

Os Números e as Operações no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Catarina Delgado

- Na minha escola já estamos com o novo programa.
- Ai sim? E é muito diferente? Muda muita coisa?

Quando surge um novo programa, algumas questões como estas são naturais e imediatas. Perceber se é ou não muito diferente do anterior e identificar concretamente o que muda, são preocupações que se colocam ao professor. Numa segunda fase, é importante compreender essas mudanças no sentido de perceber as suas implicações na aprendizagem dos alunos. O que se pretende, de facto, que eles aprendam? Como se poderá ajudá-los a desenvolver essas aprendizagens?

Neste artigo irei centrar-me no tema Números e operações. Não pretendo fazer uma análise exaustiva das indicações metodológicas e dos tópicos e objectivos específicos que constituem o novo programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), mas sim assinalar alguns aspectos que, na minha opinião, constituem mudanças de perspectiva do modo de abordar este tema.

João: *Estou a dar o 6 e depois vou dar as contas como o meu irmão.*

Respostas como estas têm sido frequentes quando se pergunta a um aluno no início do 1.º ano de escolaridade o que está a aprender em Matemática. De facto, as primeiras aprendizagens dos números neste nível de ensino seguem uma tradição de abordagem sequencial dos números e baseiam-se na sua ideia de cardinalidade. Embora o trabalho com os números não esteja preconizado explicitamente des-

te modo no programa do 1.º ciclo até agora em vigor, a verdade é que é esta a interpretação que tem sido feita e é este o caminho seguido numa grande parte das salas de aula. Os números são apresentados desde o 1 até ao 20, um de cada vez, propõem-se várias tarefas de identificação da quantidade de conjuntos de objectos de acordo com «o número que estão a dar», trabalham-se as diferentes decomposições desse número e pratica-se simultaneamente o grafismo correspondente, fazendo filas de uns, depois de dois, de três..., e assim sucessivamente.

A perspectiva de «dar primeiro os números» e «fazer contas» com esses números opõe-se, no PMEB, a outra que se baseia na contagem, na estruturação dos números e no cálculo mental. O actual programa, continua a considerar a contagem como a base para a aquisição do conceito de número e sugere o «uso de modelos estruturados de contagem como, por exemplo, o colar de contas, cartões com pontos, molduras de dez e ábacos horizontais» (Ponte *et al.*, 2007, p. 15). Por exemplo, contar 6 ou contar 9 utilizando o colar de contas (ver figura 1), corresponde, respectivamente, pensar no 6 como 5+1 e no 9 como 5+4 ou 10-1. A contagem surge, assim, associada à estruturação dos números, numa primeira fase, em grupos de 5 e, posteriormente, em grupos de 10.

No PMEB a contagem assume ainda um papel importante na aprendizagem das operações. Sugere-se que, para calcular, por exemplo, 39-24, o aluno pode utilizar, entre outras formas de cálculo, uma recta não graduada, fazendo saltos de 5 e de 10, tal como mostra a figura 2.

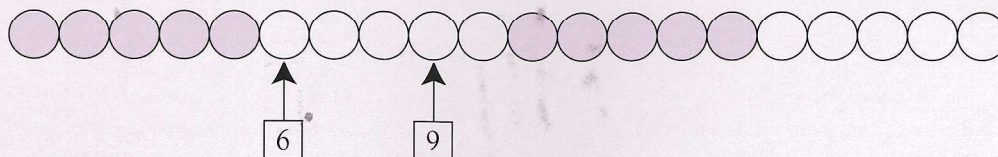


Figura 1. Colar de contas

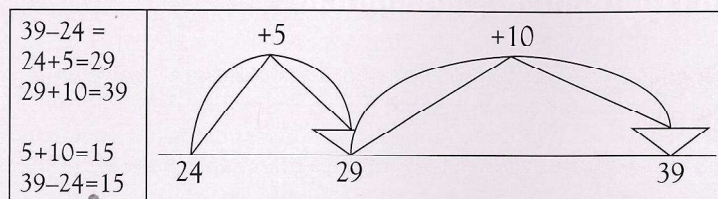


Figura 2. Uso da recta não graduada no cálculo de $39 - 24$.

