

Johannes Kepler e a solução do problema dos movimentos planetários

Alexandre Costa

Desde o aparecimento do Homem que este se interessou pela observação do céu. Cedo foi compreendido que, sobre um fundo de estrelas fixas relativamente umas às outras, havia sete *errantes* que possuíam movimentos relativamente a esse fundo. Esses sete *errantes* — o Sol, a Lua, Mercúrio, Vénus, Marte, Júpiter e Saturno — que se moviam individualmente entre as fixas com um movimento que aparentemente parecia aleatório, como que determinado por uma vontade própria, foram na antiguidade teificados em diversas civilizações politeístas Mesopotâmicas, em especial na Suméria e Babilónica, sendo-lhes atribuído um

dia de adoração. A estes astros foi dado, na Antiga Grécia, o nome de planetas (do grego «errantes»), uma designação que hoje está completamente desadequada no caso do Sol.

O calendário de ciclos lunares da Babilónia com meses de cerca de 28 dias (Hoskins, 1997, p. 27, Falkes, 1999, p. 122) foi provavelmente o primeiro a dividir os meses em quatro períodos correspondentes às quatro fases da Lua¹. Esta divisão em períodos de sete dias deu origem às semanas tal como as conhecemos hoje. De facto, como se pode ver da Tabela 1 o nome dos dias da semana advém do nome do objecto celeste adorado em cada dia na Babilónia².

Tabela 1. Os dias da semana na Babilónia, na cultura romana e em algumas línguas ocidentais actuais [a negrito]. Adaptado de Falkes, 1999.

Babilónia	Latim	Inglês	Francês	Espanhol
Dia do Sol (Shamash)	Solis dies	Sunday	Dimanche	Domingo
Dia da Lua (Sin)	Lunae dies	Monday	Lundi	Lunes
Dia de Marte (Nergal)	Martes dies	Tuesday	Mardi	Martes
Dia de Mercúrio (Nabû)	Mercuri dies	Wednesday	Mercredi	Miercoles
Dia de Júpiter (Marduk)	Jovis dies	Thursday	Jeudi	Jueves
Dia de Vénus (Ishtar)	Veneris dies	Friday	Vendredi	Viernes
Dia de Saturno (Ninurta)	Saturni dies	Saturday	Samedi	Sabado

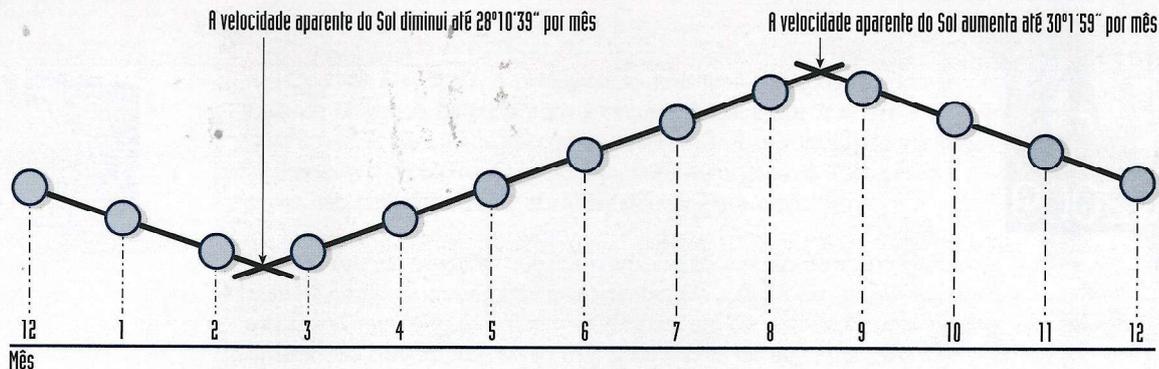


Figura 1. Uma representação adaptada dos dados apresentados numa lâmina datada de 133/132 a.C. sobre a segunda aproximação babilônica da velocidade aparente do Sol relativamente às estrelas de fundo. Adaptado de Hoskin, 1997, p. 28 e North, 1994, p. 45.

Esta fusão da mística com a observação objectiva foi o que fez com que na antiguidade a maior parte dos astrónomos fossem também astrólogos, um situação que apenas se viria a alterar com o nascimento da ciência. Ainda assim, o misticismo do número sete prevalece em inúmeras concepções humanas das quais são exemplos, as sete notas musicais, as sete cores do arco-íris e, ao nível religioso, os sete pecados mortais.

Na vertente que tentou fazer prevalecer uma visão objectiva, desde a antiguidade até ao século XVII, a astronomia teve sempre dois objectivos relacionados um com o outro. Por um lado, mostrar que os movimentos dos planetas não eram aleatórios, mas sim regulares e previsíveis e, por outro, ser capaz de prever esses mesmos movimentos com grande acuidade.

O primeiro dos dois objectivos foi definido pelos gregos, tendo o esforço de obtenção das primeiras medições rigorosas sido desenvolvido pela distinta civilização da Babilónia. A verificação do carácter cíclico das posições das estrelas foi verificada pela primeira vez na Mesopotâmia, tendo a duração do ciclo, a que chamamos ano, sido estabelecida em 360 dias, uma hipótese de explicação possível para o sistema sexagesimal usado pelos sumérios e babilónios proposta por Formaleoni em 1789 e repetida por Cantor cerca de 1880 (Ifrah, 2000, p. 91). Curiosamente, o erro inicial de $5\frac{1}{4}$ dias na duração do ano, permitiu o desenvolvimento de uma trigonometria baseada em quadrantes de 90° que as civilizações orientais (nomeadamente a chinesa, que partiu da determinação mais rigorosa de $365\frac{1}{4}$ dias (North, 1994, p. 137) nunca chegaram a desenvolver.

As primeiras observações da Grécia Antiga são melhor conhecidas pelo conjunto de lendas e mitos que até nós chegaram do que pela existência de documentos escritos. De facto, os gregos observaram a maior parte dos movimentos aparentes do céu e documentaram-nos de forma por vezes não muito científica, porém, sem sombra de dúvida, rigorosa quanto às observações por eles efectuadas.

Os modelos explicativos do movimento dos planetas pretendiam explicar o facto de estes se moverem relativamente ao fundo celeste mais rapidamente numas alturas e mais lentamente noutras. Esta alteração de velocidades era

observável até no movimento zodiacal do Sol (figura 1) que era conhecido desde a civilização babilónica (North, 1994, p. 45)

Outro problema que tinha que ser resolvido era a explicação da retrogradação. Os planetas apresentam incompreensíveis movimentos, que recebem a designação de retrogradações, parecendo voltar para trás relativamente ao fundo estelar para depois retomar o seu sentido inicial do movimento relativamente à abóboda celeste (figura 2.).

