

Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Contributos para uma gestão curricular reflexiva

Cristina Loureiro

Este texto sobre o novo programa de Matemática assume um carácter duplo: uma perspectiva crítica e algumas sugestões práticas. De certa forma pretende articular um currículo experimentado, que foi objecto de acompanhamento em sala de aula no âmbito do programa de formação contínua em Matemática para professores do 1º e 2º ciclos, com um currículo proposto, as orientações do programa. É um compromisso entre estas orientações e a necessidade de desenvolver práticas de ensino de geometria que desocultem os processos cognitivos que lhe estão subjacentes.

Um dos aspectos mais importantes da organização deste programa são as capacidades transversais. É pena que a visualização e a representação não tenham sido distinguidas como tal, pois embora sendo capacidades indissociáveis da geometria não são exclusivas desta área temática. Ali-

ás, é amplamente assumido que um dos grandes valores da geometria é o seu contributo para a representação e para a visualização, e vice-versa, como vários autores defendem (Duval, 1998; Goldin, 2002; Battista, 2007). Ao destacar as capacidades transversais como um pano de fundo sempre presente na planificação curricular, a falta destas duas capacidades pode desvalorizar o seu papel no trabalho em geometria, apesar das várias referências metodológicas que estes dois termos têm nas várias indicações sobre o desenvolvimento do tema. Assim, o ponto de partida para o trabalho sobre os tópicos de geometria e medida tem que partir da articulação de todas as dimensões deste programa (finalidades, objectivos gerais e capacidades transversais) e incluir com especial destaque a visualização e a representação.

