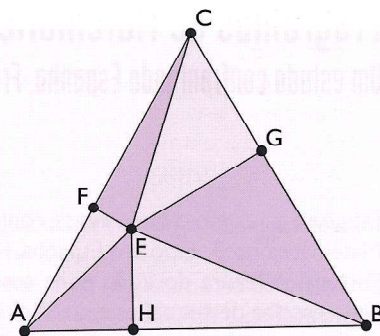
Triângulos coloridos

O professor disse aos alunos para desenharem um triângulo equilátero ABC e para escolherem um ponto qualquer E no seu interior. Depois pediu-lhes que unissem esse ponto com cada um dos vértices e que, também a partir de E, traçassem os segmentos perpendiculares a cada um dos lados do triângulo.

O triângulo inicial ficou assim dividido em seis triângulos mais pequenos que foram depois pintados alternadamente de vermelho e de amarelo.

A Catarina garante que a área total dos triângulos vermelhos é igual à dos amarelos mas a Diana afirma que isso vai depender da posição do ponto E.

Quem tem razão?



(Respostas até 25 de Abril para zepaulo@armail.pt)

Uma tarde nos matraquilhos

O problema proposto no número 103 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O Daniel, o Edgar e a Fátima passaram a tarde a jogar matraquilhos na modalidade «quem perde sai», isto é, quem perdesse um jogo saía, dando lugar no jogo seguinte àquele que tivesse ficado de fora.

O primeiro jogo foi entre o Daniel e o Edgar. Quando pararam, o Daniel tinha ganho 11 jogos e o Edgar 20.

Quantas vezes se defrontaram entre si estes dois jogadores? Recebemos seis respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins, Catarina Ferreira (Lamego, claro), Diana Oliveira (Famalicão), Edgar Martins (Queluz) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Com os dados do problema é impossível saber quantos jogos se disputaram no total. Como nos escreveu o Edgar Martins: «As vitórias da Fátima só adiam o confronto entre o Daniel e o Edgar». Daí a conclusão tirada pela Catarina Ferreira: «Os jogos em que a Fátima ganha são irrelevantes para o problema pois não levam a um confronto entre o Daniel e o Edgar; portanto não os vamos considerar.»

E foi assim que a maioria destes nossos leitores chegou à solução, quer tirando conclusões a partir daí, quer fazendo simplesmente a lista dos jogos disputados sem qualquer vitória da Fátima.

Eis uma possível lista de jogos, enviada pela Diana Oliveira, pela Alice Martins e pelo Pedrosa Santos (em que a primeira letra de cada jogo indica o vencedor):

Primeiro as 20 vitórias do Edgar: E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; Depois as 11 vitórias do Daniel: D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E.

Contando os jogos entre o Daniel e o Edgar vemos que foram 16.

Alberto Canelas faz uma resolução completamente analítica: Vou adoptar a seguinte notação:

a = nº. de vitórias do Daniel sobre o Edgar

b = nº. de vitórias do Edgar sobre o Daniel

c = nº. de vitórias do Daniel sobre a Fátima

d = nº. de vitórias do Edgar sobre a Fátima

X = nº. de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar.

De acordo com as condições do problema temos que:

$$a + b + c + d = 31 \quad (1)$$

O nº. de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar é dado por:

$$X = a + b \quad (2)$$

Por outro lado, tirando o primeiro jogo, o Daniel e o Edgar só se voltam a encontrar quando um deles ganhar à Fátima. Portanto, o número de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar é também dado por:

$$X = 1 + c + d \quad (3)$$

De (1), (2) e (3) resulta:

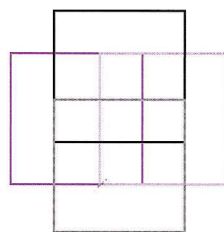
$$X + X - 1 = 31$$

$$X = 16$$

que constitui a resposta ao problema.

Ainda quadrados sobrepostos

Sobre este problema, cuja resolução foi apresentada na revista *EeM* nº 103, Leonel Vieira (Braga) escreveu-nos dando um contra-exemplo que invalida definitivamente a generalização que havia sido obtida por vários leitores e pelo responsável desta secção. Com efeito, a partir de quatro quadrados congruentes, é possível obter uma figura com um total de 18 quadrados (e não 16 como todos nós tínhamos feito).



Conclusão: o problema continua em aberto e a generalização por fazer. Obrigado, Leonel, pela brilhante organização dos quatro quadrados.