Comunicação Matemática na sala de aula

Episódios do 1º ciclo do Ensino Básico[1]

Lina Fonseca

Comunicação matemática

A comunicação é considerada parte essencial da aula de matemática (NCTM, 2000) pois permite aos alunos a partilha e a clarificação de ideias, que contribuem para o desenvolvimento do seu pensamento matemático. É um meio de articularem, clarificarem, organizarem e consolidarem o pensamento. A partilha de ideias pode fazer-se de vários modos oralmente e por escrito, com gestos, desenhos, objectos, símbolos. Quanto mais e mais ricas forem as experiências de comunicação dos alunos mais cuidada e precisa será a sua linguagem matemática.

O tema da comunicação tem sido objecto de investigação no nosso país. Vários estudos têm sido efectuados (e.g. Pedrosa, 2000; Romão, 2000; Menezes, 2005; Martinho e Ponte, 2004) considerando a comunicação «a essência do ensino e da aprendizagem da matemática escolar» (Menezes, 2005) e apontando para a necessidade de desenvolver nas crianças, desde cedo competências neste domínio.

Vários tipos de comunicação podem estabelecer-se em sala de aula, tais como: exposição, questionamento e discussão (Ponte e Serrazina, 2000).

A *exposição*, muito centrada ainda no professor, pode ser utilizada tanto por este como pelos alunos, quando estes pretendam expor perante os colegas uma ideia, um trabalho, relatar uma história, etc.

Em sala de aula, o *questionamento* também continua muito centrado no professor (Pedrosa, 2000). Poucas são as questões dos alunos que vão para além dos pedidos de esclarecimento. O professor formula questões que podem ser agrupadas em três tipos: de *focalização*; de *confirmação* e de *inquirição* (Ponte e Serrazina, 2000). Com o primeiro tipo pode ajudar-se um estudante a seguir um certo raciocínio, a ultrapassar um obstáculo ou a sair de uma situação de impasse. Com o segundo tipo pretende obter-se confirmação do conhecimento do estudante. Com o terceiro tipo pretendem obter-se esclarecimentos sobre os seus conhecimentos, a quem se pode pedir, por exemplo, que comente uma intervenção de um colega, que explique um raciocínio apresentado. Com estas questões o professor também pretende contribuir para o aprofundamento da compreensão do estudante.

Fazer boas perguntas não é simples. Muitas questões colocadas em sala de aula não ajudam o estudante a desenvolver o seu raciocínio (Daines, 1986). São questões de resposta curta; questões que promovem a fala «sanduíche» do estudante (Stubbs, 1987), que intervém rapidamente, entre duas intervenções do professor; questões que na formulação já incluam a resposta e aquelas que apenas apelem à memória.

A *discussão* envolve vários intervenientes e consiste na partilha colectiva de ideias e na formulação de questões entre todos os envolvidos. Pode ser um espaço para o professor clarificar as ideias dos alunos, com a contribuição dos outros, e para introduzir linguagem matemática mais formal. Por vezes a discussão fica comprometida em sala de aula pela necessidade de «poupar» tempo. Mesmo quando o professor apresenta aos alunos tarefas abertas, que envolvem a exploração e a tomada de decisões, a discussão ficará enfraquecida quando nem todos os alunos/grupos tiveram a oportunidade de intervir, expondo os seus pontos de vista e sujeitando-se ao questionamento dos pares. Quer com a apresentação de ideias adequadas e fundamentadas, quer com a apresentação de ideias ainda incipientes e mesmo incorrectas, todos os alunos ganham com momentos de apresentação e discussão em pequeno ou grande grupo. Com a sua participação na discussão, os alunos podem melhorar, adequar, refinar e desenvolver a compreensão do seu próprio pensamento, integrando aspectos diferenciados que outros apresentaram.