Podemos ler no novo PMEB que «nos dois primeiros anos, valoriza-se o cálculo numérico na representação horizontal, permitindo que seja levado a cabo um trabalho consistente com os números e as operações ligado ao desenvolvimento do sentido de número» (Ponte *et al.*, 2007, p. 13). A esta perspectiva está associada uma forte valorização do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e da aprendizagem gradual dos algoritmos.

No que respeita ao cálculo mental, é de referir que, também o anterior programa do 1.º ciclo valoriza o seu desenvolvimento. Contudo, na minha opinião, a grande diferença está no facto de o PMEB explicitar o modo como ele pode ser trabalhado. Por exemplo, para os dois primeiros anos de escolaridade, sugere a realização de «rotinas de cálculo mental» (Ponte *et al.*, 2007, p. 14) que podem ser apoiadas por registos escritos e, recomenda, dando exemplos, o recurso a diferentes estratégias como o uso dos dobros, dos quase dobros, de números de referência, de relações numéricas, etc. Nos 3.º e 4.º anos encontramos mais exemplos concretos de estratégias de cálculo mental que envolvem o uso das propriedades das operações, de diferentes representações para o mesmo número, da relação entre as operações, etc. Também nos 2.º e 3.º ciclos o desenvolvimento do cálculo mental permanece um dos propósitos principais de ensino, em contraste com uma presença um pouco tímida nos anteriores programas. À medida que o universo numérico se vai alargando, continuam a ser apresentados exemplos de utilização de estratégias de cálculo mental, sendo esta preocupação mais evidente no 2.º ciclo do que no 3.º ciclo.

Relativamente à introdução dos algoritmos há também diferenças a assinalar. Apesar de se considerar relevante a aprendizagem dos algoritmos «convencionais», tal como era indicado no programa anterior, o seu ensino é agora encarado de modo diferente. Como já referi, nos dois primeiros anos de escolaridade, valoriza-se o cálculo numérico de representação horizontal, surgindo os algoritmos convencionais só a partir do 3.º ano. Perspectiva-se também um desenvolvimento gradual da aprendizagem destes algoritmos, considerando que «num primeiro momento, os alunos devem ter a possibilidade de usar formas e cálculo escrito informais, de construir os seus próprios algoritmos ou de rea-

lizar os algoritmos usuais com alguns passos intermédios» (Ponte *et al.*, 2007, p. 14).

João: Dei a tabuada do 2 e agora estou a dar a do 3.

No programa do 1.º ciclo até agora em vigor, no 2.º ano, sugere-se que os alunos memorizem as tabuadas do 2, 3, 4, 5 e 10 e no 3.º ano a do 6, 7, 8 e 9. Nada é dito acerca do modo como estas tabuadas devem ou podem surgir e a ordem pela qual aparecem referidas no programa sugere, implicitamente, uma certa sequencialidade. Na verdade, tradicionalmente as tabuadas têm surgido por esta ordem e o modo como são trabalhadas está muito associado ao sentido aditivo da multiplicação, em que os vários produtos resultam da contagem de grupos de elementos com a mesma quantidade. Em muitas salas de aula podemos ainda observar a «construção», por exemplo da tabuada do 6, como mostra a figura 3.

As indicações do PMEB sobre o ensino das tabuadas apresentam diferenças tanto ao nível da ordem pela qual devem surgir, como em termos do modo como esse trabalho deve ser realizado em sala de aula. Nos dois primeiros anos de escolaridade recomenda-se:

«Propor a construção das tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10, começando por estudar as tabuadas do 2, 5 e 10. Utilizar a tabuada de multiplicação do 2 e através dos dobros descobrir a do 4; fazer o mesmo para as tabuadas do 3 e do 6 e verificar que na tabuada do 6 já são conhecidos os resultados até ao 5×6 e que só falta saber a partir do 6×6 » (Ponte *et al.*, 2007, p. 16).

