

A matemática e o desenvolvimento cultural

O Flatland e a importância da Educação

Luizete Dias

Há já alguns anos que pretendia ler o *Flatland*. Pelo relato que me tinha sido feito considerava que esta obra tinha muita proximidade com a minha área de investigação. Quando o comecei a ler, por momentos, fiz aquilo que em fenomenologia se chama uma *epoché*, isto é, suspendi o conhecimento filosófico e mergulhei completamente num outro universo, a geometria. O próprio nome da obra é disso sugestivo. *Flatland — O País Plano*. Trata-se do relato que um Quadrado faz acerca do *modus vivendi do seu universo*. De facto, é de universos de referência ou horizontes de questionamento que trata toda a obra.

Quando analisamos a totalidade do texto consideramo-lo um texto clássico. Sob a forma de alegorias, à boa maneira clássica, o autor serve-se de um Quadrado para mostrar que consoante a dimensão em que nos possamos encontrar, assim é a leitura que fazemos da realidade. Consoante o nível

de consciência que temos da realidade, assim são as interpretações que podemos fazer.

No País Plano encontramos descritas três dimensões. A primeira dimensão é «o Reino Pontual, o Abismo Sem Dimensões»¹. A segunda dimensão, onde já existe o comprimento e a largura, é conhecido pelo Mundo Linear. A terceira, e última dimensão, detentora do comprimento, da largura e da altura é designado por Espaço. Descobrimos uma ordem cosmológica, através da organização destas três dimensões.

Temos acesso à descrição das três dimensões, estruturados hierarquicamente, através das viagens que o Quadrado vai fazendo, orientado pela Esfera, um sólido geométrico que vem do Espaço, para *iniciar* o Quadrado nos mistérios da verdade.

Ah! Como é parecida, na sua cegueira e intransigência, a humanidade de todas as Dimensões! Pontos, Linhas, Quadrados, Cubos, Hipercubos — estamos todos unidos pelos mesmos erros, somos todos igualmente Escravos dos preconceitos Dimensionais...

Edwin A. Abbott

Os três reinos dimensionais

Na primeira dimensão, o *ponto* considera-se como o único habitante do seu próprio reino. «Ele é o seu próprio Mundo, o seu próprio Universo; não tem ideia de mais ninguém a não ser ele mesmo; não conhece Comprimento, nem Largura, nem Altura, porque nunca os experimentou; não só não tem qualquer conhecimento do número Dois, como nem sequer pensa na Pluralidade; porque ele próprio é Um e Tudo, não sendo realmente Nada.»² É retratado o egocentrismo do *ponto*, de uma forma admirável. Tudo é o *ponto* e tudo existe em função dele. O *ponto* é omnipresente e omnisciente. Daí que o Monarca *ponto* tenha afirmações como a seguinte: «Ah, o divino poder criador do Todo num Só! Ah, o prazer, o prazer de Ser!»³

A Esfera critica o *ponto* e o Reino Pontual afirmando que «estar satisfeito consigo próprio é ser inferior e ignorante, é melhor aspirar a algo do que ser cego e imponentemente feliz»⁴.

A segunda dimensão, ou dimensão do plano é a área central de toda a narrativa. Aliás, só temos acesso às outras duas dimensões, após o relato entusiástico do Quadrado de sua dimensão. Trata-se de uma dimensão com uma verdadeira ordem política. Tem uma legislação eficiente e legitimada — que nos reporta para as categorias políticas da exequibilidade e da desejabilidade. Os habitantes desta dimensão vivem organizados, de acordo com o direito natural, numa hierarquia bastante definida e formal, com pouca maleabilidade. Vale a pena olhar um pouco mais de perto estes pontos.

Para conseguirmos perceber como se vive nesta dimensão, o autor apresenta-nos um exercício de abstracção. Imaginemos que o *Flatland* é uma folha de papel, ou um tampo de uma mesa, e que só podemos olhar para o tampo da mesa, com o olhar ao nível da mesa. Dito de outro modo, só podemos ver o comprimento e a largura. E diga-se, em abono da verdade, que muitas vezes não conseguimos, consoante a perspectiva em que nos encontramos, ter uma verdadeira noção da largura e do comprimento das figuras que observamos. Nessa folha de papel existem Linhas, Triângulos, Quadrados, Pentágonos, Hexágonos e outras figuras que circulam livremente sobre a superfície.

