

ATRATOR



O Quarto de Ames

Eduardo Veloso

A Exposição *Matemática Viva* (MV) resultou de um convite dirigido pelo Programa Ciência Viva do Ministério da Ciência e da Tecnologia, à Associação Atractor — Matemática Interactiva, em Março de 2000, visando de alguma forma assinalar o Ano Mundial da Matemática. A Exposição foi inaugurada em 24 de Novembro de 2000 e, prevista inicialmente para uma duração de 6 meses, continua aberta, sem haver ainda uma indicação sobre qual será a sua data de encerramento.¹

A exposição MV tem cerca de quatro dezenas de módulos, divulgando variados aspectos da matemática. Existem

pequenos cartazes com informação junto de cada módulo e além disso é possível encontrar informações adicionais em diversos computadores ao longo da exposição. É uma exposição que *dá muito para pensar* para além das experiências sugeridas. Se é professor e tomar a (boa) decisão de propor a alunos seus uma visita de trabalho à exposição MV, não deixe de fazer uma ou mais visitas prévias.²

Três dos módulos são dedicados à perspectiva: *Quarto de Ames*, *Perspectiva acelerada* e *perspectiva retardada* e *Janela de Leonardo* (Velo de Alberti e Perspectógrafo de Dürer).

Este artigo será dedicado ao primeiro destes módulos.

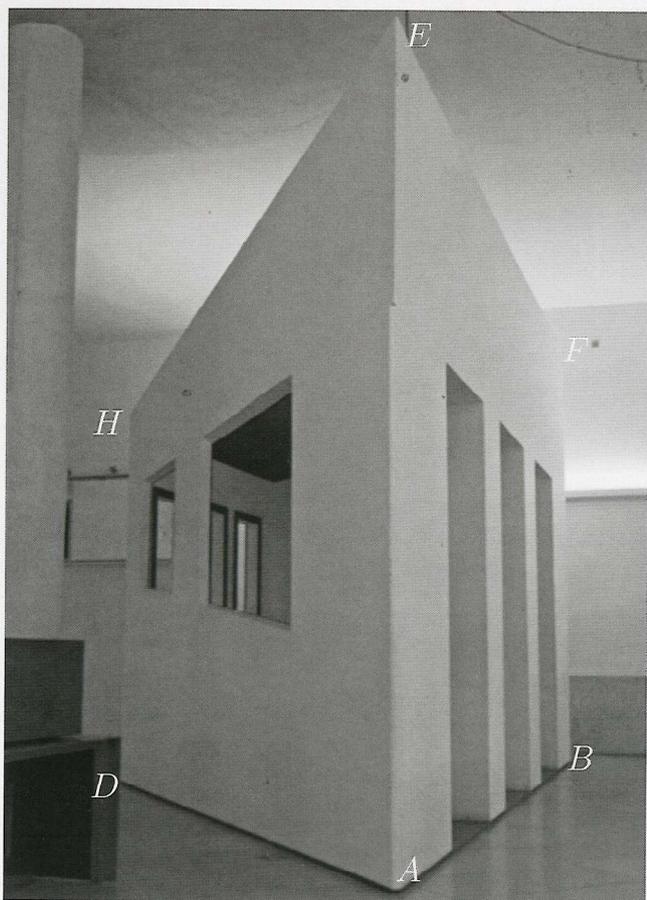


Figura 1A.

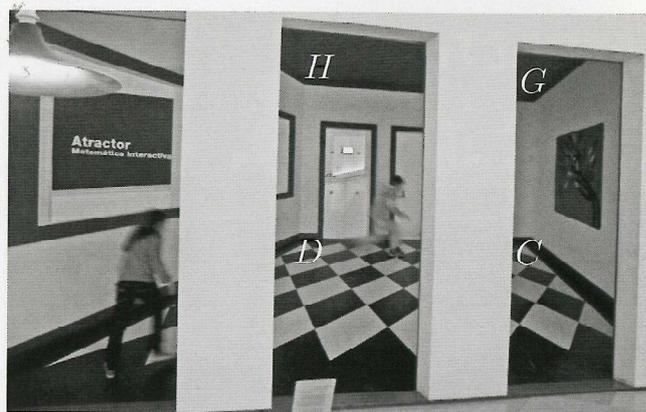


Figura 1B.