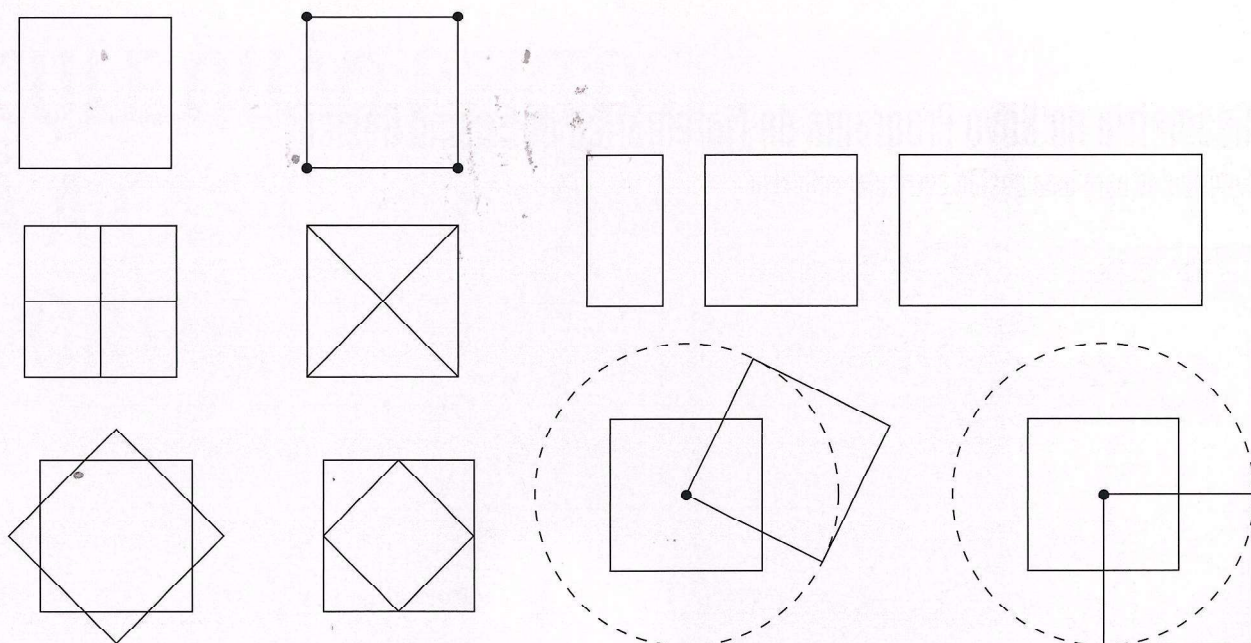


Figura 1

Visualização e raciocínio visual

O desenvolvimento de capacidades de visualização constitui já uma preocupação de muitos professores e é objecto de actividades realizadas pelas crianças. Para tal, tem sido uma referência indispensável o artigo de Gordo e Matos (1993) publicado na revista *Educação e Matemática* n.º 26. No entanto, é hoje defendido que a visualização em matemática não se resume a um conjunto de capacidades e não é exclusiva dos objectos geométricos. Os estudiosos do raciocínio visual têm evidenciado a necessidade de o ensinar e desenvolver e destacam o seu papel de pilar na demonstração rigorosa (Goldenberg, Cuoco e Mark, 1995; Duval, 1998; Hershkowitz, 1998). Em suma, a visualização deve ser assumida como uma componente fundamental do raciocínio geométrico e do raciocínio matemático em geral. Goldenberg et al (1995, p. 6) afirmam que «ao ignorar a visualização, um currículo falha não só no envolvimento de uma parte substancial do pensamento dos alunos ao serviço do raciocínio matemático, como no desenvolvimento de capacidades de visualização para explorar e argumentar visualmente». Além destas perdas, este investigador afirma que, para muitos alunos, a visualização e o raciocínio visual são uma âncora para o pensamento matemático e também a primeira oportunidade para participarem na actividade matemática. Goldenberg é um dos mentores dos hábitos de pensamento, apresentados nas revistas *Educação e Matemática* n.ºs 47 e 48, e que faz bem revisitar de vez em quando.

Visualização e representação

Há muitas maneiras distintas de ver o quadrado como figura isolada ou ligada a outras (figura 1). Maneiras diversas de o ver e representar servem raciocínios visuais diferentes. Assim, a imagem mental de quadrado que os alunos têm de construir ao longo da sua aprendizagem deverá partir de

actividades que lhes proporcionem o contacto com estas e com muitas outras representações, tanto isoladas como ligadas. Esta diversidade ilustra para uma figura elementar, o quadrado, como é grande o número de relações possíveis de estabelecer entre o todo e as partes e entre esta e outras figuras. Qualquer figura geométrica é representada por um protótipo que não pode ser rígido e que deve ir evoluindo ao longo da aprendizagem. A investigação tem mostrado que os protótipos rígidos das figuras geométricas regulam o desenvolvimento do raciocínio geométrico da criança ao longo de toda a sua vida. Se os exemplos e contra-exemplos da experiência vivida pelas crianças são rígidos e não representam toda a variedade de elementos de uma classe, assim também serão os seus conceitos.

Justifica-se pois a necessidade de realizar actividades de geometria sobre estruturas geométricas diversificadas, com objectos geométricos em representações diversas, estabelecendo ligações entre elas. O desenvolvimento do raciocínio geométrico tem que se servir de uma diversidade de representações e de acções adaptadas ao raciocínio a desenvolver. Assim, os materiais que permitem representar os objectos geométricos devem ser escolhidos em função das estruturas geométricas que se pretendem trabalhar. Os materiais estão ao serviço das estruturas e não o contrário como tantas vezes acontece, são um meio, não um fim. A geometria dinâmica, bem como *applets* interactivos também têm um papel fundamental que é preciso ligar com a utilização de estruturas geométricas manipuláveis.

Desenhar e pintar com lápis em papéis diversos, representar no géoplano ou com figuras padrão de diversa natureza (tangran, blocos padrão, polydrons, ...), representar com barras articuladas, representar com quadrados ou com cubos, compor e decompor, recortar e dobrar, representar com vistas e em perspectiva, recorrer a espelhos, miras e outros modelos físicos, planificar e montar, são acções ineren-