À excepção de uma proposta pouco eloquente de Aristarco, que propunha um modelo heliocêntrico (Hoskins, 1997, p. 37), as primeiras propostas de explicação dos movimentos dos corpos celestes foram geocêntricas, em grande parte devido às ideias de Aristóteles que prevaleceram na Antiguidade.

Havia para Aristóteles uma diferença fundamental entre as regiões terrestre e celeste, entre a imprecisão e variabilidade encontrada na região terrestre e a perfeição geométrica encontrada nos corpos celestes, constituídos por pontos ou círculos de luz.

De acordo com Aristóteles, corpos que eram frios e secos eram na sua maioria constituídos por Terra, os que eram frios e húmidos eram na sua maioria constituídos por água, aqueles que eram quentes e húmidos formados por ar e os que eram quentes e secos formados por fogo. A Terra era na sua maioria formada por terra com uma camada mais exterior de água (os mares), sobre as quais haviam uma fina camada de ar (a atmosfera). Sobre a atmosfera havia uma camada de fogo que acabava imediatamente antes da Lua. Dentro desta região — que constituía o mundo terrestre ou sublunar — existia vida, morte e mutabilidade. Qualquer corpo tinha um lugar natural — altura natural ou distância ao centro da Terra — que estava associado à proporção em que os quatro elementos entravam na sua composição. Se não fosse impedido, qualquer corpo seguiria em linha recta, definida a partir do centro da Terra, para o seu lugar natural.

Nos céus não havia qualquer vida ou morte, aparecimento ou desaparecimento. Pelo contrário, os corpos celestes, que eram esferas perfeitas e cristalinas mantinham o seu movimento de translação eternamente, num perfeito movimento circular uniforme (o problema dos cometas foi rapi-

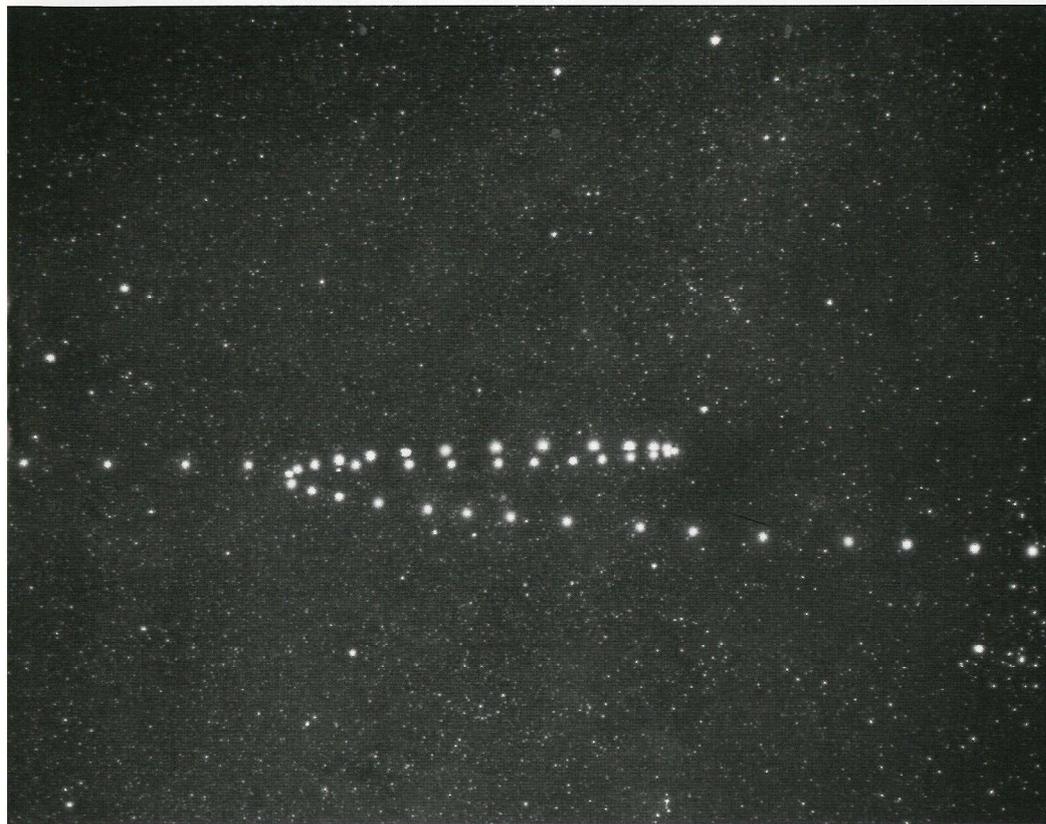


Figura 2. Movimento retrógrado do planeta Marte.

damente resolvido, pois estes corpos, como iam e vinham, tinham, por isso, natureza terrestre).

E desta lógica nasceram as premissas que garantiam a legitimidade do geocentrismo:

- 1) A Terra, por estar dentro da esfera sublunar não podia mover-se em torno do Sol.
- 2) Se a Terra girasse sobre si própria, todos os objectos que não estivessem solidamente ancorados à sua superfície seriam lançados no espaço.
- 3) Se a Terra se deslocasse, descrevendo uma trajectória em torno do Sol, as «fixas» não manteriam as suas posições em relação umas às outras.

Se o primeiro argumento é redundante, já o segundo é aceitável à luz do senso comum e do desconhecimento da existência da força gravitacional e o terceiro é de uma pertinência extrema, pois revela a ideia de que haveria estrelas mais próximas que seriam vistas em locais diferentes relativamente às estrelas mais longínquas quando a Terra se encontrasse em posições diametralmente opostas relativamen-

te ao Sol. Este fenómeno, conhecido por paralaxe (figura 3), apenas foi verificado no século XIX por Bessel, devido às distâncias às estrelas mais próximas serem muito superiores às que se consideravam na antiguidade e, conseqüentemente, os deslocamentos angulares relativamente às estrelas de fundo serem todos inferiores a 1 arcsec.