Como estas figuras só se percebem como Segmentos de Recta, como se distinguem entre si, e, conseqüentemente, conseguem co-habitar nesse País, com organização e sem grandes atropelos?

Aqui entramos na exposição política do País Plano. A natureza da dimensão do plano obrigou os governantes a estabelecerem uma legislação adequada ao conjunto de limitações que lhes estava permanentemente destinado. Antes de salientar as limitações do País do Plano, importa descrever a forte hierarquia social, ou digamos geométrica, deste País. Começemos pela base da pirâmide hierárquica. As Mulheres são Segmentos de Recta. Os Soldados e os Operários de classes baixas são Triângulos isósceles. A Classe Média é constituída por Triângulos equiláteros. Os Cavalheiros são os Quadrados e as Figuras de Cinco Lados. A Nobreza, tendo uma especificidade própria, apresenta diversos níveis.

Assim, começam pelas Figuras de Seis Lados e, aumentam de categoria consonante o número de lados que possuem até merecerem a designação de Polígonos, como destaca o nosso narrador. A Ordem Circular ou Eclesiástica, a classe mais elevada de todas, é a classe das figuras que, não sendo círculos, têm um número de lados tão grande que o seu comprimento se torna tão pequeno que quase não se conseguem distinguir dos círculos.

Esta estratificação social, embora rígida, não é estática, pelo menos para algumas das classes. As classes mais baixas permanecem iguais no seu processo evolutivo. No entanto, para as outras classes, nomeadamente a partir dos Quadrados, existe uma lei da natureza que estabelece que cada filho do sexo masculino têm sempre mais um lado que o seu progenitor. Se houvesse dúvidas, ficariam dissipadas com a informação anterior. Estamos num país fortemente patriarcal. As mulheres são o elemento mais baixo, menos digno e menos inteligente de toda a hierarquia. Contudo o mais ardiloso. Senão vejamos, o facto de se tratarem de segmentos de recta permite que se estiverem de perfil não sejam vistas. Criando assim, oportunidade para ouvir conversas importantes e de matar os concidadãos, perfurando-os, se assim o desejarem. As mulheres mantêm sempre a sua condição de mulheres e têm muitas restrições na convivência social, pelas razões acima enumeradas.

Voltemos às limitações naturais do País do Plano. Qualquer Triângulo Isósceles ou Equilátero, Quadrado, Pentágono, Hexágono, Círculo é sempre percebido como um Segmento de Recta. Dito de outro modo, todas as classes são percebidas como se de mulheres se tratassem. Esta limitação natural levou à criação de três métodos para a distinção entre os habitantes. O primeiro método e, o mais elementar, é o método do tacto. As Mulheres e as classes mais baixas distinguem-se pelo tacto. Outro dos métodos utilizado é o da audição. Os Triângulos Equiláteros, os Quadrados e os Pentágonos utilizam esta técnica para distinguir os seus amigos e as outras classes pela voz. Por seu lado, as classes mais evoluídas fazem o reconhecimento pela vista. Mas somos confrontados, novamente, com o problema da percepção de tudo como um segmento de recta. Como podem as classes mais evoluídas ter segurança que a sua visão percepção correctamente as diferentes classes. O narrador esclarece-nos. Apenas as classes mais altas fazem o reconhecimento pela vista, porque estes possuem uma visão treinada. Treino que resulta dos estudos de Geometria. Como esclarece: «qualquer criança do Espaço iniciada nos Estudos de Geometria sabe que, se eu puser o olho de forma que o raio da visão bissecte o ângulo (A) do indivíduo que se aproxima, o meu olhar pousará exactamente entre os dois lados mais próximos de mim (CA e AB) e que os verei de igual modo, como se tivessem o mesmo tamanho.

