

A propósito da desigualdade triangular

Relato de uma aula com uma turma do 7º ano

José Avelino Carmo

A escolha dos problemas para a sala de aula e a sua ligação (aplicação) a situações da vida quotidiana dos alunos constitui um desafio, tanto para o professor, preocupado em apresentar problemas interessantes e que despertem a curiosidade e a discussão entre os alunos, como para os próprios alunos, que, por vezes, não estão à espera de encontrar tantas ligações da Matemática com a realidade, nem várias soluções diferentes (e correctas) para o mesmo problema, principalmente quando se trata de um problema aberto.

A resolução de problemas, as actividades de investigação e a articulação entre estes dois tipos de experiências de aprendizagem, para além dos aspectos transversais da aprendizagem da Matemática, aos quais se juntam os materiais manipuláveis e as novas tecnologias, são alguns dos aspectos presentes na tarefa apresentada a uma turma do 7º ano, que passo a descrever.

Para introduzir o conceito de desigualdade triangular, recorri ao seguinte problema: A Ana e a Beatriz são duas amigas da mesma turma que vivem, respectivamente, a 7 km e 4 km da escola que frequentam. Qual é a distância entre a casa da Ana e a casa da Beatriz?

Depois de distribuir uma ficha com o problema e algumas questões orientadas para exploração e obtenção das respostas pretendidas, mandei um aluno ler o problema em voz alta. Logo que a Vanessa acabou de ler o problema, diz o Luís: «é fácil, as duas amigas vivem a 11 km uma da outra». Estava aberta a discussão. Perguntei a esse aluno como tinha chegado à resposta de 11 km e, prontamente, ele pediu para fazer um esquema (figura 1) no quadro para explicar melhor: «se aqui está a escola (ponto E), a Ana vive a 7 km e a Beatriz a 4 km, então $7 + 4 = 11$ » (figura 1).

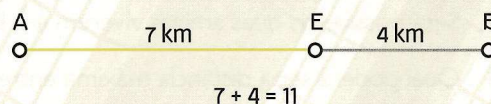


Figura 1.

Pareceu-me que toda a turma ficou convencida de que aquele raciocínio estava correcto, mas o esquema feito pelo Luís foi mais um ponto de partida para outra resposta. Diz então a Jennifer: «já sei, vivem a 3 km uma da outra, porque $7 - 4 = 3$, pois elas podem viver ambas para o mesmo lado».

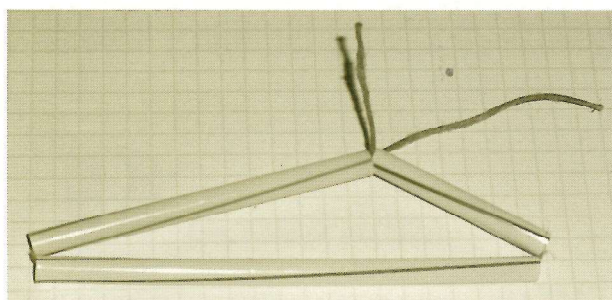


Figura 2.

Voltei-me para a turma e perguntei se um problema, aparentemente tão simples, podia ter duas respostas correctas. Surge então a resposta mais inesperada de uma aluna — Carina — com fracos resultados em Matemática: «não conhecemos a Ana nem a Beatriz, por isso não sabemos a resposta correcta». Esta observação, embora pertinente, não provocou grande reacção nos alunos. Talvez aqui se levante o problema da capacidade de abstracção, pouco desenvolvida na maioria dos alunos. Geralmente, os alunos estão à espera de encontrar uma única resposta, que julgam ser a correcta, talvez por não estarem habituados a resolverem problemas mais abertos, ou por pensarem que a matemática tem de encontrar sempre uma única resposta para um problema concreto.