Ptolomeu escreveu um livro de valor inestimável para os historiadores da Ciência, o *Almagest*, que é considerado por muitos como a maior compilação de conhecimentos da antiguidade. Nele, Ptolomeu sugere um sistema dos mundos geocêntrico, baseado em conceitos de geometria dados por Apolônio de Perga e Hiparco (Cohen, 1988, p. 49) que elevou a um nível de funcionamento quase perfeito, tendo em consideração as medidas que são possíveis ser obtidas no espaço de uma vida. O sistema geocêntrico resultante é muitas vezes chamado sistema ptolemaico. Não acreditava na rotação da Terra e não tinha qualquer ideia sobre a natureza das estrelas, mas o seu sistema encaixava nos factos observados e pode dizer-se que dadas as circunstâncias seria impossível fazer melhor. Era um sistema extremamente complexo

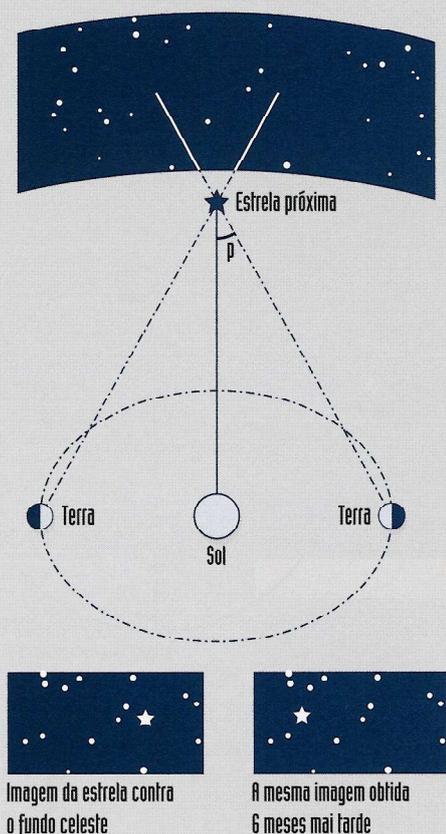


Figura 3. A paralaxe. O ângulo p permite-nos obter a distância à estrela em parsec através da expressão $d=1/p$, porque para ângulos da ordem de grandeza do segundo de arco [arcsec], $p = \tan p$.

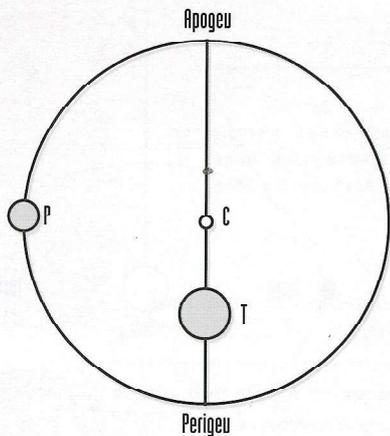


Figura 4. No modelo ptolemaico a Terra encontra-se num ponto excêntrico ao centro de curvatura da órbita.

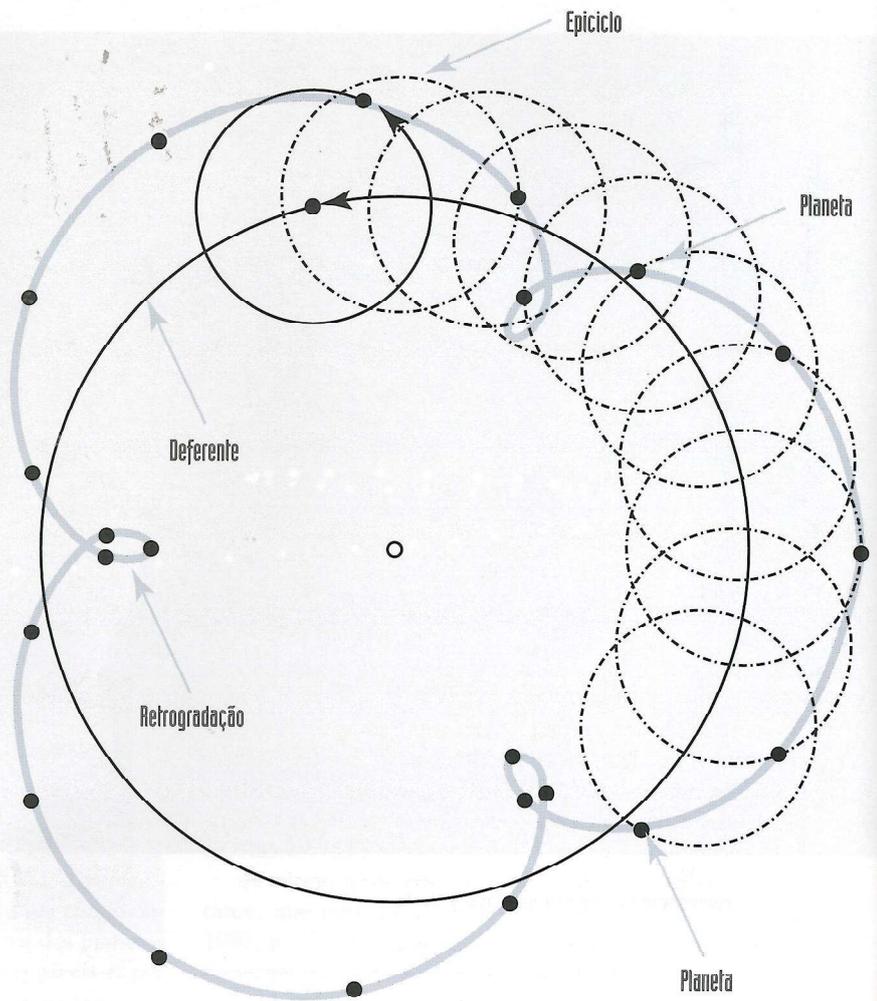


Figura 5. Deferente e epiciclos no modelo ptolemaico [adaptado de Cohen, 1988, p. 51]

conjugando movimentos circulares uniformes em combinações variadas.

Para tentar explicar a diferença de velocidades relativamente às estrelas de fundo, Hiparco havia retirado a Terra do centro da esfera celeste, passando esta a ocupar uma posição excêntrica (figura 4). Desse modo, mesmo que um planeta descreva um movimento circular uniforme em torno do centro de curvatura, visto da Terra, esse movimento em relação às estrelas de fundo parecerá ocorrer a velocidades diferentes quando o corpo estiver no perigeu (ponto mais próximo da Terra) e no apogeu (ponto mais afastado da Terra) (Cohen, 1988, pp. 50-51).

O sistema excêntrico explicava também as conhecidas variações de brilho dos planetas nos diversos pontos da órbita. Assumia-se que o ponto *P* se movia uniformemente no círculo de referência ou deferente. No entanto, as velocidades obtidas ainda não reflectiam bem as velocidades dos planetas e muito menos as retrogradações.

O ponto *P* era apenas um ponto imaginário no deferente, em torno do qual se definia o epiciclo (figura 5). O epiciclo era uma circunferência centrada no ponto *P* e sobre a qual o planeta descrevia a sua trajetória, num movimen-

to circular uniforme. Para tornar o movimento do planeta idêntico à observação das retrogradações era apenas necessário adaptar os tamanhos do deferente e dos epiciclos até se obter a curva ajustada às observações.