Quando os alunos comunicam, por escrito ou oralmente, o resultado dos seus raciocínios têm necessidade de se tornar organizados e claros, para que as suas intervenções sejam mais facilmente compreendidas pelos colegas. Esta necessidade contribui para que melhorem a compreensão do seu próprio pensamento, tornando-se mais rigorosos, mais pormenorizados e mais coerentes nas suas intervenções, tentando ser mais convincentes. Antes de dialogarem com os outros os alunos têm necessidade de dialogar consigo próprios, convencendo-se a si próprios de que as opções que fizeram são as adequadas no momento. Depois é que comunicam com os outros, expondo pontos de vista, partilhando observações e soluções encontradas, tentando convencê-los das suas ideias. É neste processo dinâmico, aberto ao questionamento dos pares, que os alunos se podem aperceber da qualidade dos seus raciocínios. Perante questões colocadas e não respondidas podem aperceber-se que o seu pensamento não foi o mais correcto, o mais adequado e têm a oportunidade de o alterar, refinar ou aprofundar.

Falar e ouvir são duas vertentes que necessitam desenvolver-se em simultâneo para que os alunos possam aprofundar o seu raciocínio matemático.

A comunicação em sala de aula deve incluir vários aspectos, tais como: partilhar o pensamento e as ideias, ouvir os outros, colocar questões, pedir esclarecimentos, explicar e justificar (NCTM, 2000).

Uma questão incontornável no seio desta problemática: Comunica-se matemática na aula de matemática? Se fizermos um pequeno exercício de introspecção talvez concluamos que as oportunidades dadas aos alunos para comunicar na aula de matemática são em menor número do que as que acontecem, provavelmente, na aula de Língua Portuguesa ou de Estudo do Meio. Maioritariamente, na aula de matemática os alunos respondem a questões directas do professor, pedem explicações sobre assuntos não compreendidos e pouco mais.

O que é possível fazer para melhorar a comunicação dos alunos em sala de aula?

Vários autores defendem que a participação dos alunos na comunicação que se deve estabelecer em sala de aula necessita começar muito cedo, logo nos primeiros anos de escolaridade e, por isso, há quem defenda (Small, 1990) a «abolição» do lápis e do caderno das aulas de matemática nos primeiros de escolaridade. Esta abolição traria aos alunos a necessidade e a oportunidade de falar matemática.

Para o trabalho sobre factos básicos da adição a autora refere que, em vez de apenas experimentar e calcular 5 + 3 = 8, um professor pode ter o seguinte diálogo[2] com as crianças:

«Quanto são 5 maçãs mais 3 maçãs? 8 maçãs
Quanto são 5 berlindes mais 3 berlindes? 8 berlindes
Quanto são 5 barcos mais 3 barcos? 8 barcos
Quanto são 5 coisas mais 3 coisas? 8 coisas
Quanto são 5 dezenas mais 3 dezenas? 8 dezenas
Quanto são 5 dezenas? 50
Quanto são 3 dezenas? 30
Quanto são 8 dezenas? 80
Então agora sabem que 50 + 30 são 80
Quanto são 5 centenas mais 3 centenas? 8 centenas
Não sabia que vocês podiam adicionar números tão grandes!
Quanto são 5 décimas mais 3 décimas? 8 décimas
Quanto são 5 quartos mais 3 quartos? 8 quartos
Quanto são 5 pares mais 3 pares? 8 pares
Outro modo de dizer isto é dizer 10 + 6 = 16.
$(5 \times 2 + 3 \times 2 = (5 + 3) \times 2)$
Sabemos factos novos sobre a adição».

Este tipo de diálogo não ajuda as crianças apenas a estabelecer, particularmente, que 5 + 3 = 8, mas também contribui para trabalhar ideias sobre o valor posicional, a propriedade distributiva e mesmo o trabalho com números decimais e fracções. Ajuda-os a desenvolver o sentido de número. A generalizar que quaisquer que sejam as coisas, ao adicionar 5 coisas de um tipo com 3 coisas do mesmo tipo obtém-se sempre 8 coisas desse tipo.

Outro aspecto que permite desenvolver a comunicação em sala de aula prende-se com o desenvolvimento do cálculo mental. Esta capacidade necessita ser trabalhada desde o início da escolaridade, podendo as crianças aprender diversas estratégias e desenvolver os seus próprios meios, a fim de evitar situações como a de crianças do 3° ano de escolaridade que necessitaram de recorrer ao papel e lápis para calcular 80 + 45.