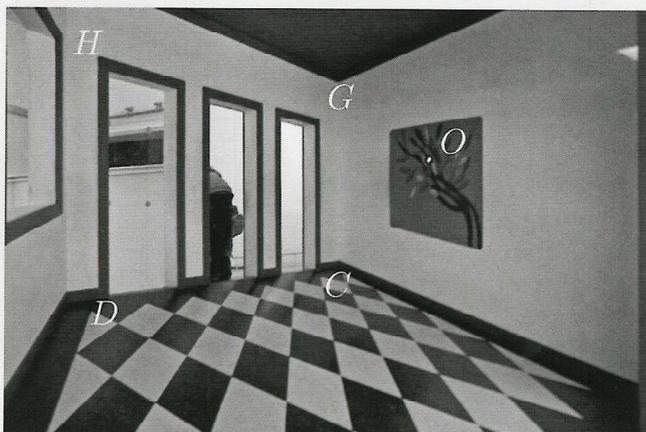


Figura 1C.

Quarto de Ames: introdução

O quarto de Ames é uma construção com formas estranhas, de que apresentamos algumas fotografias (figura 1). Na figura 1A temos uma vista exterior, e depois nas figuras 1B e 1C a percebemos melhor da forma interior. Essencialmente, trata-se de um poliedro formado por seis faces (quadriláteros). Para simplificar, colocamos letras nos 8 vértices do poliedro (A, B, C, D, E, F, G, H) e acrescentamos a letra O no local onde se encontra um orifício através do qual se pode espreitar do exterior para o interior deste quarto. Tente compreender a forma real deste quarto com o auxílio destas fotografias e das letras nos vértices. O soalho é um trapézio $ABCD$, em que AB e CD são segmentos paralelos. É uma rampa bastante íngreme onde os miúdos que vão à exposição gostam de escorregar e trepar (se ninguém lhes sugere outra coisa para fazer, como acontece muitas vezes, infelizmente...). O pavimento lembra um daqueles lindos pavimentos dos pintores holandeses, com quadrados alternados de madeira clara e escura, mas está deformado, esticado em direção ao vértice A do quarto. O teto também

é um trapézio e sobe de GH para FE (que são segmentos paralelos).

As quatro paredes são todas diferentes, e nenhuma é perpendicular — como «deveria ser»! — ao soalho nem ao teto. As paredes $DCGH$ e $ABFE$ são retângulos, e as paredes $ADHE$ e $CDFG$ são trapézios.

Para completar a estranheza desta situação, as duas janelas da parede $DAEH$ abandonam a forma «normal» das janelas, não só são diferentes uma da outra como são trapézios (em vez de retângulos), adaptando-se assim à forma da parede a que pertencem!

Numa visita de estudo ao quarto de Ames, a boa estratégia consiste em deixar os visitantes aperceber-se completamente da forma estranha deste quarto, ficando com a percepção de que está bem longe da forma normal dos quartos a que estamos habituados, os quais têm a forma de paralelepípedos rectos, ou se quiserem a forma bem comportada de uma caixa de fósforos. Nada mais longe do quarto em que nos estamos a mover.

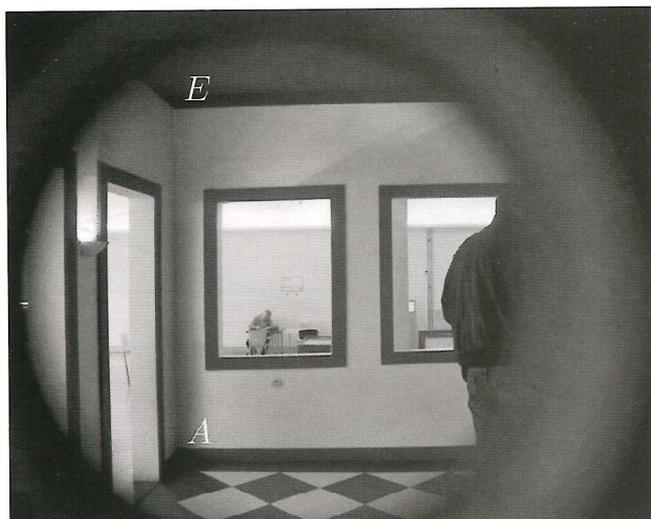


Figura 2.