No modelo, a Terra não necessariamente estava no centro do deferente mas podia ocupar uma posição excêntrica. Quando a velocidade não conseguia ser ajustada apenas com estes artifícios, existia ainda um ponto, chamado o equanto, que era excêntrico e oposto à Terra relativamente ao centro, e que poderia ser a origem de um movimento com velocidade angular uniforme em que o planeta varria ângulos iguais a intervalos de tempo iguais (figura 6).

É evidente que Ptolomeu não se preocupou com a questão de saber se havia epiciclos, deferentes ou equantos «reais» nos céus. Na verdade, preocupou-se apenas em construir um modelo que permitisse prever os acontecimentos reais, sem se preocupar com as causas.

A atitude de elaborar um modelo que contivesse equações ajustadas às observações e que permitissem fazer previsões, mesmo que o modelo parecesse ser demasiado complicado matematicamente, não é totalmente diferente daquilo que muitas vezes ocorre ainda nos nossos dias.

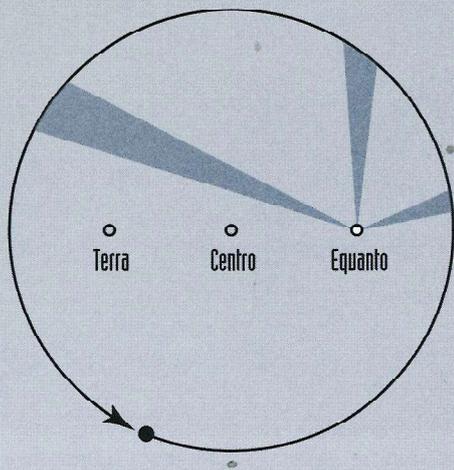


Figura 6. A partir do equanto o planeta varre ângulos iguais a intervalos de tempo iguais.

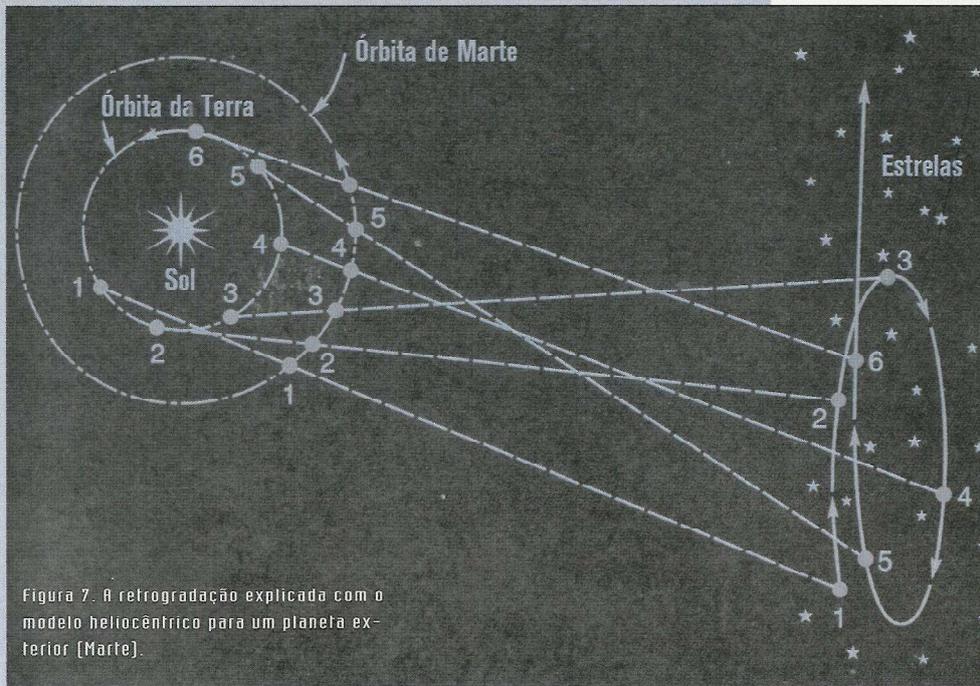


Figura 7. A retrogradação explicada com o modelo heliocêntrico para um planeta exterior [Marte].

Para Copérnico, o sistema tinha uma complexidade inaceitável, que poderia ser resolvida colocando o Sol no centro do sistema (figura 7). Esta sua tese está descrita no livro *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (Copernicus, 2002) relativo ao movimento orbital dos principais corpos celestes conhecidos no seu tempo. A tese poderia estar praticamente completa em 1533, mas Copérnico não a publicou por saber que a Igreja o acusaria de heresia, pois tirar a Terra do centro do universo ia contra a doutrina oficial. Finalmente, em 1543, já às portas da morte, concordou com a sua impressão, não se sabendo se chegou a ver a versão impressa. Muitas das ideias de Copérnico estavam erradas e a sua teoria final era quase tão complicada como a de Ptolomeu, mas tinha dado o passo essencial para que os seus sucessores pudessem construir sobre o seu trabalho. É neste contexto que se vai desenvolver o trabalho de Kepler.

Johannes Kepler, nascido em Wurttemberg em 1571, foi o último assistente de Tycho Brahe. Na realidade, o sucesso de Kepler está intrinsecamente ligado à sua relação com Tycho.

Este sempre considerou que, para se poder tirar conclusões correctas dos fenómenos naturais, era necessário dispor de medidas com o máximo de precisão possível. Tendo em vista esse objectivo, e com o apoio do rei Frederico da Dinamarca, que era consequência de ser ele próprio membro da nobreza, construiu instrumentos de proporções gigantescas, de modo a minorar os erros de precisão, como é o caso do grande quadrante mural do observatório de Uraniborg, na ilha de Hven (figura 8).

Além das dimensões, Tycho preocupou-se em colocar os seus instrumentos sobre fundações sólidas, de modo a que mantivessem a sua estabilidade.

Entre 1576 e 1598, Tycho produziu as maiores e mais rigorosas tabelas que alguma vez haviam sido realizadas. No entanto, não conseguiu verificar qualquer paralaxe estelar ou qualquer outro movimento anual que indicasse que a Terra se deslocasse ao redor do Sol.