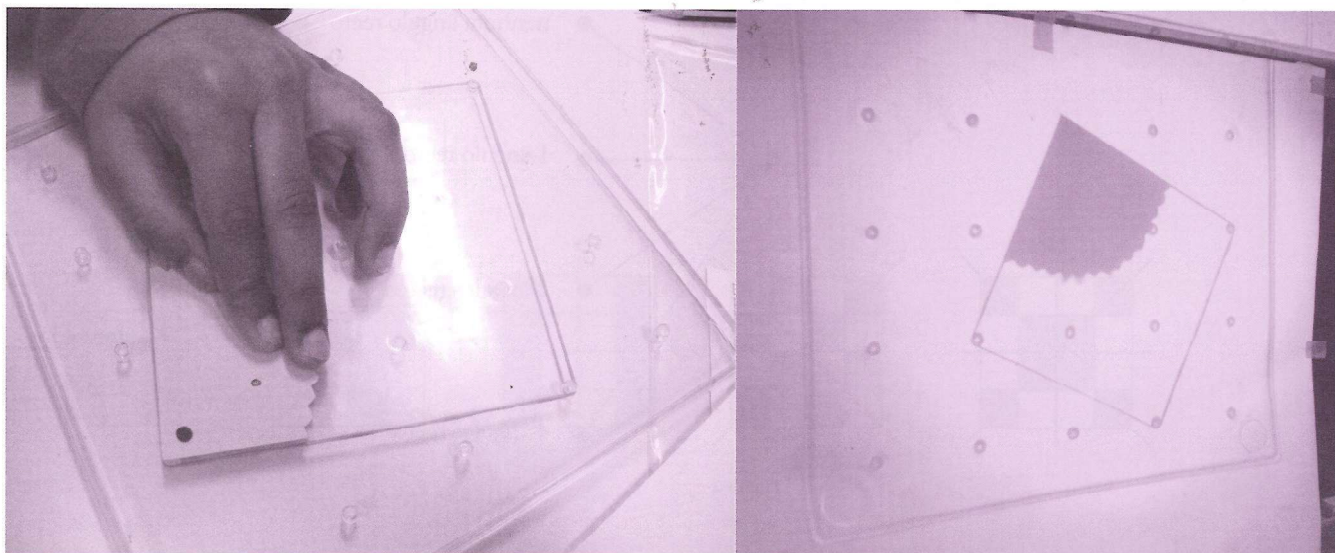


Figura 2

tes à representação que devem ser vividas pelas crianças ao longo de todo o ensino básico. Passar de uma representação para outra e estabelecer relações entre diversas representações são passos indispensáveis para a construção de imagens mentais. Que configuração está na cabeça de cada um de nós quando referimos um quadrado ou um cubo? É uma configuração estática ou dinâmica? Isolada ou ligada? Rígida ou flexível e transformável?

Raciocínio geométrico

Há muitas formas de encarar a geometria como conteúdo de ensino. Michael Battista apresenta-a como «uma rede complexa de interligações entre conceitos, modos de pensar, e sistemas de representação que são usados para conceptualizar e analisar ambientes espaciais físicos e imaginados» e avança ainda que «subjacente à maior parte da geometria está o raciocínio espacial, que é a capacidade para «ver», analisar e reflectir sobre objectos espaciais, imagens, relações e transformações (Battista, 2007, p. 843).

Esta perspectiva orienta-nos para a valorização do raciocínio geométrico que Duval (1998) destaca ao afirmar que «a geometria, mais do que as outras áreas da matemática, pode ser usada para descobrir e desenvolver diferentes modos de raciocínio», defendendo que o alcance do ensino da geometria para todos é desenvolver as capacidades de representação visual e as capacidades de raciocínio, favorecendo a sinergia entre esses dois processos. Duval alerta para o perigo do ensino da geometria poder ter muitas vezes o estranho efeito de fazer os alunos regredirem e perderem muita da sua eficiência natural nesta área.

O trabalho em geometria não deve centrar-se apenas nos objectos geométricos, devendo atender muito mais às acções que podem ser aplicadas sobre eles, sob pena das crianças só aprenderem nomes de figuras e começarem a distingui-las apenas pelo seu aspecto ou posição. As acções

como classificação, composição, decomposição, construção e transformação devem ter um destaque especial ao longo de toda a aprendizagem.

Famílias de figuras geométricas

Na primeira parte deste artigo procurei registar de uma forma crítica algumas fragilidades do programa, apontando orientações simples para as ultrapassar. Desenvolvo agora um pouco mais estes apontamentos com algumas sugestões de tarefas, enquadradas por uma ideia muito forte a que tenho dado especial atenção, o estudo de famílias de figuras geométricas.

