

Sequências de números e a sua representação gráfica:

Exploração de um applet

Neste artigo pretende-se apresentar uma experiência realizada com duas turmas de 7º ano de escolaridade durante o estudo da Proporcionalidade Directa.

A partir da exploração de um *applet* sobre sequências numéricas e respectiva representação gráfica, proporcionou-se a investigação sobre a relação existente entre a representação gráfica de uma sequência numérica e a respectiva expressão geral.

O Applet?

O *applet* seleccionado permite gerar sequências numéricas lineares, quadráticas, ou cúbicas. Para esta utilização, foi escolhida a opção de sequências lineares. Após a selecção do tipo da sequência pretendida e, accionando o botão NEW PROBLEM, a aplicação gera, aleatoriamente, uma sequência de cinco números com a respectiva representação gráfica, a qual é representada a branco.

Depois de gerada a sequência numérica, inicia-se a acção do utilizador, com o objectivo de descobrir a expressão geral, que neste caso, é do tipo $a.n+b$ e que corresponde ao seu modelo. Esta acção realiza-se através do movimento de dois selectores, correspondendo um deles ao coeficiente de n e o outro ao termo independente.

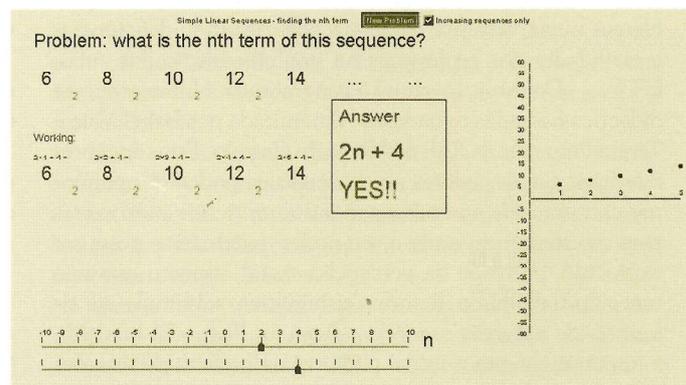
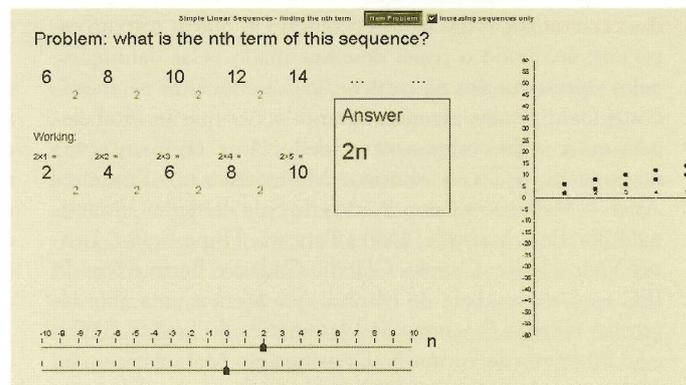
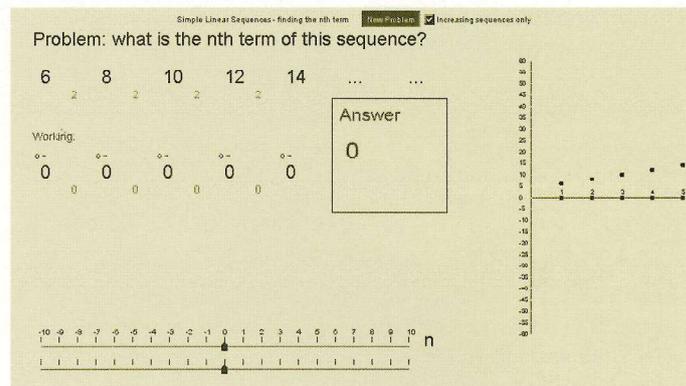
À medida que se movimenta o selector identificado por n , vão surgindo no ecrã, simultaneamente: uma nova sequência, a sua representação gráfica e também a sua representação algébrica. Permitindo, assim, ao utilizador associar as várias representações possíveis para uma mesma sequência numérica, agora de cor amarela.