A expressão «construção das tabuadas» surge no novo programa associada à ideia de que a partir das tabuadas já trabalhadas se podem chegar aos «novos» produtos da tabuada a estudar, recorrendo às propriedades da operação multiplicação e a relações numéricas. Concretizando um pouco esta ideia proponho que observemos a construção da tabuada do 6 na perspectiva do PMEB (figura 4).

Através do uso da propriedade comutativa da multiplicação os alunos poderão verificar que alguns dos produtos são já seus conhecidos. Contudo, para determinarem esses produtos podem apoiar-se noutras propriedades e relações numéricas. Por exemplo, podem pensar no 4×6 como o dobro

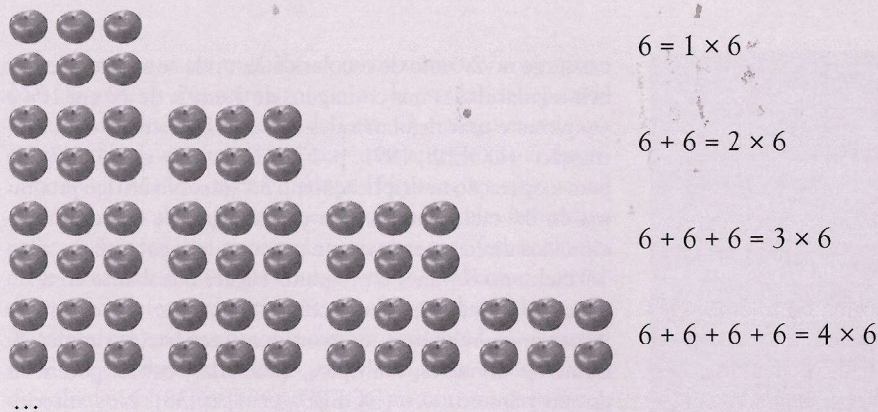


Figura 3. Tabuada do 6

1×6	Facto conhecido
2×6	Pela propriedade comutativa da multiplicação, utilizando os respectivos produtos das tabuadas do 2, 3, 4, e 5.
3×6	
4×6	
5×6	
6×6	$5 \times 6 + 6$ ou o dobro de 3×6 ou $3 \times 6 + 3 \times 6$
7×6	$5 \times 6 + 2 \times 6$ ou $6 \times 6 + 6$
8×6	Dobro de 4×6 ou $4 \times 6 + 4 \times 6$
9×6	$10 \times 6 - 6$ ou pelo triplo de ou 3×6
10×6	Pela propriedade comutativa da multiplicação, utilizando o produto 6×10

Figura 4. Construção da tabuada do 6 na perspectiva do PMEB

de 2×6 , como $2 \times 6 + 2 \times 6$ ou ainda como $4 \times 5 + 4 \times 1$. A aprendizagem das tabuadas continua nos 3.º e 4.º anos de escolaridade com «a construção das tabuadas do 7, 8, 9, 11 e 12» (Ponte *et al.*, 2007, p. 18). Esta indicação faz sobressair a ideia de que o trabalho das tabuadas da multiplicação não termina na tabuada do 10, podendo a construção das tabuadas do 11 e do 12 constituir mais um contexto para uso de propriedades e relações numéricas que auxiliam o cálculo mental. Por exemplo, 6×12 , pode ser pensado a partir do dobro de 3×12 , de $3 \times 12 + 3 \times 12$, de $6 \times 10 + 6 \times 2$ ou de $5 \times 12 + 12$.

O modo como é sugerida a aprendizagem das tabuadas no PMEB, está muito associado à valorização que se dá ao cálculo mental. As tabuadas continuam a ser consideradas importantes no apoio ao cálculo, pelo que devem ser memorizadas, mas passam a constituir também um contexto rico para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental do produto de dois números.