Ao longo da minha experiência de acompanhamento de aulas de geometria, tenho vindo a concluir que uma das boas ideias para a abordagem da geometria é a criação de famílias de figuras geométricas finitas e com um pequeno número de elementos. Os poliminós e os polidiamantes são alguns exemplos já bastante conhecidos. Na geometria 3D os poliedros platónicos, os arquimedianos e os deltaedros convexos são também bons exemplos. Um aspecto interessante é a atracção que estas famílias exercem, pois permitem confrontar os interlocutores com situações inesperadas e desafiantes, quer pelas características quer pelo número de elementos. O facto de haver invariantes entre as figuras oferece a possibilidade de gerar mais elementos ou de nos confrontarmos com a necessidade de provar que já estão representados todos os elementos da família. Esta necessidade de representação é também um motor importante de utilização de técnicas de representação matemática. Avanço com alguns exemplos.

1º exemplo

Habitua-mo-nos a olhar para o geoplano de 5 por 5 como um material manipulável. Olhemos para ele como um plano euclidiano, finito, limitado e discreto suporte de interessantes

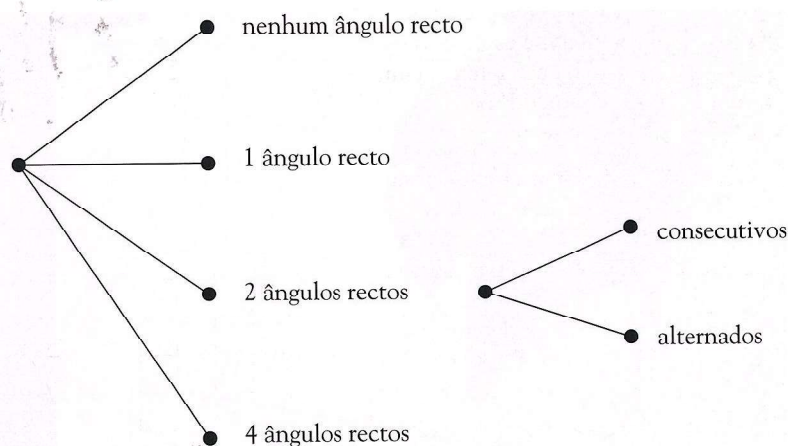


Figura 3

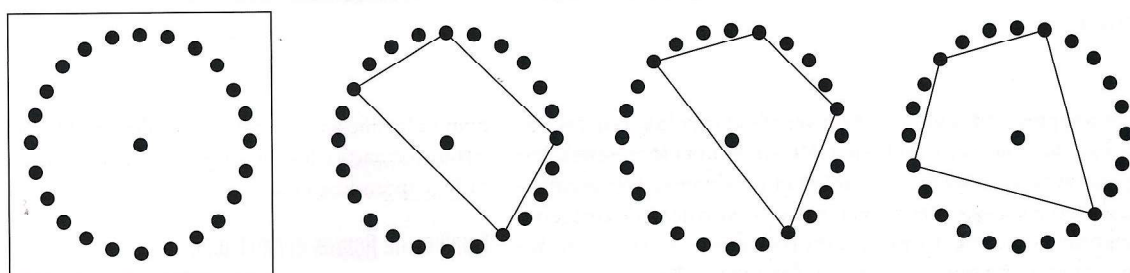


Figura 4

famílias de figuras. A seguinte sequência de tarefas ilustra bem esse potencial:

Descobrir todos os quadrados diferentes, (família Q).

Descobrir todos os retângulos diferentes, (família R).

Descobrir quadriláteros com pelo menos um ângulo recto (família T).

Classificar os quadriláteros obtidos.

Esta sequência pode ser utilizada em qualquer nível de ensino. No 1º ciclo as duas primeiras questões ficam pela descoberta de todos os casos, sem a exigência de provar que não há mais nenhum elemento possível para o conjunto, no 2º ciclo pode ir esboçando-se esta prova e no 3º ciclo a sua exigência já é adequada. A ordem escolhida para as tarefas é decisiva porque permite introduzir, na primeira actividade, um pequeno instrumento de cartolina, o detector de ângulos rectos, visível na figura 2, com o qual os alunos aprendem a decidir se um ângulo é ou não recto, sem precisarem do peso da formação do conceito de ângulo nem da sua medição em graus. Este tipo de decisão é indispensável para identificar quadrados e retângulos nas «posições inclinadas» no geoplano, isto é, aqueles cujos lados não estão sobrepostos à rede invisível de rectas paralelas e perpendiculares definidas pelos seus pontos. Para alunos mais novos ou mais inexperientes, a primeira actividade é também impor-

tante para aprender a representar quadrados em papel pontado introduzindo uma técnica útil que é marcar primeiro os 4 vértices e só depois traçar os lados, identificando assim elementos de uma figura plana.