Figura 3A.

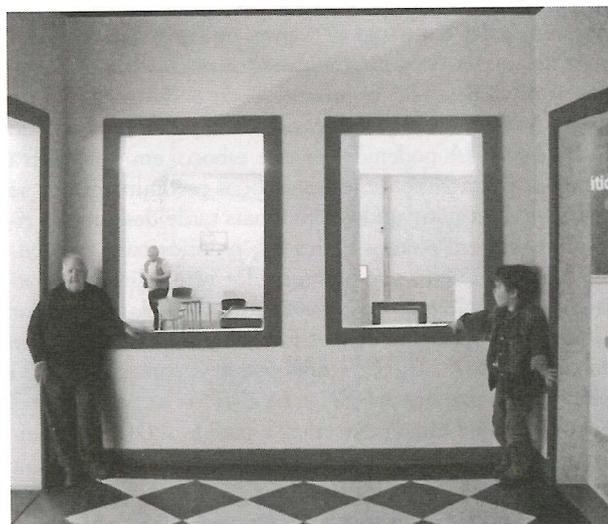


Figura 3B.

E no entanto...

A surpresa é grande quando somos levados para fora do quarto e nos sugerem que espreitemos para o interior através do tal orifício da parede $BCFG$ (figura 2). As estranhezas do quarto onde acabamos de passar desapareceram... O chão e o teto são horizontais, as paredes são ortogonais ao chão e a parede em frente de nós, ou seja, a parede $DAEH$ é totalmente bem comportada: é um retângulo e não o trapézio que vimos há pouco, as suas janelas são também retângulos e até o pavimento é formado por quadrados...!

Pedi ao João (3 anos) que fosse comigo ao interior do quarto de Ames, e ao pai dele que tirasse duas fotografias (figura 3A e 3B). Como se vê, não só o quarto se modificou como já vimos, mas agora a altura das pessoas que estão dentro do quarto, junto à parede em frente de nós quando espreitamos pelo tal orifício, muda conforme a posição em que estão! Se fizer uma visita à Exposição MV, e pedir a duas

pessoas que troquem de lugar lentamente, como eu fiz com o João, verá aumentar de altura a que vai da esquerda para a direita e diminuir o que faz o percurso inverso... Que se passa?

Para o percebermos, julgamos que é preferível tentar responder separadamente às duas questões que as observações anteriores suscitam:

- a) porque razão é tão diferente o que vemos quando espreitamos para dentro do quarto de Ames através do referido orifício ou quando estamos dentro do mesmo quarto, ou quando o vemos a partir de outros pontos de vista — por exemplo, através das portas da parede $ABFE$ (figura 1B)?
- b) porque razão as alturas das pessoas variam quando, ao espreitar, as vemos em diversas posições ao longo da parede $DAEH$?

Figura 4A.

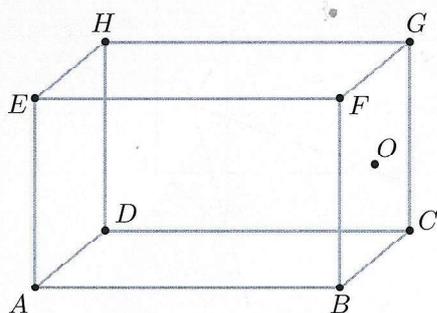
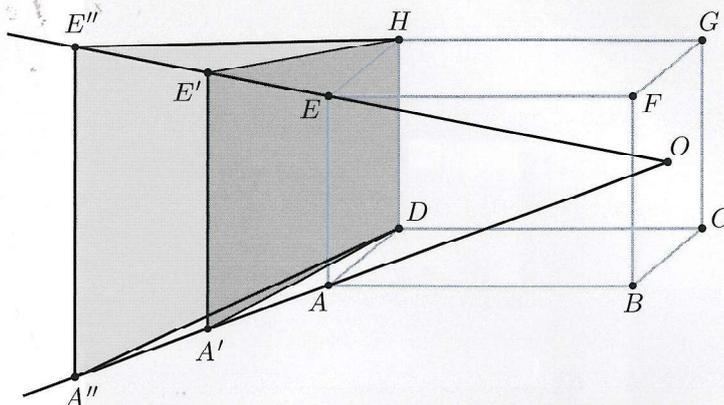


Figura 4B.