João: Nunca sei se a vírgula vai para a esquerda ou para a direita.

João: Quanto será 0,6 deste chocolate?

Estas afirmações servem de mote para analisar o modo como no PMEB é encarado o trabalho com os números representados na forma decimal e, mais globalmente, com os

números racionais, o que, na minha perspectiva, é outro dos aspectos a assinalar em termos das mudanças introduzidas por este novo programa.

Tradicionalmente, o trabalho com números representados na forma decimal tem surgido associado a situações de medida de grandezas, mas muito ligado à conversão dos números para unidades diferentes. Em muitas situações este trabalho transforma-se em exercícios rotineiros de «vai vírgula para a esquerda, vai vírgula para a direita». Muitos dos alunos que até executam estes procedimentos «correctamente», revelam dificuldades ao nível da noção da grandeza dos números escritos na representação decimal, do seu significado num determinado contexto, da utilização de diferentes representações e do cálculo mental.

O PMEB mostra preocupações claras relativamente aos aspectos que acabei de assinalar. Sugere a exploração de situações de partilha equitativa, de medida e de dinheiro, de modo a «dar significado» aos números decimais. A preocupação com o cálculo mental também é visível no trabalho com estes números, apresentando exemplos de estratégias de cálculo mental que devem ser desenvolvidas, principalmente nos 3.º e 4.º anos do 1.º ciclo e no 2.º ciclo.

Um outro aspecto que considero importante referir e que marca uma alteração profunda a nível da abordagem dos números racionais, é o facto de surgir mais cedo o trabalho

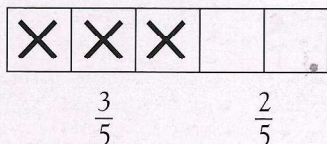


Figura 5. Barra de chocolate.

com os números representados em forma de fracção. Nos programas anteriores, o trabalho com os números na sua representação decimal antecipava o trabalho com as fracções. Os números decimais começavam a ser trabalhados no 1.º ciclo e as fracções a partir de 2.º ciclo. É certo que no antigo programa do 1.º ciclo as fracções surgiam logo no 2.º ano de escolaridade mas apenas associadas aos operadores «metade de...» e «um quarto de...» e esse trabalho seria ampliado nos dois anos seguintes em termos do número de partes que compõem a unidade ($1/3$; $1/5$; $1/10$), mas o trabalho mais generalizado com fracções seria realizado apenas nos ciclos seguintes.

A representação dos números em fracção permite aos alunos darem significado a algumas situações em que a representação decimal não se mostra tão adequada. Por exemplo, imaginemos uma barra de chocolate que inicialmente se encontra dividida em cinco partes iguais e da qual já se comeram três partes (figura 5). Faz sentido para os alunos pensarem que já se comeram $3/5$ (três partes de cinco) e que restaram $2/5$ (duas partes de cinco). Estamos numa situação em que a fracção surge da comparação entre a parte e o todo, e em que é fácil para os alunos pensarem nesta relação. Será que compreenderiam tão facilmente que se comeu 0,6 de chocolate? E será que faz sentido falar à partida em 0,6 de um chocolate?

O PMEB propõe o trabalho com as fracções desde muito cedo, valorizando os significados que estas assumem em diferentes situações. Sugere, desde os 1.º e 2.º anos de escolaridade, a exploração intuitiva de situações que incluem o uso de fracções como operadores, recomendando para os 3.º e 4.º anos a exploração de problemas que permitam compreender as fracções com os significados quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo e operador. No 2.º ciclo amplia-se o trabalho com as fracções nos seus significados de medida e razão e, no 3.º ciclo, o estudo das fracções é alargado tanto ao nível da comparação e ordenação como ao nível das propriedades e regras operatórias.

João: No final, fazemos os últimos exercícios do livro. São giros. Nós temos de descobrir como continuam as filas de números.