A abolição do lápis e do papel, nestes anos iniciais, força também o professor a um esforço de organização das suas intervenções, para que se adeqúem à experiência prévia das crianças, à compreensão e não apenas ao uso rotineiro, por exemplo, dos algoritmos. No entanto, o uso do lápis e papel pode fazer-se para pedir às crianças que escrevam sobre as suas ideias matemáticas. Uma frase, um parágrafo. Muitas vezes esta solicitação ainda não é feita na sala de aula. Cabe aos professores a criação de situações que gerem a oportunidade dos alunos escreverem e/ou falarem sobre matemática.

Argumentação matemática

Aspectos importantes da comunicação em sala de aula prendem-se com a formulação de conjecturas, as explicações e as justificações que os alunos apresentam para sustentar as suas opções, os seus raciocínios. Argumentação matemática é aqui entendida como toda a conversação/o discurso que ocorre em sala de aula, que envolve objectos e ideias matemáticas (Douek e Pichat, 2004) e os aspectos anteriormente referidos. Tem por objectivos: expor o raciocínio dos alunos; explicitar as suas ideias; formular conjecturas; explicar/justificar/apresentar as razões para a existência de certas relações; convencer os outros. Pode ser utilizada linguagem natural, seguindo uma determinada estrutura para que a argumentação possa ser acompanhada e entendida, mas também recorrer a esquemas, desenhos, figuras, materiais, números, etc.

Perante uma tarefa não rotineira, que pode envolver diferentes estratégias de resolução, diferentes abordagens os alunos devem sentir necessidade de partilhar e discutir com os outros o seu modo de resolução e, também, de ver como outros resolveram a tarefa. Estas tarefas propiciam o trabalho em pares e/ou grupos de modo a suscitar a discussão.

Para expor o raciocínio, os alunos têm necessidade de explicitar as ideias que foram ocorrendo durante o trabalho, ou só parte deles se algumas das ocorridas já foram abandonadas. Com a formulação de conjecturas diferentes pontos de vista podem ser colocados em confronto. Podem ser complementares ou contraditórios. Há necessidade de os explicar/justificar. Depois importa decidir quais o(s) adequado(s) e porquê. Esta decisão, normalmente na mão do professor que decide se a resposta ou a operação escolhida estão correctas, precisa de passar para os alunos, pois em matemática não existem argumentos de autoridade, mas sim de qualidade. Pretende-se que os argumentos que os alunos vão apresentando sejam gerais, rigorosos, convincente e resistentes. Gerais no sentido de se aplicarem a todas os casos abrangidos pela situação em análise. Rigorosos no sentido de se basearem em ideias correctas, para o nível de desenvolvimento dos alunos, e de se interligarem logicamente. Convincentes no sentido de conseguirem convencer todos os que ouvem, desde os alunos até ao professor. Mason, Burton e Stacey (1982) referem que convencer passa por três níveis diferentes e cada vez mais complexos. No primeiro nível convencer-se a si próprio. Facilmente nos convencemos a nós próprios de que o que fazemos está correcto, por isso muitas vezes não detectamos as falhas dos nossos raciocínios. No segundo nível convencer um amigo. Saindo do próprio eu, já se torna mais difícil convencer outrem. É necessário organizar e clarificar melhor as ideias. Finalmente, no terceiro nível, convencer um inimigo. Será necessário ainda um maior esforço de organização e de clarificação das ideias para convencer alguém que pode colocar vários obstáculos à nossa argumentação. Mas é de facto este nível que vai trazer à argumentação a organização e exigência necessárias, para que os argumentos se tornem resistentes. Argumentos resistentes no sentido de suportarem todos as «provas de esforço» que lhes forem exigidas. Isto é, argumentos capazes de passar todas as provas de contra-argumentação.

Nota-se que, se forem detectadas fragilidades num argumento, se este não passar numa «prova de esforço», este facto pode ser útil para a sua reanálise e reformulação, tornando-o agora mais resistente. Este processo dinâmico mostrará aos alunos que as ideias matemáticas não são estáticas, mas se constroem, analisam, reconstroem, reanalisam até conseguirem convencer um número cada vez maior de pessoas.