Seguidamente, conjugando o movimento dos dois selectores é possível fazer coincidir as duas sequências e, desta forma, chegar à expressão geral da sequência inicial. O processo de descoberta da expressão geral pode ser monitorizado e controlado, através da segunda sequência numérica e da sua representação gráfica, terminando quando na caixa destinada à resposta (*Answer*) surge a indicação da mensagem «YES».

As Turmas

As duas turmas envolvidas na experiência têm perfis diferentes. Sendo a turma A constituída por vinte e um alunos, cuja maioria tem feito o seu percurso escolar em conjunto, desde o início do primeiro ciclo. Esta turma integra, ainda, um aluno com necessidades educativas especiais, com currículo próprio, estando ao nível do 1º ciclo. Estes alunos, embora prefiram a disciplina de Ciências Naturais, referem a disciplina de Matemática como segunda preferência, em simultâneo com Educação Musical e Educação Física. A turma apresenta um conjunto de alunos com ritmos de trabalho diferenciados, embora revelem apetência para o trabalho de grupo e empenho na discussão das tarefas, comunicando as suas opiniões e seguindo as dos seus colegas. Possibilitam um traba-

lho rico através da descoberta dos conceitos. Pelo contrário, a turma B, é constituída por 24 alunos, provenientes de três turmas diferentes do 6º ano de escolaridade e tem no seu seio uma aluna que se encontra no projecto Escola Móvel, não participando assim nos trabalhos da aula. Estes alunos revelam poucos hábitos de trabalho em grupo e distraem-se com facilidade, na realização de tarefas que necessitem de maior perspicácia e persistência. Satisfazem-se facilmente com a primeira opinião que lhes ocorre sobre uma determi-



nada situação matemática, não a explorando suficientemente, embora se entusiasmem sempre, com as tarefas propostas para um trabalho desta natureza. Há ainda a acrescentar que os alunos desta turma revelam uma maior apetência para a realização de exercícios procedimentais, tendo no entanto, alguns, também, um bom cálculo mental. Para quase metade destes alunos, a Matemática é referida como a disciplina que menos gostam.

A experiência

Tudo começou com o trabalho de preparação desta experiência. Dissecar o *applet*, para perceber, não só as suas potencialidades, mas também os possíveis constrangimentos, foi um trabalho que realizei, integrada numa equipa de um projecto que visa o desenvolvimento do pensamento algébrico com utilização das TIC. Este trabalho colaborativo em equipa revelou-se essencial à continuidade desta experiência. Assim, logo nas primeiras explorações foi possível verificar as potencialidades do *applet* na descoberta da relação entre uma sequência numérica e a sua representação gráfica. No entanto, à medida que evoluiu o contacto com o *applet* o reconhecimento dessas potencialidades foi aumentando pois, devido à manipulação do utilizador, ao tentar descobrir uma determinada sequência numérica é possível reconhecer a influência dos diversos componentes da expressão geral na respectiva representação gráfica.

Na segunda fase desta experiência, desenvolvi um trabalho mais individualizado, o qual teve como objectivo construir um conjunto de situações de exploração do *applet* que permitissem a sua apropriação pelos alunos. Na tentativa de procurar as sequências mais favoráveis à aprendizagem, foi possível constatar que as sequências geradas não obedeciam a nenhum critério, que permitisse uma escolha que orientasse a sua exploração. Por outro lado, verifiquei que o modo como as sequências são geradas impossibilita a sua repetição, o que parecia à partida dificultar a minha tarefa, tanto na organização da exploração, como posteriormente na fase do trabalho com os alunos. Uma outra dificuldade também sentida, foi a das turmas irem trabalhar pela primeira vez tanto a representação gráfica como o conceito de função. Deste modo, a linguagem utilizada tanto no material a fornecer aos alunos, como no trabalho de aula, teria que ser clara e rigorosa do ponto de vista matemático, mas ao mesmo tempo, não demasiado formal, para não tornar a aula muito «pesada». Esta dificuldade originou diferentes momentos de reflexão em torno da linguagem a utilizar, de modo a não comprometer o tratamento natural do assunto, tal como era pretendido.