Pareceu-me que a discussão estava a esmorecer e ainda não tinha entrado no tema que pretendia explorar. Disse para avançarem para a primeira questão da ficha de trabalho (materiais para a sala de aula). Será que as duas amigas podem viver a 10 km uma da outra? Agora não houve nenhuma resposta imediata, embora, timidamente, alguns alunos começassem a dizer que sim. Distribuí pelos alunos 3 palhinhas de sumo, já cortadas com 7, 4 e 10 cm de comprimento. Voltei-me novamente para a turma: Suponham que estas palhinhas representam as três distâncias em causa, à escala, como é óbvio. Já agora, alguém sabe qual é a escala que estamos a usar? A Jennifer disse logo: «é assim, 1 cm representa 1 km, por isso a escala é 1 para 1 km, não, é 1 para 1000».

Para além da simulação de situações da realidade, é importante fazer, sempre que possível, conexões com outros conteúdos, não só para os relembrar, mas principalmente

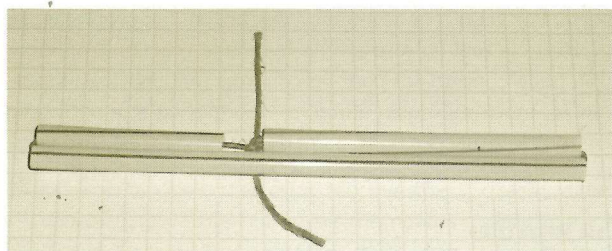


Figura 4.

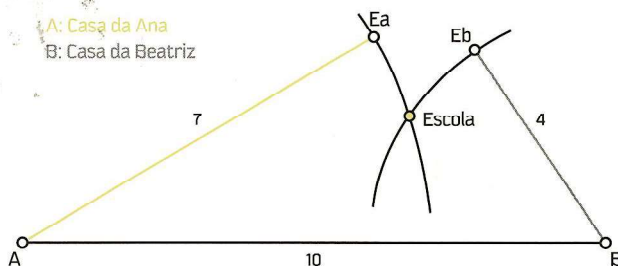


Figura 3.

para que os alunos vejam a articulação e a aplicação de conteúdos anteriores em novas (ou diferentes) situações, aspecto em que a Matemática é muito rica.

Inicialmente, alguns alunos não estavam a perceber para que serviam as palhinhas. Outros fizeram logo um triângulo (fotografia da figura 2).

Depois de todos os alunos, em grupos de dois, terem construído o triângulo com as palhinhas, mostrei através de um sketch em Geometer's Sketchpad (figura 3), pronto a utilizar, como podiam fazer a construção do triângulo partindo da distância ($c = 10$) entre a casa das duas amigas.

Naquele momento os alunos estavam convencidos de que as duas amigas podiam viver a 10 km uma da outra. Neste caso, as suas casas e a escola já não estavam alinhadas na mesma recta.

Para alimentar a discussão, coloquei uma questão que não estava na ficha — Quantas soluções tem o problema? Houve alunos que disseram muitas e houve até quem dissesse que qualquer solução servia. Avançamos então para a questão seguinte — Será que as duas amigas podem viver a 12 km uma da outra? Distribuí mais três palhinhas por cada par (com 7, 4 e 12 cm de comprimento) e os alunos começaram a construir o triângulo (figura 4). Quase de imediato começaram a surgir as respostas: «não dá um triângulo, porque este lado é maior do que os outros dois».

Pareceu-me que os alunos ficaram convencidos de que a distância máxima entre as casas das duas amigas não podia passar de 11 km. Mostrei essa impossibilidade através de um novo sketch (figura 5).

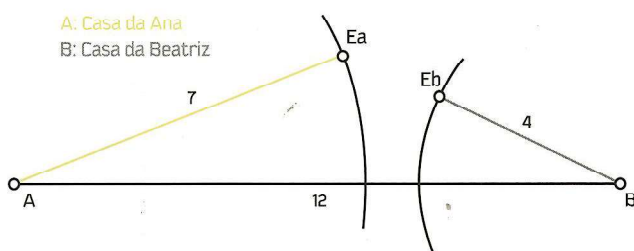


Figura 5.