Então, no caso do Comerciante, (figura 1, o que verei? Verei um segmento de recta DAE ⁵ no qual o ponto médio (A) estará muito brilhante, porque se encontra mais próximo de mim, mas, num e noutro lado do segmento, esse brilho esbater-se-á rapidamente, uma vez que os lados AC e AB penetrarão rapidamente no nevoeiro, e o que me parecerá

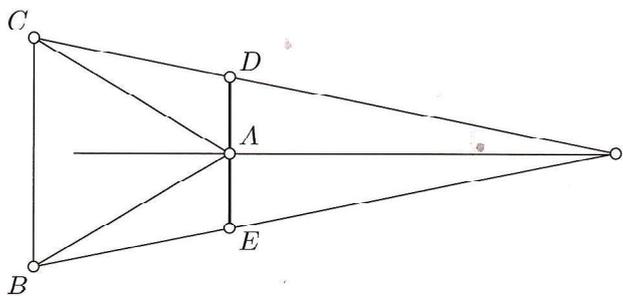


Figura 1

serem as extremidade do Comerciante, isto é, D e E , será, *de facto, muito pouco claro.*

Por outro lado, no caso do Médico (figura 2), embora veja também um segmento de recta ($D'A'E'$) com o centro brilhante (A'), o brilho desaparecerá menos rapidamente em direcção às pontas, pois os lados ($A'C'$, $A'B'$) penetrarão menos rapidamente no nevoeiro: o que me parecerá serem as extremidades do Médico, isto é, D' e E' , não serão para mim tão escuras quanto as do Comerciante.»⁶

A descoberta de uma outra dimensão

O *Flatland* é uma obra de natureza clássica. Todo o processo de aquisição dos novos conhecimentos, por parte do Quadrado, resultou de três momentos chave: a afirmação inocente de uma criança, o seu neto. O sonho tido nessa mesma noite e finalmente, a visita de um ser vindo de uma outra dimensão — visita esta estabelecida por uma lei da natureza que determinava que na passagem de milénio, um sólido geométrico da terceira dimensão visitasse a segunda dimensão e inicia-se uma das figuras do plano nos ensinamentos superiores.

Conta-nos o Quadrado, que na véspera do último dia do ano de 1999, cansado do estudo aturado das suas recreações favoritas em Geometria, resolve ir descansar. Durante o sono tem um sonho estranho. O sonho passa-se no Mundo Linear. Das várias peripécias, que não conto para não tirar o deleite da leitura, há a salientar a estranheza do Quadrado quando se vê confrontado num Plano que é inferior ao seu. A sua tentativa para compreender esse mesmo plano foi imediata. Seguida de uma vontade de demonstrar ao Monarca do Reino que a realidade em que este vivia era originadora, não de felicidade, como a que verificava no Rei, mas de tristeza, por se tratar de um plano incompleto. Essa tentativa foi em vão. Não só, o Rei não o compreendeu, como tentou matá-lo. Felizmente, confessa o Quadrado, foi acordado pelo despertador.

O segundo momento determinante para o acordar do Quadrado passou-se no último dia do 1999 ano da era do Reino Plano. Depois de ter estado a treinar o Reconhecimento Visual com o seu neto mais novo, um promissor jovem invulgarmente brilhante e de angulosidade perfeita, o nosso Quadrado resolve recompensá-lo com algumas noções de Aritmética aplicada à Geometria. Colocou-lhe o seguinte problema:

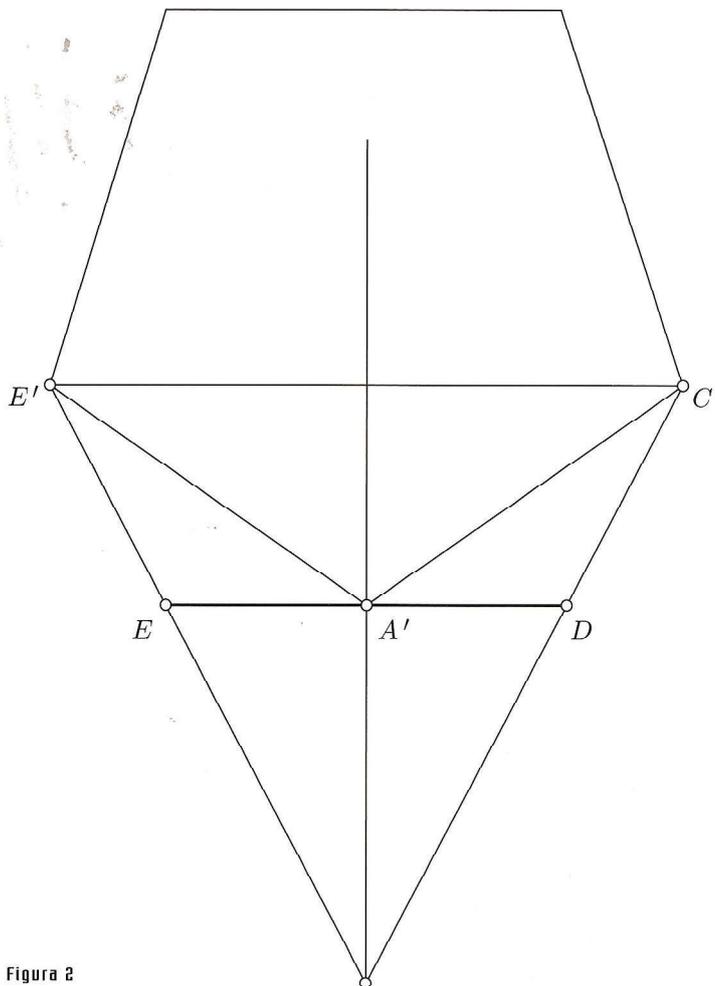


Figura 2

«Tomando nove Quadrados, cada um com uma polegada de aresta, justapu-los de modo a perfazer um grande Quadrado, de aresta igual a três polegadas, e demonstrei ao meu Neto que, embora nos fosse impossível ver o interior do Quadrado, poderíamos, mesmo assim, deduzir o número de polegadas quadradas dum Quadrado apenas elevando ao quadrado o número de polegadas de um dos lados: «e portanto», disse, «sabemos que 3^3 , ou 9, representa o número de polegadas quadradas dum Quadrado cujo lado tem de comprimento 3 polegadas».

O pequeno Hexágono meditou sobre isto durante algum tempo e depois respondeu ao avó: «Mas tem-me ensinado a elevar números à potência três: penso que 3^3 deve ter qualquer significado em Geometria; qual é ele?» «Absolutamente nenhum», repliquei, «pelo menos em Geometria não significa nada, uma vez que a Geometria lida apenas com Duas Dimensões.» Seguidamente comecei a mostrar ao rapaz como um Ponto, movendo-se ao longo dum comprimento de três polegadas, descreve um Segmento de Recta de três polegadas, que pode ser representado pelo dígito 3; e como um Segmento de Recta de três polegadas, movendo-se paralelamente a si mesmo ao longo dum comprimento de três polegadas, forma um Quadrado de três polegadas de aresta em cada direcção, que pode ser representado por 3^2 .»⁷

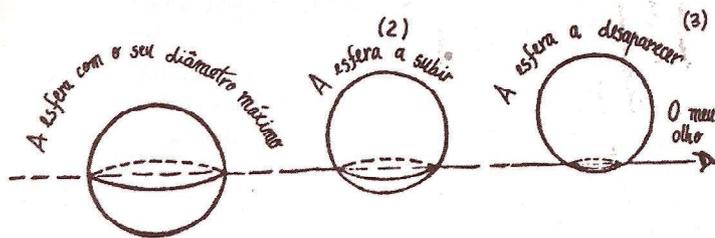


Figura 3

O neto rebate o argumento chamando a atenção que se um Ponto ao mover-se três polegadas descreve um Segmento de Recta de três polegadas e pode ser representado pelo dígito 3 e se um Segmento de Recta de três polegadas movendo-se paralelamente a si mesmo descreve um Quadrado, representado por 3^2 , então um Quadrado de três polegadas de aresta quando movido paralelamente sobre si mesmo terá que descrever «Qualquer coisa (mas não vejo o que possa ser) de três polegadas em cada direcção — e isto tem de ser representado por 3^3 .»⁸

O avô, o Quadrado, irritado manda o neto deitar-se e acusa-o de dizer disparate e ser louco. Nesse momento a nossa personagem sente a presença de alguém que não consegue ver. Essa voz diz-lhe que o rapaz não é louco e que 3^3 tem um significado geométrico óbvio. O sobressalto foi imediato. Depois das hostes mais calmas, dá-se o momento chave da iniciação do Quadrado nos «mistérios do Espaço». A tentativa inicial foi em vão. Até que a Esfera, o sólido que visita o Reino Plano, resolve dar-lhe uma prova real daquilo que afirmava. Começa por salientar que em virtude do Quadrado não possuir a capacidade de elevar a sua vista, para além da superfície do *Flatland* não pode ver mais do que uma secção ou círculo de cada vez. Mas, continua a Esfera, «podeis ao menos observar que, à medida que me elevo no Espaço, as minhas secções se tornam cada vez mais pequenas. Vede, vou-me elevar; e o resultado para vós é que o meu Círculo diminuirá cada vez mais até que se reduza a um ponto para, finalmente, desaparecer.»⁹ (Figura 3)