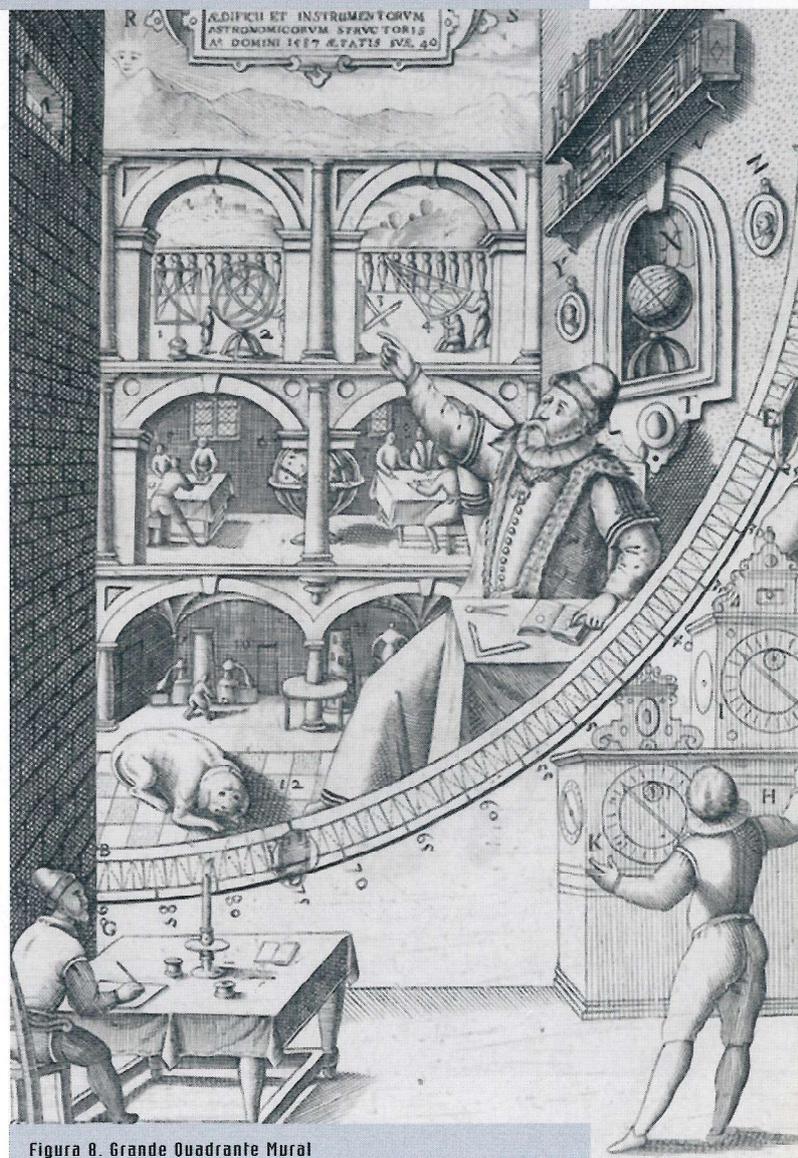


Figura 8. Grande Quadrante Mural

No entanto, Tycho viu claramente as vantagens de ter um sistema centrado no Sol e por isso, em 1586, propôs o seu modelo Ticonico híbrido em que o Sol gira em torno da Terra ao longo de um ano, enquanto os restantes planetas (excepto a Lua) orbitam à volta do Sol (Figura 9).

Este modelo preservava a elegância do modelo geocêntrico grego, retendo a física de Aristóteles e explicando porque é que os objectos caíam de volta para a Terra, mas ganhando as vantagens da simplicidade de explicação das retrogradações do modelo heliocêntrico.

Kepler preferia uma visão mais simples de um sistema girando em torno do Sol que um sistema híbrido. Mas os dados que herdou de Tycho Brahe foram fundamentais para que pudesse desenvolver o seu modelo de órbitas planetárias e estabelecer as leis físicas que hoje conhecemos como leis de Kepler.

Johannes Kepler (Figura 10) não possuía qualquer das vantagens sociais de Tycho Brahe, mas queria penetrar na mente de Deus, o Geómetra.

Ao olhar para as órbitas planetárias, à luz dos deferentes epiciclos e equantos da teoria geocêntrica, Kepler verificou que nada existia no centro da órbita que fosse a gênese do movimento, uma ideia que era pouco aceitável. Tornou-se, por esta razão, um heliocentrista convicto.

Kepler era matemático, e acreditava que os movimentos dos planetas tinham causas físicas e, no entanto, custou-lhe a colocar de lado preconceitos antigos como, por exemplo, o movimento dos planetas ser feito em órbitas circulares só porque essa era a forma mais perfeita e harmoniosa de todas as formas.

Tentou construir um sistema baseado em sólidos geométricos que encaixassem as «esferas planetárias» a uma distância que permitisse uma escala exacta das distâncias planetárias ao Sol. Acreditou que uma geometria perfeita teria que conter os poliedros regulares conhecidos desde o tempo dos gregos: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro (figura 11).

Figura 9. O Universo Ticonico apresentado no livro De Mundi de 1588.

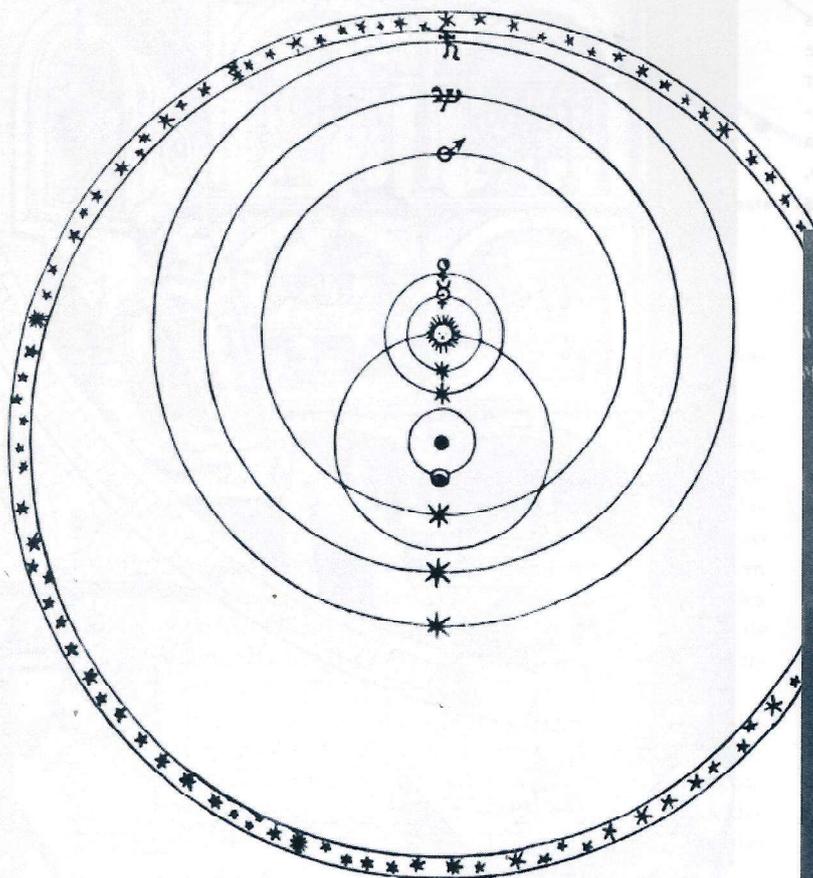
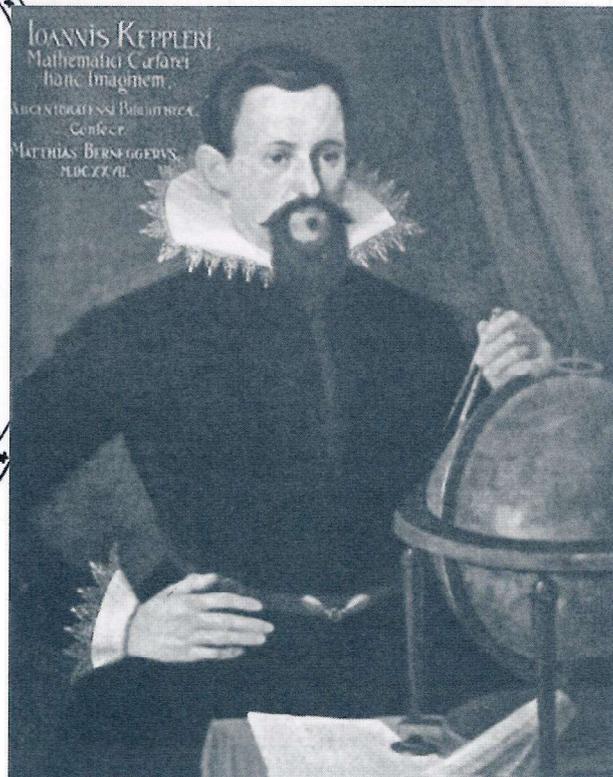