Esta afirmação tenta retratar algum do trabalho que tem sido realizado em torno das regularidades numéricas. Os alunos completam ou continuam sequências de números segundo uma determinada lei de formação e estas propostas surgem, muitas vezes, desligadas do trabalho realizado em torno dos números e operações.

No programa do 1.º ciclo até agora em vigor, a primeira referência explícita ao trabalho com regularidades numé-

cas surge no 2.º ano de escolaridade, onde se sugere «descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, de 10 em 10» e «explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtração» (DGEBS, 1991, p. 174), indicação que é alargada para a operação multiplicação no 3.º ano. No antigo programa do 2.º ciclo não há uma explicitação de aspectos relacionados directamente com a procura de regularidades e no 3.º ciclo, no 8.º ano, o programa sugere o trabalho com sequências numéricas, tendo como objectivos: «descobrir relações entre números» e «continuar sequências simples de números: divisores, múltiplos, quadrados, cubos, potências de um número, ...» (DGEBS, 1991, p. 38). Nos anteriores programas, as regularidades numéricas surgem pontualmente como tópicos a serem trabalhados, mas de uma forma pouco integrada.

Então, o que nos traz então de novo o PMEB em termos do trabalho com regularidades? Começando, pelo 1.º ciclo, propõe-se expressamente como tópico de ensino, nos 1.º e 2.º anos de escolaridade, «elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números» (p. 17). Nos 3.º e 4.º anos sugere «investigar regularidades numéricas» (p. 17) e «resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional» (Ponte *et al.*, 2007, p. 18). Relativamente ao programa anterior, neste ciclo, há claramente um maior valorização com o trabalho das regularidades centrado nas sequências de números, não só por contribuir para o desenvolvimento do sentido de número, mas também para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, que apoiará o trabalho a realizar na álgebra nos ciclos posteriores.

As regularidades estão presentes em todos os ciclos do PMEB mas, como tópico, nos 2.º e 3.º ciclos, passam a fazer parte do tema da Álgebra. Nestes ciclos, no tema Números e operações, o trabalho com regularidades é valorizado como forma de abordagem ao tema, referindo-se nas indicações metodológicas do 2.º ciclo que «a resolução de problemas que incluam a investigação de regularidades numéricas constitui um aspecto a privilegiar da didáctica dos números neste ciclo de ensino...» (p. 32) e do 3.º ciclo que «resolver problemas e investigar regularidades constituem as actividades principais na didáctica dos números neste ciclo» (Ponte *et al.*, 2007, p. 48). As regularidades passam, assim, a ser trabalhadas de forma articulada ao longo dos vários ciclos, de modo que as aprendizagens dos ciclos anteriores constituam a base para o trabalho do ciclo que lhe precede em termos do pensamento algébrico e constituem, simultaneamente, um modo privilegiado de abordagem ao tema Números e operações.

Ana: Para fazer as contas tenho a calculadora.

João: Tens sorte, o meu professor não nos deixa utilizar a calculadora.

Há muitos aspectos, inevitavelmente, que se mantêm relativamente aos programas anteriores, tanto em termos dos tópicos e objectivos de ensino, como das abordagens e dos recursos a serem utilizados. A calculadora é um dos recursos que, tal como nos programas anteriores, é conside-

rado importante no trabalho com os números e as operações durante os três primeiros ciclos de escolaridade, sendo já utilizadas em muitas salas de aula. O diálogo entre Ana e João procura confrontar os extremos entre o uso indiscriminado e o *não uso* da calculadora. Há situações em que, tal como Ana, os alunos têm ao seu dispor uma calculadora que utilizam sempre que necessitam, mesmo para fazer cálculos elementares como 6×3 . Há outras em que, tal como no caso de João, o professor não propõe a realização de nenhum tipo de tarefas em que os alunos recorram à calculadora nem permite que os alunos a utilizem para efectuarem qualquer tipo de cálculo, sob a justificação que assim nunca aprendem a fazer contas.