Nota-se também que uma argumentação pode convencer um grupo de pessoas e, no entanto, conter fragilidades. Neste sentido uma argumentação sobre um assunto pode e deve ser revisitada em diferentes momentos, pois o mesmo grupo de pessoas num momento posterior, já na posse de outros conhecimentos e capacidades, pode detectar fragilidades que anteriormente não tinha conseguido.

Os objectivos da argumentação matemática devem ser trabalhados com as crianças desde cedo para que estas se sintam confortáveis com uma das ideias centrais da matemática.

Tarefas potenciadoras de comunicação e argumentação matemática

Para que os alunos comuniquem e desenvolvam a sua capacidade de argumentar matematicamente não basta abolir o papel e o lápis da sala de aula e pedir-lhes para falar. Para que isto aconteça é necessário que o professor desenvolva ambientes de aprendizagem que suscitem a participação activa dos alunos. Um modo de o conseguir é o recurso a tarefas desafiadoras.

Diferentes tarefas permitem atingir diferentes objectivos de aprendizagem. Algumas situações requerem a utilização de factos básicos e procedimentos, estimulam a utilização de diferentes estratégias de resolução, têm solução única, têm várias soluções, exigem a tomada de decisões e a criatividade.

As tarefas abertas, mais desafiadoras e que permitem variadas abordagens e soluções, adequam-se a alunos em diferentes estádios de desenvolvimento e com diferente capacidade matemática. Ter sucesso numa tarefa destas pode ir desde a apresentação de um caso particular até à formulação e explicação de conjecturas. Assim, revelam possuir maior potencial para estimular o pensamento matemático, para fomentar nos alunos o desenvolvimento da capacidade de comunicar e argumentar matematicamente.

Mas onde encontrar tarefas abertas? É uma questão que muitos professores colocam. Way (2005) defende que uma boa fonte de tarefas abertas é uma tarefa fechada! Ora os professores conhecem muitas tarefas, ditas fechadas.

Como transformar tarefas fechadas para obter tarefas abertas? Moses, Bjork e Goldenberg (1990) sugerem que se analise uma tarefa fechada relativamente aos aspectos: dados, pedido e restrições impostas. Defendem que alterando ou suprimindo alguns destes aspectos é possível organizar tarefas mais abertas para os alunos.

Vejamos como organizar algumas tarefas a partir de um problema fechado.

«A Ana vai distribuir igualmente 12 chocolates pelas suas 3 amigas. Quantos chocolates dá a cada uma?»

Seguindo as indicações de Moses, Bjork e Goldenberg (1990) vamos suprimir ou alterar os aspectos referidos.

Proposta 1: A Ana vai distribuir igualmente 12 chocolates pelas suas amigas. Quantos chocolates dá a cada uma?

Proposta 2: A Ana vai distribuir 12 chocolates pelas suas amigas. Quantos chocolates dá a cada uma?

Proposta 3: A Ana vai distribuir igualmente chocolates pelas suas 3 amigas. Quantos chocolates dá a cada uma?

Proposta 4: A Ana vai distribuir igualmente chocolates pelas suas amigas. Quantos chocolates dá a cada uma?

Estas propostas parecem mais desafiadoras do que a proposta inicial. Nós professores precisamos de aprender a «abrir» situações mais rotineiras, para mais e melhor desafiarmos os nossos alunos.

Episódios de sala de aula

A tarefa seguinte foi utilizada em sala de aula e os alunos puderam desenvolver a sua capacidade de comunicar e argumentar.

«Investiga de quantas maneiras podes arrumar ovos, numa caixa para 6 ovos»

1º episódio: A tarefa foi proposta numa turma do 2º ano de escolaridade. Foram colocadas questões de interpretação, para averiguar se todas as crianças tinham entendido o pedido (Ex: Quantos ovos pode levar a caixa? Quantos ovos queremos arrumar na caixa? O que queremos fazer?)