Figura 10. Johannes Kepler [1571–1630]. Quadro de Matthias Berneggerus datado de 1627.



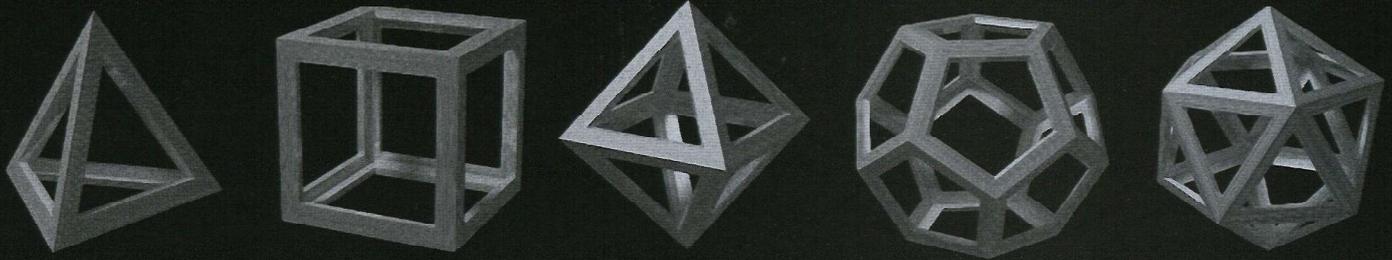


Figura 11. Os cinco sólidos platônicos.

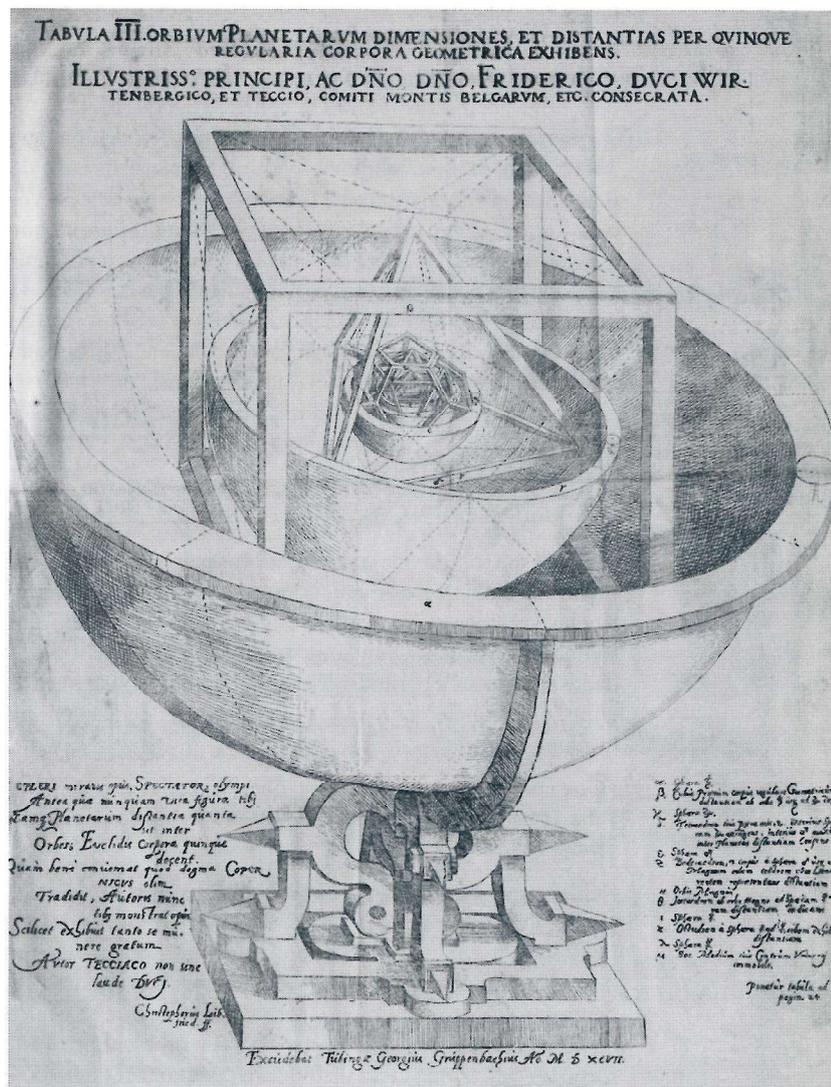
Usava o cubo para separar a esfera de Saturno da de Júpiter, o tetraedro para separar a esfera de Júpiter da de Marte, o dodecaedro entre a esfera de Marte e a da Terra, o icosaedro entre a esfera da Terra e a de Vénus e o octaedro entre a esfera de Vénus e a da Mercúrio. Apresentou este modelo no livro *Mysterium Cosmographicum*, em 1596 (figura 12).