Eis que chegou a hora!

A dinâmica, desenvolvida em sala de aula, tem por base o trabalho de grupo, onde se privilegia a discussão das diversas opiniões dentro do próprio grupo, mas também a discussão a

nível da turma como acção significativa na construção do conhecimento matemático.

Depois de tantos cuidados e preocupações, eis que é chegado o momento de colocar à prova o *applet*, a tarefa e, porque não, a professora e os alunos?

Os alunos pareceram ambientar-se rapidamente ao *software*, descobrindo com sucesso o termo geral da sequência gerada pelo computador. Contudo, senti que devido à rapidez com que os resultados foram surgindo, talvez o trabalho não estivesse a ser feito com a reflexão necessária, para a qual a tarefa tinha sido planificada. Deste modo, fui insistindo para que os alunos registassem todo os passos do processo que seguiam, à medida que iam avançando na realização da tarefa. Durante esta fase, foi possível verificar que, ao dar resposta às questões colocadas, de uma forma mais organizada e sistemática, os alunos eram obrigados a separar o movimento dos dois selectores envolvidos, ou seja, o acto de registar passo a passo o processo, os ajudava a pensar sobre as suas acções. De início, embora os alunos realizassem a tarefa de uma forma intuitiva, encontrando a expressão geral que definia a sequência de números, a mesma não passaria de um jogo, como, por vezes, eles classificam as actividades desta natureza.

A discussão a nível turma

A discussão das conclusões a que os diversos grupos chegaram foi a fase da aula mais interessante, tendo os alunos conseguido relatar, muito bem, a forma como pensaram para dar resposta à tarefa proposta. Durante esta fase do trabalho, começam a esboçar-se as diferenças entre as duas turmas. Numa delas (turma A), sempre que os alunos explicavam a forma como tinham conseguido descobrir o termo geral, que caracteriza cada sequência, referiam a associação entre o movimento dos selectores e a representação gráfica. Assim, ficou claro, nas suas intervenções, que o processo utilizado foi o de fazer variar o coeficiente de n , até que as duas rectas ficassem paralelas e depois, procurar o termo independente, fazendo movimentar a colocação dos pontos, até sobrepor as duas «manchas».

Na outra turma (turma B), os alunos argumentaram as suas descobertas, utilizando as relações numéricas existentes entre os termos consecutivos da sequência, à medida que agiam sobre os selectores. Por exemplo, quando surgia a sequência 6, 8, 10, 12, 14, ..., os alunos verificaram que ela progredia de dois em dois, e então, usavam esse valor, como coeficiente de n .

Em seguida, como o primeiro termo da sequência, construída por eles, tinha o mesmo valor que a diferença entre os termos, foram acertar a expressão geral efectuando a diferença entre os dois primeiros termos, ou seja, $6 - 2 = 4$. Como essa relação se repete para os restantes termos das duas sequências, usaram esse valor (4), como termo independente, descobrindo assim a expressão geral.

Deste modo, esta turma orientou o seu trabalho sem usar a representação gráfica, o que me obrigou, como professora, a ajudar os alunos a complementar este raciocínio, através da colocação de questões, de forma que a observação também a incluisse.

Durante a discussão oral, à medida que se foi centrando a atenção no gráfico, surgiu, em ambas as turmas, a comparação dos pontos aos degraus de uma escada e depois, a imagem de uma linha recta a passar pelos pontos, comparando-a a uma rampa. Aproveitando esta associação de ideias coloquei algumas questões aos alunos que os levaram a concluir, com grande facilidade, que o valor do coeficiente de n estava associado à inclinação da recta.

Há ainda a referir que o facto do *applet* não repetir as sequências, fez com que os alunos explicassem o seu raciocínio, com exemplos que, até então, nunca tinham usado. Sendo assim, aquilo que no início parecia um constrangimento, veio a tornar-se uma mais valia para a fase da discussão e até, da utilização do quadro interactivo. Esta característica do *applet*, proporcionou a cada aluno porta-voz dos grupos de trabalho a possibilidade de «brilhar» nas suas explicações, pois demonstraram conhecer bem o processo, sem estarem dependentes das sequências trabalhadas anteriormente. Para além disso, o facto das sequências serem sempre diferentes fez despoletar nos alunos a necessidade de estarem atentos.