Qualquer leitor do Espaço percebe facilmente e com clareza tudo o que o visitante da *Flatland* estava a afirmar. E, atendendo às circunstâncias do Quadrado, também percebe como as palavras e demonstrações da Esfera o deixaram confuso. A Esfera ao ganhar consciência da dificuldade que o Quadrado apresentava em acompanhar os seus argumentos, passa à acção e arrasta o Quadrado para o Espaço. Leva-o para a 3ª dimensão. Para o espaço do comprimento, largura e altura.

Depois de tudo aprender, o Quadrado quer regressar ao País Plano para esclarecer os seus concidadãos. Contudo, em virtude de uma tradição milenar, esperava-o a prisão. É que segundo rezava uma tradição milenar, no primeiro dia de cada novo milénio, chegava ao País Plano o «Apóstolo do Evangelho das Três Dimensões»¹⁰. E, esse novo apóstolo era recebido por soldados prontos a prendê-lo, dada a per-

turbação que este arauto pretendia. Mesmo assim, o Quadrado anseia por poder regressar e elucidar os demais habitantes do *Flatland*.

Este movimento triádico resultou numa desorientação, na verdadeira acepção da palavra, que originou o renascimento de um novo homem, neste caso, um novo Quadrado. Um Quadrado que deixou de olhar para a realidade à luz da segunda dimensão porque descobriu a existência de uma terceira dimensão. O que o levou a ansiar pela descoberta da quarta e quinta, ou talvez mais dimensões existentes, desconhecidas pela maior parte dos habitantes das dimensões superiores.

Se não existissem outras razões diria que é esta perspectiva que torna o *Flatland* uma obra desprezível e excepcional. É precisamente pela demonstração da existência de três planos incompletos em si mesmos que Edwin A. Abbott nos leva à verdadeira natureza da educação e da responsabilidade que todos temos enquanto cidadãos. Enquanto nos ativermos apenas na nossa dimensão, no nosso pequeno quintal ou nicho continuaremos a ser solipsistas e felizes ignorantes. Sem qualquer noção de toda a realidade que nos ultrapassa. Propagando o vício da imodéstia e soberba.

Deste modo, o que Abbott, através do Quadrado pretende é que todos possamos aspirar ao puro e verdadeiro desenvolvimento. Assim, que comecemos a trilhar o caminho para em direcção a esse desenvolvimento, a modéstia e a humanidade tornam-se nossos fieis companheiros. É assim, que na dedicatória, o autor nos convida para a leitura do *Flatland*...

«Aos
Habitantes do ESPAÇO EM GERAL
E; EM PARTICULAR, A H. C.
É Dedicado Este Trabalho
Por um Humilde Natural da Flatland,
Na Esperança de que,
Tal como ele foi Iniciado nos Mistérios
Das TRÊS DIMENSÕES,
Apesar de conhecer APENAS DUAS,
Também os Cidadãos desta Região Celestial
Possam aspirar, cada vez mais alto,
Aos Segredos de QUATRO, CINCO OU MESMO SEIS
DIMENSÕES,
Contribuindo assim
Para o possível Desenvolvimento desse raro e
Excelente Dom da MODÉSTIA
Entre as Raças Superiores
De HUMANIDADE SÓLIDA»¹¹

A semelhança do **acordar** do Quadrado com a Alegoria da Caverna de Platão Ou O Flatland e a importância da educação

Julgava que com a leitura do *Flatland* tinha abandonado o universo da Filosofia. Mas tenho que confessar que estava enganada! Enquanto lia o texto várias eram as situações que me levavam a recordar o período clássico da nossa cultura ocidental¹². Nomeadamente Platão. Para além da proximidade óbvia da utilização de alegorias, Edwin Abbott e Platão partilham a mesma preocupação com a nossa natureza e com o seu cultivo.

Platão através da célebre Alegoria da Linha e da Alegoria da Caverna salienta, não só, a natureza humana, bem como, a importância da educação na transformação dessa mesma natureza. Deixem-me mostrar-vos o que pretendo, através da Alegoria da Caverna. Imaginem, como nos diz Platão, homens agrilhoados pelas pernas e pescoços, presos desde a infância numa habitação subterrânea, com apenas uma entrada de luz que se estende a todo o comprimento da gruta.