Kepler foi contratado no ano de 1600, pouco depois de ter publicado o livro *Mysterium*, que chamou a atenção de Tycho Brahe. Teve como primeiro trabalho a determinação da órbita de Marte, com um rigor suficiente para explicar o movimento de retrogradação deste planeta. Com a morte de Tycho, em 1601, Kepler herda todos os registos de observação feitos ao longo de 20 anos, noite após noite pelo observador mais sistemático até à data. Trata-se de um conjunto de informações de posições de estrelas, do Sol, da Lua e dos planetas com uma precisão estimada em 1 minuto de arco, nunca antes atingida.

Kepler começou por estudar as medidas da posição do planeta Marte, tentando ajustá-las a um modelo com rotação em torno do Sol, encontrando-se este num ponto excêntrico da órbita, para explicar as diferenças de velocidades aparente do planeta ao longo do ano. Verificou então que obtinha desvios entre os dados observacionais e o seu primeiro modelo da ordem de 8 minutos de arco (North, 1994, pp. 320–321). Este desvio não era uma diferença muito grande para a época, e seria por muitos considerado um erro observacional normal; no entanto, Kepler tinha a noção da precisão das medidas efectuadas por Tycho.

Por esta altura, Kepler resolveu tentar compreender primeiro a forma da órbita da Terra, deixando a questão de Marte em aberto. Da análise das medidas de que dispunha verificou que a órbita da Terra se assemelhava a um círculo, com o Sol ligeiramente descentrado. Não dispondo de uma teoria que explicasse o movimento dos planetas, resta tentar tudo de novo com geometria diferente para as ór-

Figura 12. O sistema dos mundos utilizando os poliedros regulares para definir as distâncias entre as esferas cristalinas. In *Mysterium Cosmographicum*, 1596.



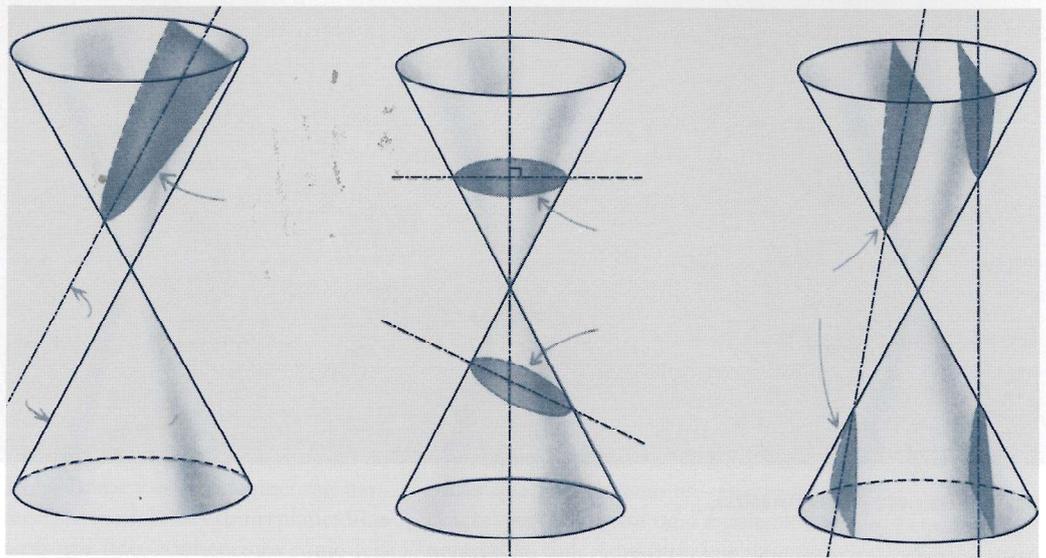


Figura 13. Cônicas. São as geometrias obtidas nas superfícies dos cortes que se podem fazer num cone. Adaptado de Pasachoff, 1995, p. 33.

bitas! Inicialmente começou por colocar a hipótese de um novo equanto, para de imediato a rejeitar pois não haveria causa para esse tipo de movimento. Opta então por tentar uma nova geometria, usando as cónicas (figura 13).

Retomou a análise dos registos de Marte, e concluiu que a forma que mais se adaptava à órbita dos planetas era a de uma elipse. Fez o mesmo tipo de estudo para os planetas Vénus, Terra, Júpiter e Saturno, tendo concluído sempre que a forma que melhor se adaptava era a elipse. Concluiu também que, em todos os casos, o Sol ocupava um dos focos da elipse. Sintetizou então as suas conclusões sob a forma de lei. As duas primeiras leis foram publicadas em *Astronomia Nova*, em 1609 (Hoskins, 1997, pp.118–119).

O enunciado da lei das órbitas ou primeira lei de Kepler diz que:

«Todos os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, ficando este num dos focos da elipse» (Sá, 2005, p. 7).

Era também sabido que os movimentos planetários relativamente ao fundo celeste não eram uniformes. Para a Terra, Kepler verificou que, quanto mais próximo do Sol a Terra se encontrava, mais rapidamente se movia. A análise dos dados que possuía permitiu-lhe inferir a lei das áreas (ver figura 14), também conhecida por segunda lei de Kepler que diz que:

«O segmento de recta que liga o Sol a cada um dos planetas, varre (para cada planeta) áreas iguais em intervalos de tempo iguais» (Sá, 2005, p.8).

Kepler passou anos a tentar encontrar algo que relacionasse a órbita com a velocidade a que o planeta se deslocava, mantendo a convicção de que algo deveria relacionar todos os movimentos planetários e que estes não seriam acidentais. Dito de outro modo, pensava Kepler que se Marte ou outro planeta qualquer descrevia a sua órbita elíptica em torno do Sol, a uma certa distância e com uma certa velocidade, demorando um certo tempo e não outro, é porque algo estaria por detrás de tudo isto e os relacionaria.

A busca de uma terceira lei que relacionasse os movimentos dos diferentes planetas foi conseguida por entre alguns infortúnios da sua vida pessoal, nomeadamente a acusação de feitiçaria sofrida pela sua mãe (Hoskins, 1997, p. 120). A terceira lei de Kepler ou lei harmónica, que estabelece essa relação, tem o seguinte enunciado:

«O quadrado do período sideral, T , associado a cada órbita planetária é proporcional ao cubo da distância média, a , entre o Sol e o planeta considerado.» (Sá, 2005, p.8)

A terceira lei de Kepler pode ser expressa sob a forma:

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

em que k é uma constante igual para todos os planetas do Sistema Solar³. Em 1619, Kepler publica estas conclusões no livro *Harmonia dos Mundos* (Kepler, 2002), que não receberia grande aclamação entre os copernicanos.

No livro *Epítome (do sistema copernicano)*, publicado em 1621, Kepler introduz uma equação que é fundamental na resolução das órbitas planetárias (North, 1994, p. 324). Relaciona dois ângulos conhecidos como *anomalia excêntrica* (E) e *anomalia média* (M)⁴, representadas na figura 15, com a anomalia verdadeira (φ).