As crianças estavam organizadas em pares. Todos os pares tinham uma caixa de ovos e «ovos» de plasticina que tinham sido construídos anteriormente. Como um dos ob-

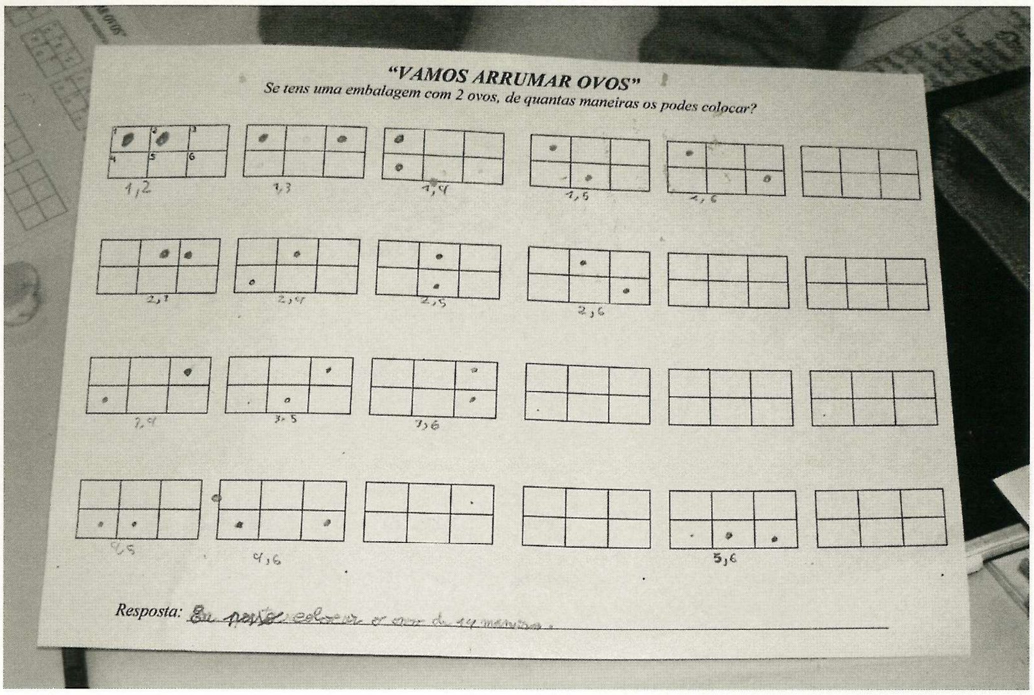

Figura 1. Resolução — 2° ano

jectivos da professora era o de ajudar as crianças a tornarem-se mais organizadas no modo de pensar e comunicar os seus raciocínios, considerou adequado numerar as cavidades da caixa. A localização dos ovos podia ser representada numericamente.

A professora começou por explorar, em grande grupo, a colocação de um ovo na caixa. As diferentes posições foram concretizadas pelos pares com recurso ao material, também com um cartaz no quadro e foi feito um registo numa folha que continha grelhas representando a caixa de ovos.

Para a colocação de dois ovos, as crianças foram deixadas livres para procederem com entendessem. Algumas foram trabalhando de modo mais organizado, mas todas recorreram sempre ao material concreto e registaram as diferentes possibilidades na folha de registo.

Ao circular entre as crianças reparei num par que já tinha concluído o trabalho de colocar dois ovos na caixa, mas pelo modo organizado como o registo tinha sido feito verifiquei que ainda não tinham sido consideradas todas as possibilidades. Questionei: «Então não encontram mais maneiras de arrumar os ovos?» a que uma das crianças respondeu: «Não cabe mais». Não percebi de imediato o que o aluno queria dizer. Como ainda havia grelhas livres na folha de registo inquiri «Não cabe mais? Mas têm aqui grelhas livres», como se pode ver na figura 1.

A criança continuou «Não, falta aqui (apontou para baixo da quarta linha de grelhas). Aqui é o um, depois o dois, três e quatro e só falta para o cinco». Enquanto falava a criança ia apontando para as linhas de caixas na folha de registo. Percebendo o que queria dizer, pedi-lhe que acrescentasse a(s) posição(ões) que considerava em falta, na quarta linha da grelha do lado direito, como acabou por fazer, sem muita vontade.