A última etapa da realização da tarefa

A tarefa incluía uma parte que não dependia da utilização do *applet*, a qual consistia em descobrir termos de determinada ordem, ou em indicar se um valor pertencia, ou não, a uma determinada sequência. Nesta parte do trabalho, os alunos revelaram uma maior maturidade pois já tinham trabalhado sequências numéricas anteriormente. Contudo, devido à dificuldade na elaboração dos registos escritos e devido também ao entusiasmo colocado na fase da discussão oral, o tempo previsto para a última etapa do trabalho teve que ser encurtado. No entanto, foi possível fazer um registo formal da utilização das equações sem que os alunos as tivessem estudado. Assim, para dar resposta à procura dos valores de n , usaram a sua experiência com os selectores. Ficou claro que, tendo usado em último lugar, o selector do valor independente, por exemplo (+4), deveriam retirar 4 ao valor total e, posteriormente, dividir pelo valor do coeficiente de n . Desta forma, foi possível perceber que os alunos entenderam esta fase como um andar para trás, na procura da posição do termo. Por isso, foi natural a utilização do processo inverso no movimento dos selectores, bem como nas operações que lhe estão associadas.

Em jeito de balanço

A experiência com este *applet* foi, sem dúvida, um trabalho interessante sob diversas perspectivas. Uma delas diz respeito às conexões que se efectuaram com outros tópicos matemáticos, como por exemplo, a utilização das equações para descobrir a posição de um termo de uma sequência. Para além disso, o facto de não se controlar as sequências a utilizar, veio proporcionar um primeiro contacto com os números relati-

Problem: what is the nth term of this sequence?

6 8 10 12 14

Problem: what is the nth term of this sequence?

6 8 10 12 14

Working:

$2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$

Answer

$2n$

Problem: what is the nth term of this sequence?

6 8 10 12 14

Working:

$2 \times 1 + 4 = 6$ $2 \times 2 + 4 = 8$ $2 \times 3 + 4 = 10$ $2 \times 4 + 4 = 12$ $2 \times 5 + 4 = 14$

Answer

$2n + 4$

YES!!

vos. É de salientar que foram efectuadas somas algébricas, recorrendo a esquemas na recta, sem que os alunos demonstrassem dificuldades. Mais tarde, os alunos recordaram esta experiência, quando estudaram formalmente o assunto.

O facto deste *applet* disponibilizar diversas representações, permitiu a estas turmas abordar o mesmo assunto, a partir da representação que lhes era mais familiar e depois, enriquecer a aprendizagem, através da inclusão das restantes representações.

Estes alunos demonstraram ainda alguma dificuldade em elaborar registos, quando é necessário explicar o percurso do seu trabalho. Por outro lado, a relação entre a qualidade das explicações orais e das escritas nem sempre se revelou similar. Esta constatação vem reforçar a necessidade de serem desenvolvidas em paralelo estas duas vertentes da capacidade transversal da comunicação matemática.

Durante a fase de discussão do trabalho, alguns alunos mostraram-se naturalmente mais participativos. No entanto, tenho a consciência de que este processo é evolutivo, e que, neste momento, alguns deles podem já estar em condições de participar mais espontaneamente do que outros, ajudando os colegas com as suas intervenções.

A utilização da tecnologia foi, sem dúvida, um catalisador neste trabalho. O uso dos selectores proporcionou aos alunos a realização de todas as experiências que consideraram necessárias, a reflexão sobre elas e a elaboração de conjecturas, as quais foram posteriormente discutidas desenvolvendo, assim, o pensamento algébrico.

Nota

¹ <http://www.waldomaths.com/Linseq1NL.jsp>

Elvira Santos

Escola Básica do 2º e 3º ciclo de Álvaro Velho, Lavradio