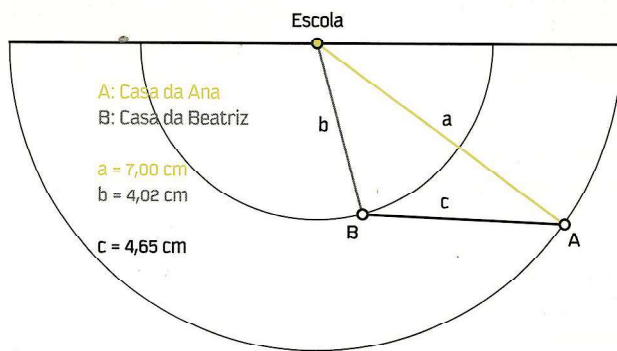


Figura 6.

Perguntei qual poderia ser a distância mínima. Houve quem adiantasse que podia ser qualquer distância menor do que 11 km, mas alguns alunos refutaram logo dizendo que não podia ser inferior a 3 km. Distribuí novamente três palhinhas por cada par (com 7, 4 e 2 cm de comprimento) e os alunos aperceberam-se logo que, desta vez, também não conseguiam formar um triângulo. Mostrei também essa impossibilidade através de outro *sketch*. A resposta ao problema passou a ser óbvia — a distância entre as casas das duas amigas pode variar entre 3 e 11 km, inclusive.

Para generalizar a resposta ao problema mostrei mais um *sketch* animado (figura 6) onde os alunos podiam ver todas as possíveis soluções (neste caso infinitas). É uma boa forma de finalizar a discussão e exploração deste problema.

Como os lugares geométricos fazem parte do programa do 8º ano, este é um problema que pode ser abordado pelos alunos em ambiente de geometria dinâmica, através da construção de duas circunferências com centro num ponto designado por escola.

Só depois de toda esta discussão surgiu a necessidade de relacionar os três lados de um triângulo, através de uma questão que se encontrava na ficha de trabalho — Supondo que as casas das duas amigas e a escola formam os vértices (A, B e E) de um triângulo de lados $a = 7$, $b = 4$ e $c = 5$ (distância entre as casas das amigas), compara cada lado do triângulo com a soma e a diferença dos outros dois. O que conclusis?

Depois de os alunos completarem uma tabela, com a soma e a diferença de cada um dos pares de lados possíveis,

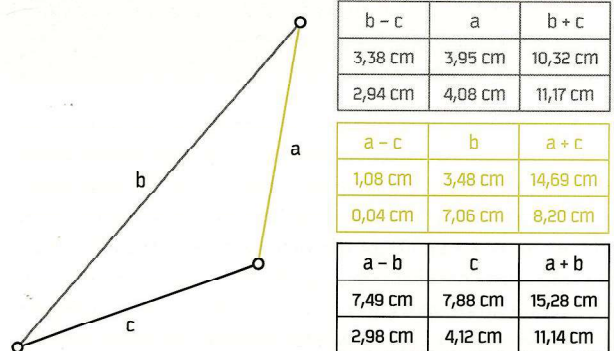


Figura 7.

facilmente concluíram que qualquer lado é menor do que a soma dos outros dois e maior do que a sua diferença (desigualdade triangular). Para mostrar que esta desigualdade é válida para qualquer triângulo, recorri a outro *sketch* (figura 7), com três tabelas para comparar cada lado com a soma e a diferença dos outros dois, em que alguns alunos mexeram, arrastando um dos vértices e verificando que aquela desigualdade se mantinha válida, qualquer que seja a forma do triângulo.

Esta conclusão foi depois trabalhada de outra forma: Será que quaisquer três medidas podem ser lados de um triângulo? Em que situações é que isso acontece? Depois de resolvido um exercício do manual, chegou-se a uma conclusão mais simples: três medidas podem ser lados de um triângulo se a soma das duas mais pequenas for maior do que a terceira.

Para além do carácter experimental da tarefa proposta, estes problemas podem mostrar aos alunos que a Matemática não é um corpo de conhecimentos acabado, mas sim em constante construção, havendo sempre lugar para a descoberta. Por vezes, pôr os alunos a discutirem um problema, de preferência real ou retirado da realidade (versão simplificada), pode conduzi-los para descobertas matemáticas importantes, mostrando que, afinal, a Matemática tem aplicação em muitas situações reais, além de promover o espírito crítico e reflexivo nos nossos alunos, cidadãos de amanhã.

José Avelino Carmo
EB 2,3/5 de Arcos de Valdevez