Este par, orientado pela criança que interveio, realizou um raciocínio correcto e organizado e explicou porque tinha a certeza de não haver mais posições. Seguindo as posições dos ovos na caixa, colocaram

na primeira fila o 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4, 1 – 5 e 1 – 6
na segunda fila o 2 – 3, 2 – 4, 2 – 5 e 2 – 6
na terceira fila o 3 – 4, 3 – 5 e 3 – 6
na quarta fila o 4 – 5 e 4 – 6.

Pela organização seguida faltava a quinta fila para colocar «só um» o 5 – 6.

Esta resolução revela compreensão da tarefa, organização de raciocínio e de escrita e capacidade de argumentar, defendendo a opção seguida. Revela também que com crianças do 2° ano de escolaridade é possível trabalhar de modo a que desenvolvam, não só a capacidade de organização, mas de comunicação e argumentação. Nota-se que este modo de escrita é adequado ao trabalho com números triangulares, como é o caso do 15.

A continuação da exploração da tarefa foi realizada em dias seguintes.

2° episódio: A mesma tarefa foi proposta numa turma de 4° ano de escolaridade. Os alunos organizados em grupo tinham apenas a folha de registo. Nenhum caso foi resolvido em grande grupo com os alunos.

A colocação de um ovo foi resolvida e justificada facilmente. Para a colocação de dois ovos vários grupos usaram a estratégia da tentativa e erro. Não se detectou a resolução organizada descrita no episódio anterior.

Um dos grupos chamou-me para me questionar se o que tinham feito estava certo. Disseram «São quinze. Está certo?». Não respondo a estas questões, mas devolvi a questão: «Vocês acham que está certo? Têm a certeza de que contabilizaram todas as possibilidades?» A questão da certeza é complexa para todos. Os alunos olharam-me, sorriram e encolheram os ombros. Era o que pretendiam de mim. Disse-lhes que precisavam de encontrar um modo de garantir

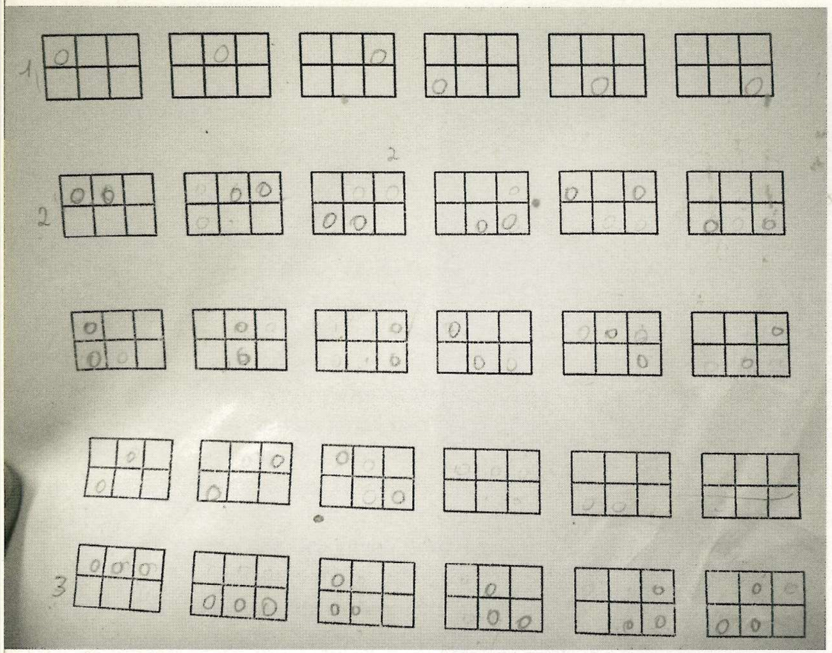

Figura 2. Resolução — 4º ano

que colocaram todas as possibilidades e da não existência de qualquer repetição. Uma aluna disse «Já sei» e começou a apagar tudo o que tinham feito. Passado algum tempo tornou a chamar-me e disse «Afinal estava certo. São quinze, mas agora tenho a certeza» e passou a explicar o modo como tinham procedido para ter a certeza (figura 2).

«Comecei pela horizontal e com os dois (ovos) juntos. Em cima e em baixo. São quatro, porque não há mais lugares. Podem estar separados e são mais dois. Na horizontal há seis. Depois fizemos na vertical e só há três. Depois pusemos inclinado e juntos e temos mais quatro e depois foi inclinado e separados. São mais duas. No total são quinze. Estava certo».

A estes alunos foi colocada a questão da certeza e, por isso, dada a possibilidade de procurarem uma estratégia própria e de construírem um argumento convincente e resistente.

Na continuação da exploração da tarefa este grupo tentou proceder de modo análogo, seguindo a disposição geométrica dos ovos.

Reflexão final

Algumas das preocupação dos professores prendem-se com o facto dos alunos perceberem os assuntos com que trabalham, explicarem aos seus pares e professores as suas ideias e comunicarem ideias matemáticas que foram entendidas.

Neste sentido, constata-se a necessidade de construir ambientes de aprendizagem onde todos os alunos, em todos os anos de escolaridade e em todos os assuntos, sejam desafiados, com questões e tarefas ricas que apelem à reflexão sobre o pensamento, onde a formulação/apreciação de conjecturas e a argumentação estejam sempre presentes e atravessem todo o currículo de matemática, de modo a que possamos, desde o início da escolaridade, contribuir para o desenvolvimento das suas capacidades de comunicar e argumentar matematicamente.

Notas

1 Conferência apresentada no âmbito do Seminário Final do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do primeiro e do segundo ciclos do Ensino Básico do distrito do Porto, realizado a 11 de Julho de 2007.

2 O diálogo que se apresenta foi adaptado de Small (1990, p. 27).

Referências

Back, J., e Pumfrey L. (2005). *Primary proof?* http://nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2838&part=index (consultado em 05/02/07).

Daines, D.(1986). Are teachers asking the right questions? *Education* 1, 4, pp. 368–374.

Douek, N., e Pichat, M. (2004). From oral to written texts in grade I and the long term approach to mathematical argumentation. *Thematic Group 4*, Conference European Research in Mathematics Education, CERME III.

Fonseca, L. (2004). *A formação inicial de professores de matemática: A demonstração em geometria*. Lisboa: APM.

Mason, J., Burton, L., e Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Workingham: Addison-Wesley Publishing Company.

Martinho, M.H., e Ponte, J. P. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática — Práticas e reflexão. Em Brocardo, Mendes e Boavida (Org.), *XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática — Actas*, pp. 273–293. Setúbal: APM.

Menezes, L. (2005). Desenvolvimento Profissional de Professores do 1º ciclo no contexto de um projecto de investigação colaborativa focado na comunicação matemática: um estudo de caso. Em Brocardo, Mendes e Boavida (Org.), *XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática — Actas*, pp. 349–364. Setúbal: APM.

Moses, B., Bjork, M. E., e Goldenberg, P. (1990). Beyond problem solving: Problem posing. *Teaching and learning mathematics in the 1990's*. NCTM Year Book. Reston: VA.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Ponte, J.P., e Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa Universidade Aberta.

Pedrosa, M.H. (2000). A comunicação na sala de aula: As perguntas como elementos estruturadores da interacção didáctica. Em Monteiro, Tavares, Almiro, Ponte, Matos, Menezes (Org.), *Interacções na sala de aula*. Viseu: SPCE.

Romão, M. (2000). O papel da comunicação na aprendizagem da matemática. Em Monteiro, Tavares, Almiro, Ponte, Matos, Menezes (Org.), *Interacções na sala de aula*. Viseu: SPCE.

Small, M. (1990). Do you speak math?. *Arithematic Teacher*, Jan. 1990, pp.26–29.

Stubbs, M. (1987). *Linguagem, escolas e aulas*. Lisboa: Horizonte.

Way, J. (2005). *Problem solving: Opening up problems*. http://nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2471&part=index&refpage= (consultado em 05/02/07)

Lina Fonseca

ESE/IP de Viana do Castelo