Na minha opinião, o *não uso* da calculadora nada tem a ver com o facto deste recurso não ter sido valorizado nos programas anteriores, onde podemos ler algumas afirmações em que se sugere, valoriza e se justifica a sua utilização nos vários ciclos de escolaridade. O seu *não uso* ou o *uso* de uma forma pouco adequada parece estar relacionado com uma verdadeira falta de compreensão das potencialidades da utilização deste recurso, que pode ter sido originada pelo facto das sugestões acerca da sua utilização, nos programas anteriores, serem muito genéricas e globais. Apenas no programa anterior do 2.º ciclo são dadas indicações específicas sobre o uso da calculadora relacionadas directamente com os tópicos a abordar, mas tal é feito muito pontualmente. Aqui reside, na minha perspectiva, um aspecto que é alterado com o novo PMEB — para além dos aspectos globais sobre a importância do uso da calculadora e da identificação de situações mais gerais que justificam a sua utilização, são indicadas também situações concretas, ao longo dos três ciclos, em que é fundamental usar a calculadora e outras em que não é. A figura 6 mostra alguns exemplos:

Em jeito de conclusão . . .

Nos pontos anteriores identifiquei alguns aspectos que, na minha opinião, constituem mudanças no PMEB. Tentando sistematizá-las diria que se evidenciam no modo como se perspectivam as primeiras aprendizagens dos números e das operações, numa maior valorização do cálculo mental e do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, no trabalho com os números racionais, nomeadamente pela antecipação da representação fraccionária acompanhando a representação decimal, e numa maior explicitação de situações adequadas de uso da calculadora.

Para assinalar as diferenças entre os programas anteriores e o novo PMEB apoiem-me muito em exemplos do 1.º ciclo. De facto, é no 1.º ciclo que o tema Números e operações marca uma maior presença em relação aos outros temas e aos outros ciclos, sendo as mudanças identificadas mais evidentes, não só no sentido de serem «em maior número», mas também porque há uma mudança forte no modo como se encaram as primeiras aprendizagens. Tendo em conta a articulação que se preconiza entre os vários ciclos, há como que um arrastar dessas mudanças à medida que se amplia o universo numérico. De uma forma global, diria que o PMEB assume, nos três ciclos, uma perspectiva de desenvolvi-

- Usar a calculadora no cálculo de potências.
- Reconhecer o modo como a calculadora representa um número em notação científica.
- Propor o uso da calculadora na exploração das relações entre várias representações de um número.
- Usar a calculadora na exploração de regularidades numéricas.
- Propor a determinação das razões trigonométricas de um dado ângulo agudo por construção geométrica, recorrendo à calculadora ou conhecida uma razão trigonométrica do mesmo ângulo.
- Propor o cálculo de razões quadradas e cúbicas em casos simples e o uso da calculadora em outros casos.

Figura 6. Indicações sobre o uso da calculadora no PMEB.

to do sentido de número, que inclui, entre outros aspectos, a compreensão de múltiplas representações dos números, de regularidades dos números, do efeito das operações, das suas propriedades e das relações entre elas, e a capacidade para relacionar o contexto e os cálculos (McIntosh, Reys e Reys, 1992), ideias que fui concretizando ao longo deste artigo.

Em suma, se o João tivesse tido o PMEB penso que as suas afirmações seriam muito diferentes. Diria, por exemplo:

- *100 – 47? É fácil! De 47 para 50 faltam 3. Sei que 50 + 50 é 100. Dá 53.*
- *Para fazer 12×15 pensei em 6×30 . Dá 180.*
- *Comi $\frac{2}{8}$ da pizza porque comi 2 fatias das 8 que havia.*
- *Vi que estes números eram sempre o dobro do anterior.*
- *Hoje usámos a calculadora. Estivemos a trabalhar com números muito grandes e descobrimos coisas interessantes.*

Referências

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.
- McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–8 & 44.
- DGEB (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- DGEB (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 2.º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- DGEB (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 3.º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Catarina Delgado

Escola Superior de Educação de Setúbal