Esta sequência permite ir vivendo a discussão sobre o facto de os quadrados serem considerados também como rectângulos. Alguns alunos aceitam bem esta ideia, mas outros nem por isso. A terceira actividade permite relançar esta discussão ao abrir as portas para várias classificações possíveis, em que uma delas aponta claramente para a criação de uma classe interessante, a classe dos rectângulos onde estão incluídos os quadrados (figura 3).

Esta classificação, quanto ao número de ângulos rectos, é pouco comum. Na perspectiva geométrica, ela não se enquadra na geometria absoluta e sim na geometria euclidiana, atendendo a que parte da incorporação implícita do axioma das paralelas e assim corresponde a um nível de conceptualização mais elementar, como defende Bongiovanni (2009). O seu grande valor didáctico é ser uma classificação que arruma naturalmente a classe dos rectângulos, onde se incluem os quadrados, como a classe dos quadriláteros com 4 ângulos rectos. O destaque de uma classe de quadriláteros obtida desta forma ajuda a construir o conceito de rectângulo no sentido lato que o programa preconiza (p. 22).

Nestas tarefas o raciocínio geométrico está presente na identificação de invariantes entre os elementos de uma fa-

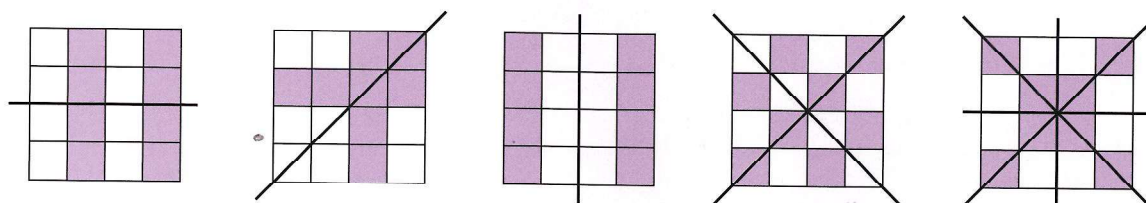


Figura 5

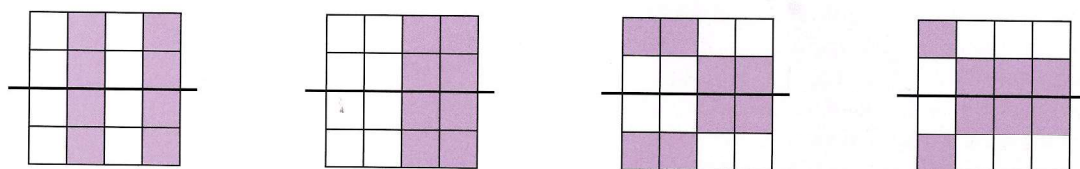


Figura 6

mília, na classificação aberta, na construção de figuras que respeitem uma conjunção de condições. Com os alunos mais velhos surge o raciocínio de demonstração para garantir que se obtiveram todos os elementos da família. É possível continuar a aprendizagem e portanto avançar mais no raciocínio geométrico. Por exemplo: obter um processo geométrico para identificar ângulos rectos em quadriláteros no geoplano, e demonstrar a validade do processo; igualmente para a identificação de lados paralelos em quadriláteros; descobrir todos os quadriláteros, mas agora num geoplano de 3 por 3.

2º exemplo

Uma família de quadriláteros cíclicos criados num geoplano circular com 24 pontos é outro exemplo rico para estudar (figura 4). Sobre estes elementos é interessante estudar classificações, congruência de figuras, congruência de ângulos e de lados, posições relativas de lados e simetria. Um bom exemplo de raciocínio geométrico é chegar a processos para obter lados congruentes, lados perpendiculares e lados paralelos nos quadriláteros desta família.