A anomalia excêntrica é o ângulo entre a linha do semi-eixo maior e a linha da projecção perpendicular do corpo num círculo com o raio igual ao semi-eixo maior da elipse.

A anomalia média é uma conversão para um ângulo, do tempo desde que o astro passou pelo periastro numa órbita. Na realidade, indica-nos a posição angular que o corpo ocuparia se se movimentasse em movimento circular uniforme com período T . Por outras palavras, seja T o período orbital e t o tempo desde a passagem pelo periastro (o ponto P em que o planeta passa mais próximo do Sol), a anomalia média M é definida por

$$M = \frac{2\pi}{T} \times t$$

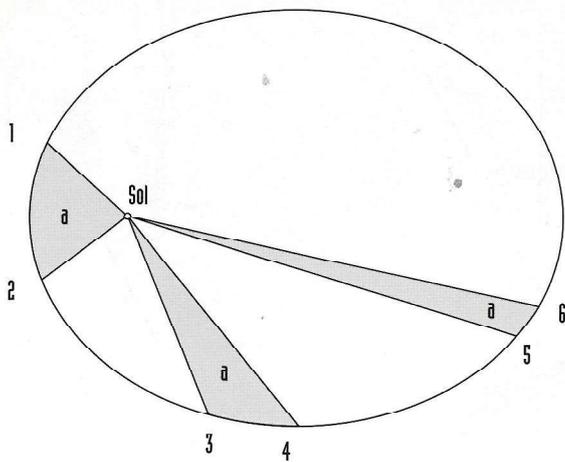


Figura 14. 2ª Lei de Kepler. Cada uma das áreas a é varrida no mesmo intervalo de tempo, o que faz com que a velocidade do planeta no periélio [ponto mais próximo do Sol] seja maior que a velocidade no afélio [ponto mais afastado do Sol]. Adaptado de North, 1994, p. 321.

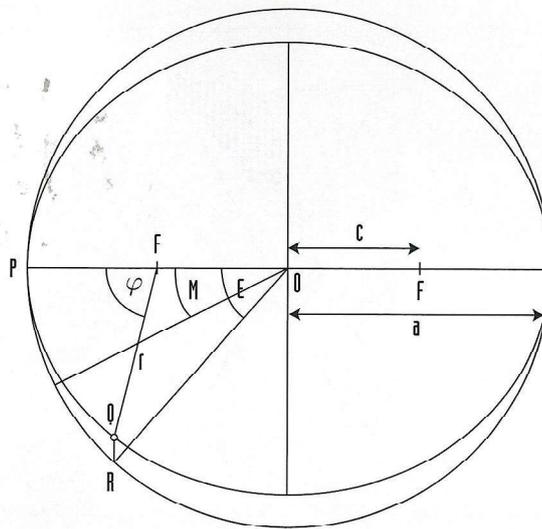


Figura 15. Anomalia excêntrica [E] e anomalia média [M] e anomalia verdadeira [φ].

Kepler estabeleceu a relação entre as duas anomalias como sendo

$$M = E' - e \sin E'$$

em que o termo e é a excentricidade da órbita.

As leis de Kepler têm resistido ao passar do tempo. A 7 de Novembro de 1631, um ano após a morte de Kepler, o astrónomo francês Pierre Gassendi tornou-se o primeiro observador da História a observar um trânsito de Mercúrio sobre a superfície do Sol em cumprimento de uma previsão de Kepler (Hoskin, 1997, p. 120). A 3ª Lei de Kepler foi mais tarde generalizada, por Isaac Newton a partir da Lei da Gravitação Universal, de uma forma que permite aplicá-la a quaisquer corpos em movimento orbital em torno um do outro, sejam eles satélites, exoplanetas, estrelas duplas ou até mesmo galáxias.

Notas

- Na realidade o ciclo lunar era de 29,53 dias, a que correspondiam 4 semanas e mais 1 ou 2 dias, mas daí a deixar cair os dois dias foi apenas um pequeno passo.
- Em português, os dias da semana devem os seus nomes à liturgia católica, por iniciativa de Martinho de Dume, que denominava os dias da semana da Páscoa como dias santos em que não se deveria trabalhar, sendo dias de «feria», que degenerou posteriormente em feira. Apenas o sábado (do latim *Sabbatum*, originado directamente do *sabbath* judeu) e o domingo (que o imperador Flavius Constantino (280–337 d.C.) mudou de *Prima Feria* para *Dies Dominica*, como dia dedicado ao culto do Senhor) não seguem esta ordem.
- Se utilizarmos o período em anos e a distância em unidades astronómicas o valor da constante para o sistema solar é 1 (um).
- Um *applet* Java que permite visualizar as anomalias das órbitas planetárias pode ser visto em <http://geoastro.de/kepler/index.html>.

Bibliografia

- Brahe, T. (1588). *De mundi aetherei recentioribus phaenomenis*.
Cohen, I. B. (1988). *O Nascimento de uma nova Física*. Gradiva: Lisboa.

Copernicus, N. (2002). *On the Revolutions of Heavenly Spheres* (tradução do original de 1543 de *Revolutionibus Orbium Coelestium*). In Hawking, S. (2002), *On the Shoulders of Giants*. Running Press: Philadelphia, pp. 7–388.

Falk, Michael (1999). «Astronomical names for the days of the week». *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 93(06): 122–133. Também disponível na internet em

http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-article_query?1999JRASC...93...122F&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=.pdf.

Hoskin, M. (1997). *The Cambridge illustrated History of astronomy*. Cambridge University Press: Cambridge.

Ifrah, G. (2000). *The universal History of numbers: from prehistory to the invention of the computer*. John Willey & Sons: New York.

Kepler, J. (1596). *Mysterium Cosmographicum*.

Kepler, J. (2002). *Harmony of the World Book V* (tradução do original de 1619 de *Harmonices mundi libri V*). In Hawking, S. (2002), *On the Shoulders of Giants*. Running Press: Philadelphia, pp. 635–723.

North, J. (1994). *The Fontana History of Astronomy and Cosmology*. Harper Collins Manufacturing: Glasgow.

Pasachoff, J. M. (1995). *Astronomy-From Earth to the Universe*, 4th Edition. Saunders College Publishing: Massachusetts.

Sá, N. (2005). *Astronomia Geral*. Escolar Editora: Lisboa.

Fontes internet

Newall, P. et al. (2009). *The Galilean Library*,
<http://www.galilean-library.org/>

Giesen, S. (2006). *GeoAstro Applet Collection*,
<http://geoastro.de/GeoAstro/GeoAstro.htm>

Wikipedia — Retrogradation, <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Retrogradation1.svg>

Alexandre Costa
Escola Secundária de Loulé, EAAE