As escolhas da visão

Para responder à questão a), vamos imaginar um arquitecto a fazer os desenhos preliminares para a construção de um quarto de Ames. Um primeiro esboço pode ter sido o do quarto que um observador vê quando espreita pelo orifício O . Na figura 4A podemos ver esse esboço, em perspectiva cavaleira (naturalmente, estes esboços preliminares que se destinam a ser construídos serão mais tarde desenhados rigorosamente em plantas e alçados, próprios para a execução final). O quarto que o observador vê é assim um quarto «normal». Note-se que o campo de visão do observador é limitado — compare com as fotografias anteriores. O que ele vê é a parede $ADHE$ e uma pequena parte do teto, do soalho e das paredes $ABFE$ e $DCGH$ — as partes destes rectângulos que estão adjacentes à parede $ADHE$ (incluiremos o pavimento e as janelas mais tarde, para não tornar estas ilustrações pouco legíveis).

Imagine agora semirectas com origem em O e passando por A e E (figura 4B). E pense num ponto qualquer da semirecta OE , por exemplo E' , e no ponto correspondente A' sobre a semirecta OA (sendo o segmento $E'A'$ paralelo ao segmento EA). Como os pontos E' e A' , para o observador que espreita por O , são coincidentes com E e A , respectivamente, e como por essa mesma razão os segmentos HE' , $E'A'$ e $A'D$ se sobrepõem respectivamente aos segmentos HE , EA e AD , a imagem que o observador vê, se substituirmos o quadrilátero $HEAD$ pelo quadrilátero $HE'A'D$, é exactamente a mesma. O mesmo acontece relativamente aos pontos E'' e A'' e ao quadrilátero $HE''A''D$. Ou seja, existe uma infinidade de quadriláteros distintos que resultam, para o observador que espreita pelo orifício O , na mesma imagem.

O que acabamos de observar leva-nos à conclusão de que, quando estamos na situação anterior (espreitando com um dos olhos através de um orifício), em que os raios visuais formam uma espécie de pirâmide com vértice no dito ponto de vista, quando duas figuras $ABCD\dots$ e $A'B'C'D'$... são tais que A e A' , (resp. B e B' , C e C' , D e D' , ...)

estão no mesmo raio visual, existe uma ambiguidade na percepção visual, pois a imagem que vemos pode corresponder a qualquer delas. A ambiguidade torna-se evidente na seguinte afirmação: se formos colocados na situação anterior, e nos mostrarem cada uma das figuras, e nos pedirem para dizermos qual estamos a ver, a nossa resposta não é unívoca, pode ser uma das duas e não o podemos decidir sem mais informação.

A nossa percepção visual está constantemente a resolver essas ambiguidades e a fazer escolhas (essas escolhas são em parte auxiliadas pelo facto da nossa visão ser feita em geral com os dois olhos, mas esse é um aspecto que não abordaremos aqui). Muitos outros factores ajudam a visão nessas escolhas: por exemplo, ninguém dentro do quarto de Ames, com a sensação permanente que vai cair dada a inclinação do soalho, poderá imaginar um chão horizontal... No entanto, quando espreitamos pelo orifício, os nossos pés estão bem assentes numa plataforma horizontal.

Como insinua Rudolf Arnheim na escolha do título do seu famoso livro *Visual Thinking*, a percepção visual não se limita a recolher dados, raciocina sobre esses dados e toma decisões (no caso anterior, a decisão pedida era uma escolha).³

As escolhas que a visão faz, perante uma ambiguidade, têm por base o reconhecimento de situações frequentes experimentadas pela nossa visão. Um dos factores que muitas vezes intervém na escolha é uma preferência pelas figuras tridimensionais relativamente às figuras bidimensionais, talvez devido à nossa experiência de vida num espaço 3D. Noutras vezes, e é o que nos interessa no caso do quarto de Ames, a inteligência da visão pode levar-nos a escolher, entre as várias «realidades» possíveis que podem resultar na imagem que vemos, aquela que é mais normal no tipo de situação que estamos a visualizar.

Assim, o nosso arquitecto, sabendo que o que consideramos normal num quarto qualquer é que as paredes sejam rectângulos, e que sejam perpendiculares ao chão e ao

Figura 5A.

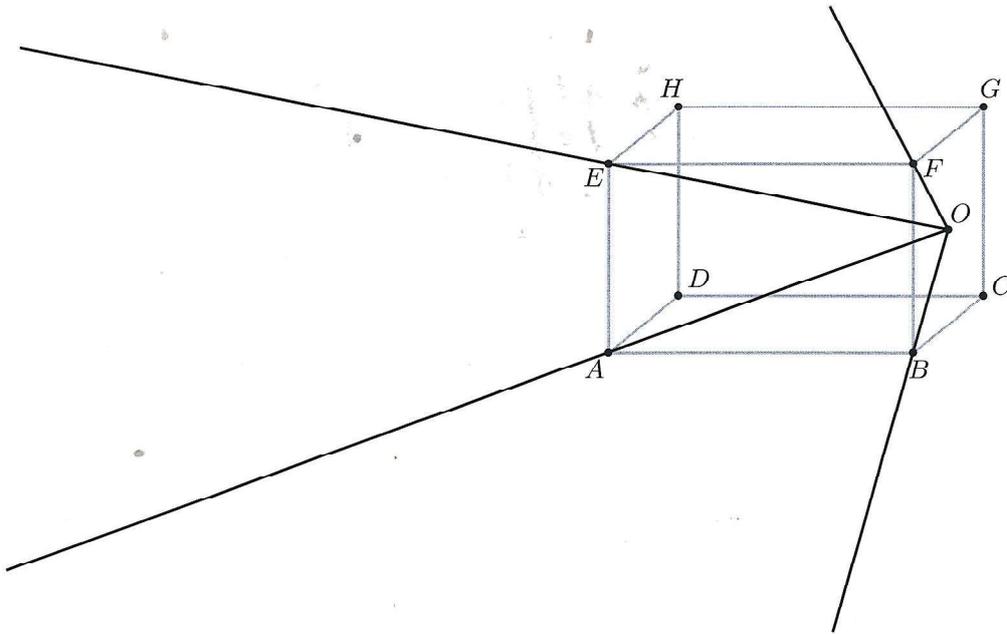
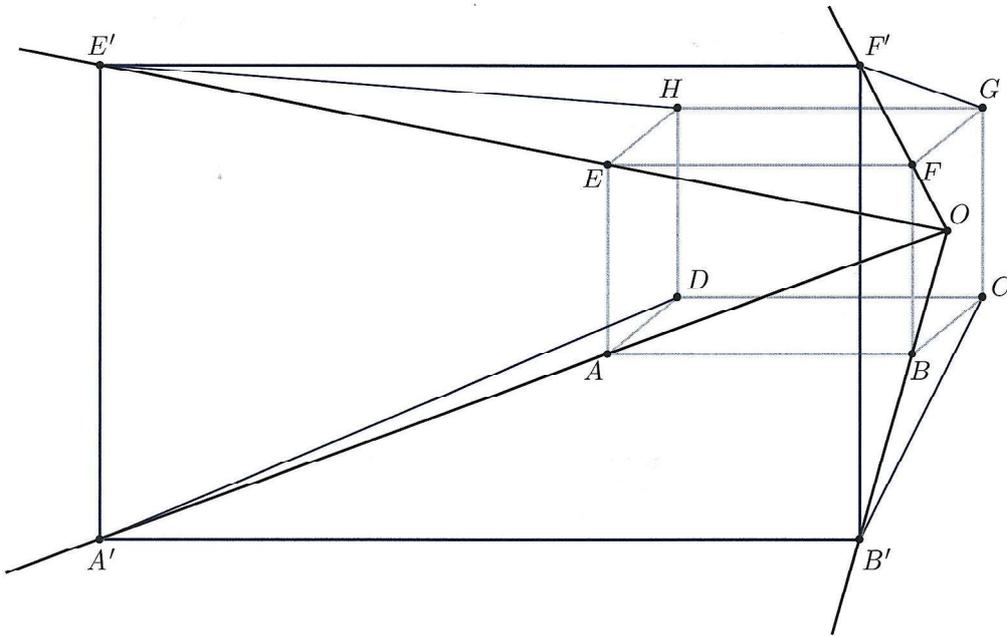


Figura 5B.



teto, tendo esboçado a forma (normal) do quarto que pretende seja a escolha da visão do observador — o paralelepípedo recto azul —, decide fazer o projecto de uma construção (essa sim, a ser realizada fisicamente) tal que, ao unir os pontos mais importantes e definidores dessa construção ao ponto de vista, e ao traçar assim os raios visuais, eles passem pelos pontos correspondentes do quarto normal que traçou no seu esboço.

Este problema é resolvido partindo do tal imaginado quarto normal e repetindo, para todos os pontos importantes, a construção que fizemos para os vértices da parede $ADHE$.

É isso que iremos indicar na sequência de figuras 5.

5A. A azul a imagem geral do quarto que o observador vai ver quando espreita pelo ponto O . Este quarto não vai

ser construído, é só um ponto de partida para o traçado do quarto de Ames a construir. Estão traçadas as semirectas unindo O aos quatro vértices da face $ABFE$, a qual vai ser ampliada.

5B. Por homotetia a partir do centro O , e factor 2.5, por exemplo, constrói-se a face $A'B'F'E'$ ampliada e traçam-se os segmentos $A'D$, $B'C$, $F'G$ e $E'H$. Estão assim traçadas as paredes, chão e teto do quarto de Ames a construir fisicamente. A parede $DCGH$ é a única comum aos dois quartos. Note-se que os vértices A' , B' , F' e E' , e os segmentos $A'B'$, $B'C$, DA' , $E'F'$, $F'G$ e HE' , do quarto de Ames «real», se sobrepõem às suas imagens A , B , F e E e AB , BC , DA , EF , FG , e HE , do quarto azul, quando vistos a partir do ponto O .

Figura 5C.

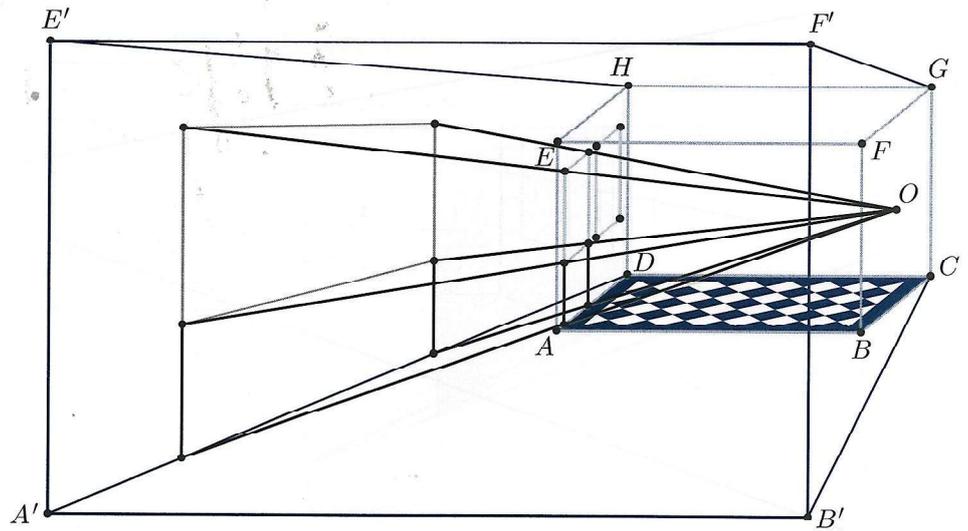
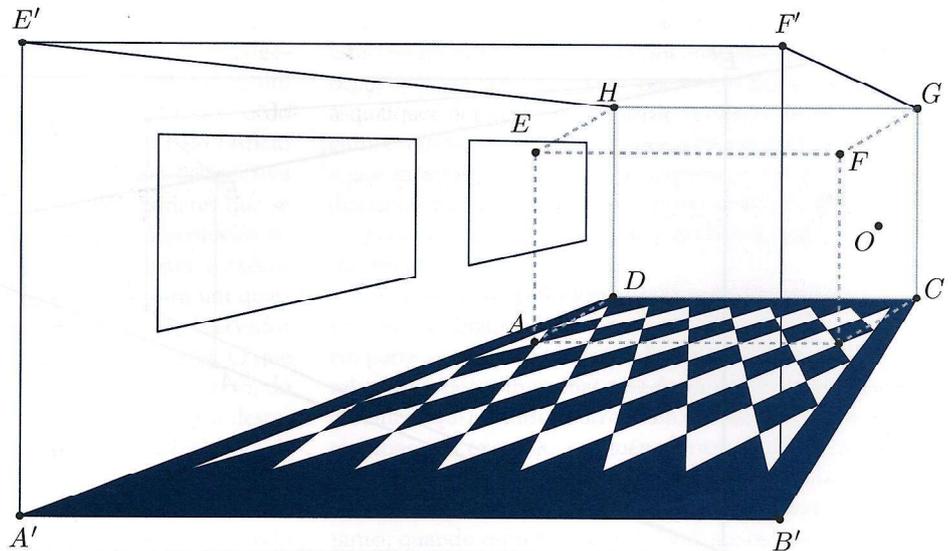


Figura 5D.



5C. É desenhado o pavimento do quarto azul e as janelas da parede $ADHE$ (para não sobrecarregar a figura não são reproduzidas nestas figuras as portas das paredes $ABFE$ e $DCGH$ nem as suas projecções no quarto «real»). Como exemplo, indica-se a construção da projecção de uma janela.

5D. Faz-se uma projecção central, a partir do ponto O , das janelas, pavimento e portas do quarto azul, obtendo-se dessa forma os elementos correspondentes no quarto «real». Note-se que depois de feita esta projecção, o quarto azul e todos os seus elementos podem ser *eliminados* do projecto de arquitectura, pois não serão construídos fisicamente.

Esperamos que desta longa descrição tenham resultado claros os seguintes elementos de resposta à questão a):

- escolhido e desenhado um quarto normal (o quarto azul) que pretendemos seja a interpretação que um observador construa na sua mente ao espreitar pelo orifício O ;
- escolhido um factor de homotetia para ampliar a parede $ABFE$ e obter dessa forma, a partir do quarto azul, as formas e dimensões das paredes, chão e teto do quarto que vai ser construído fisicamente;
- efectuada uma projecção central, de centro O , e obtidas sobre as paredes e chão do quarto real as janelas, portas e pavimento transformados dos elementos correspondentes do quarto azul;
- construído fisicamente o quarto real (incluindo janelas, portas e pavimento);
- um observador, ao espreitar para dentro do quarto de Ames pelo orifício O , vê uma imagem que corresponde

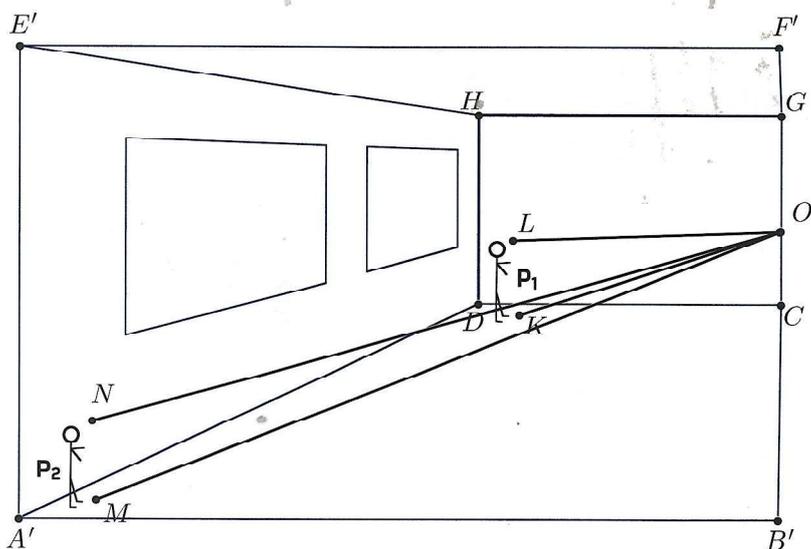


Figura 6.

ao quarto construído fisicamente, *mas que seria a mesma para qualquer outro factor de homotetia*, em particular para o factor 1, que corresponde ao quarto azul; da infinidade de interpretações que poderia fazer, a sua escolha recai no quarto azul, por ser a situação normal que resulta das suas experiências anteriores;

- essa escolha inteligente da interpretação é tão forte, que resiste mesmo a uma experiência de uma passagem anterior pelo interior do quarto real.

E as alturas das pessoas a variar...?

A resposta à questão

- b) porque razão as alturas das pessoas variam quando, ao espreitar, as vemos em diversas posições ao longo da parede DAH?

é bem mais imediata. Começemos por notar que, seja qual for a interpretação que dermos à imagem que estamos a ver ao espreitar pelo orifício O , o quarto físico que estamos a observar é aquele representado pela fotografia 1B, e assim a distância do vértice A (não assinalado nesta fotografia, mas que corresponde ao canto inferior esquerdo da mesma) ao ponto O é *bem maior* do que a distância do vértice D ao mesmo ponto O . Na figura 6 representámos o quarto real e duas pessoas, P_1 e P_2 , com a mesma altura real, uma junto ao vértice D e outra junto ao vértice A . Como as alturas, para um observador espreitando por O , são dadas pelas amplitudes dos ângulos KOL e MON (neste caso numa proporção quase de 3 para 1), P_1 parece inevitavelmente 3 vezes mais alto do que P_2 , porque na interpretação que estamos a dar à imagem do quarto as distâncias das duas pessoas ao nosso ponto de vista são iguais, pois nessa interpretação a parede $A'DHE'$ está de frente para nós! Quando as pessoas trocam de lugar, as amplitudes também «se trocam», e como as pessoas, na nossa interpretação, deslocando-se junto à parede $A'DHE'$, se mantêm à mesma distância do nosso ponto de vista, então são as suas alturas que têm que mudar!

É um facto notável que a força da nossa interpretação do quarto que estamos a ver seja tal que preferimos ver as

pessoas a mudar de altura desta maneira do que interpretar a imagem de outro modo, o que explicaria imediatamente esse «fenómeno».

Notas

- ¹ Não deixe de consultar o *site* do Atractor (www.atractor.pt), em particular as páginas dedicadas a esta exposição (<http://www.atractor.pt/matviva/>), onde encontrará esta informação e muitas outras que o ajudarão a preparar a sua (e dos seus alunos) visita. O nome atribuído a este quarto tem origem no oftalmologista americano Adelbert Ames Jr, que construiu uma primeira versão em 1946. Baseou a sua construção numa ideia original de Hermann Helmholtz, nos finais do séc. XIX.
- ² Compreenderá, numa primeira visita que fizer á exposição, que não tem sentido pensar em levar alunos a visitar toda a exposição de uma vez. E que, por outro lado, será necessário desdobrar turmas grandes em dois ou mais grupos. Sendo assim, a visita ideal a programar consistirá em levar um pequeno grupo de alunos a trabalhar e fazer experiências com dois ou três módulos escolhidos com antecedência, prevendo sempre um guião distribuído aos alunos, com propostas de experiências e questões a discutir durante e após a visita.
- ³ Caso não tenha acesso a este livro, poderá obter alguma informação limitada sobre o seu conteúdo nas páginas (125 e seguintes) da secção 3 («Percepção visual e visualização») do Cap. III do livro *Geometria: temas actuais*.

Bibliografia

Arnheim, Rudolf. *Visual Thinking*. Berkeley: University of California Press, 1969.

Veloso, Eduardo. *Geometria: temas actuais*. Lisboa: Instituto de Orientação Profissional, 1998.

Webgrafia

Site Atractor: <http://www.atractor.pt>

Páginas Exposição Matemática Viva: <http://www.atractor.pt/matviva/index.htm>

Eduardo Veloso