3º exemplo

Habitua-mo-nos também a encarar os quadrados de material manipulável como uma unidade de medida de fácil utilização. Mas estes quadrados congruentes também são favoráveis à construção de famílias de objectos geométricos.

Descobrir composições de 16 quadrados, 8 de uma cor e 8 de outra, que tenham simetria de reflexão. Para cada composição identificar os eixos de simetria. Representar cada composição em papel quadriculado e marcar os eixos.

Classificar as composições existentes.

Procurar mais elementos de cada classe obtida. Demonstrar a possibilidade de encontrar ou não mais elementos para cada classe.

A figura 5 mostra representantes de várias classes possíveis de obter. A descoberta de invariantes entre os elementos desta família é de um nível de raciocínio geométrico mais elevado pois exige a capacidade de ir além do aspecto das figuras. As composições da figura 6 pertencem todas à mesma classe pois ficam invariantes para a mesma transformação geométrica, uma reflexão com eixo paralelo a dois lados do quadrado. As outras composições da figura 5 pertencerão a outras classes pois admitem reflexões com eixos em outras posições relativas.

Esta família de composições permite fazer uma iniciação à reflexão, como transformação geométrica a ensinar, como preconiza o programa (pp. 22 e 23), preparando o caminho para o estudo de figuras com simetria, aquelas que ficam invariantes para determinadas transformações geométricas. Com a intenção de avançar neste estudo, podemos levar os

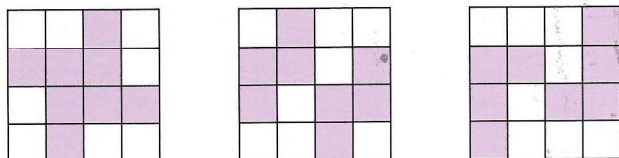


Figura 7

alunos a criar também composições com simetria de rotação, (figura 7).

As transformações geométricas, tópicos novos na Geometria, e a simetria em sentido amplo (GTG, 2006), que não é explicitamente referida nos tópicos deste programa, combinam muito bem visualização, representação e raciocínio geométrico. No entanto, são uma temática crítica deste programa sobre a qual os conceitos matemáticos deverão ser objecto de especial atenção na produção de materiais de apoio e na formação de professores.

Uma rede de percursos

Estes três exemplos de percursos de ensino apresentados, embora curtos e muito sumariamente discutidos, têm um potencial de continuidade tanto para percursos de ensino sobre medida, como para outros percursos de ensino de geometria no plano ou no espaço. Eles ajudam a encarar os tópicos de geometria do programa de uma forma flexível, aberta e não compartimentada, que permite que sejam retomados ao longo dos três ciclos de escolaridade. Ilustram como é possível partir dos conhecimentos dos alunos, com tarefas de compreensão muito simples, passíveis de propor oralmente, e com uma forte natureza investigativa. Exemplificam também como as definições, as propriedades e os conceitos em geometria são um fim e não o princípio. Fundamentalmente, mostram como visualização, representação e raciocínio geométrico podem ser o foco na aprendizagem da geometria, integrando os tópicos do programa mas sem lhes dar a primazia. Para além de tudo isto, identifi-

cam uma aprendizagem da geometria que se articula muito bem com as três capacidades transversais preconizadas no programa, resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação.

Referências Bibliográficas

- Battista, Michael T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. In Frank K. Lester, Jr. (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 843–908. NCTM.
- Bongiovanni, Vincenzo (2009). Um outro olhar sobre definições «equivalentes». *Educação e Matemática*, n.º 101, 36. APM.
- Duval, Raymond (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana e V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 29–83. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Goldin, A. Gerald (2002). Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 197–218. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Goldenberg, E. Paul, Cuoco, Albert e Mark, June (1998). A Role for Geometry in General Education. In R. Lehrer e D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, 3–44. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Gordo, M^a F. e Matos, J. M. (1993). Visualização espacial: algumas actividades. *Educação e Matemática*, n.º 26. APM.
- GTG (2006). Simetria. *Educação e Matemática*, n.º 88, 9–11. APM.
- Hershkowitz, Rina (1998). About Reasoning in Geometry. In C. Mammana e V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 29–83. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Ponte, J. Pedro et al. (2008). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Cristina Loureiro

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa

