Mensagens de telemóvel

Cinco amigos encontraram-se e passaram a tarde a enviar mensagens de telemóvel, num total de 120.

Um deles mandou 51 mensagens, a Rita enviou o dobro da Sheila, a Vera mandou o triplo do Duarte e o João cinco vezes mais que um dos amigos.

Quantas mensagens enviou cada um?

(Respostas até 31 de Dezembro para zepaulo@armail.pt)

A moeda falsa

O problema proposto no número 102 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Temos 12 moedas de ouro, aparentemente iguais, só que uma é falsa e pesa menos que as outras. Desconhecemos o peso das moedas. À nossa disposição está uma balança, daquelas que nos indicam o peso do que colocarmos no seu prato. Que método devemos seguir para garantir que descobrimos sempre a moeda falsa em quatro pesagens?

Problema adicional: Se tivermos direito a seis pesagens, qual é o maior conjunto de moedas em que conseguimos sempre encontrar a moeda falsa?

Recebemos 12 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Catarina Ferreira (Pontinha), Edgar Martins (Queluz), Francisco Falé (Lisboa), Francisco Timóteo (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), João Sequeira (Alcácer do Sal), Luís Campos (Alcácer do Sal), Luís Sequeira (Alcácer do Sal), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Ricardo Poças (Viseu) e Rita Cruz (Prado).

O método por todos utilizado foi praticamente o mesmo.

Demos a palavra à Catarina.

Começamos por dividir as 12 moedas em 3 grupos, cada um com 4 moedas.

1ª Pesagem: colocar um grupo na balança e registar o peso.

2ª Pesagem: colocar outro grupo e registar o peso.

Se os pesos foram iguais significa que a moeda falsa está no grupo de 4 moedas que não foi pesado. Se os pesos forem diferentes, a moeda falsa está na que tiver menor peso.

Notar que sabendo o peso de 4 moedas verdadeiras conseguimos determinar o peso de cada moeda verdadeira.

Sabemos o grupo de 4 moedas que contém a moeda falsa. Escolhemos duas dessas moedas:

3ª Pesagem: colocar as 2 moedas e registar o peso.

Como já sabemos o peso de cada moeda verdadeira, sabemos se a moeda falsa está nestas 2 moedas ou nas 2 moedas que ficaram de fora.

Ficamos assim com o grupo de 2 moedas onde está a falsa.

4ª Pesagem: colocar uma destas moedas e registar o peso.

Se o peso for o de moeda verdadeira, a falsa é a que está de fora. Se o peso não for da verdadeira, é esta a falsa.

Problema Adicional

O método anterior pode ser generalizado para qualquer número de pesagens.

Começa-se por dividir as moedas em três grupos (se o número de moedas não for divisível por 3, o terceiro grupo fica com menos).

Na *1ª* e *2ª* pesagens colocam-se o primeiro e o segundo grupo de moedas. Se os pesos forem os mesmo nos dois casos, a falsa está no 3° grupo. Caso contrário, está no grupo mais leve. Identifica-se assim o grupo onde está a falsa, além de se ficar a saber o peso de cada moeda normal.

Nas pesagens seguintes, o que se tem a fazer é dividir o grupo onde está a falsa em dois subgrupos e pesar um deles. Como se conhece o peso das moedas boas, identifica-se o subgrupo que tem a falsa.

Assim, o número máximo de moedas M a partir do qual se consegue identificar a falsa em N pesagens é dado por:

$$M = 3 \times 2^{N-2}$$

No caso de 6 pesagens, podemos ter no máximo 48 moedas. Dividimo-las em conjuntos de 16, identificamos o grupo onde está a falsa com as duas primeiras pesagens e, a partir daí, vamos dividindo ao meio o grupo que tiver a falsa.