Os escravos ou habitantes da caverna, porque se encontravam presos com correntes, não podiam mexer a cabeça. A iluminação da gruta era um fogo que ardia atrás deles. Entre os prisioneiros e a fogueira existia um caminho ascendente ao longo do qual foi construído um muro. E ao longo desse muro, homens transportavam estatuetas de homens e de animais. De tal modo os escravos da caverna viam as sombras dessas estatuetas projectadas pelo fogo na parede oposta da caverna e, não os homens que as transportavam. Atendendo a que nunca tinham tido acesso à verdadeira realidade consideravam que as sombras projectadas na parede da caverna eram, na realidade, objectos reais.

Platão confronta-nos com a seguinte questão: o que aconteceria se um dos prisioneiros fosse solto das cadeias e curado da sua ignorância? O ter que voltar o pescoço, endireitar-se, andar e olhar para a luz provocaria dor e o escravo voltar-se-ia na busca do refúgio do mundo outrora conhecido, ou seja, dos objectos que antes podia ver sem qualquer tipo de dor. Se para além disto o obrigassem a subir o caminho íngreme e rude teria que primeiro habituar-se à luz do Sol. Primeiro, começaria por olhar para as sombras, depois, para as imagens dos homens e dos objectos reflectidos na água e, finalmente, para os próprios objectos. Só depois deste processo, desta progressão em três etapas, poderia o escravo contemplar como o mundo visível é na realidade.

Contudo, o escravo teria que regressar ao plano em que tinha nascido. Tinha que voltar para a caverna, ainda que sentisse que 'mais vale ser um pequenino ser e contemplar a realidade, do que um rei entre os que contemplam as sombras'. O que o esperaria não seria agradável. Entre o ter que se habituar a ver as sombras e encarar o riso dos seus companheiros esperava-o a dura prova de uma condenação à morte.

Quando comparadas as duas alegorias as proximidades são flagrantes. O Quadrado que descobriu a terceira dimensão e o escravo que ascendeu ao mundo visível sofreram com a descoberta. Como Platão salienta sentiram dor. Sentiram a dor de deixarem de estar acomodados à realidade que conheciam e tiveram que aprender a reconhecer as limitações do seu próprio conhecimento. Quando cheios de conhecimento, e já com uma natureza alterada, regressam ao seu meio natural e sofrem a desolação e a tristeza de estarem num mundo inferior e de não conseguirem convencer os seus concidadãos.

É por isso que a relação que se pode estabelecer entre estas duas alegorias nos remete para a importância da educação. Quer o matemático quer o filósofo pretendem fazer-nos o alerta. Sem mergulharmos no verdadeiro conhecimento não poderemos ver a realidade nas suas múltiplas dimensões. Ficaremos remetidos a uma visão reduzida e incompleta.

Mas desengane-se o leitor se considera que o investimento no conhecimento nos leva à aquisição da verdade. Se assim fosse, assumiríamos novamente o papel do rei de cada das dimensões e intitular-nos-íamos como sábios, ficando, mais uma vez, alguém desta busca incessante que deve ser a educação, ou o amor pelas coisas belas. Daí que possamos *concluir* com as belas palavras de Platão acerca do Eros, a personificação do filósofo. Eros, filho do Engenho (por sua vez filho da Sabedoria) e da Pobreza, é forçosamente um filósofo porque se situa no meio termo entre o sábio e o ignorante. A razão desta natureza é justamente a sua origem: de uma parte, um pai sábio e engenhosos e, de outra, uma mãe desprovida de sabedoria e recursos. Pelo que, Eros não é nem imortal nem mortal, nem um Deus nem um ignorante. Isto porque «nenhum deus ama o saber ou deseja ser sábio (pois já o é), nem qualquer outro que possua o saber se dedica à filosofia, do mesmo modo que não são também os ignorantes que a ela se dedicam ou que aspiram a ser sábios! A ignorância acarreta efectivamente consigo este peso: é que os que julgam possuir em suficiência beleza, bondade e inteligência, nada disso possuem: e quem se não crê destituído não aspira, consequentemente, a um bem de cuja falta se não apercebe.»¹³

Notas

¹ ABBOTT, Edwin, *Flatland, o País Plano*, Lisboa, Edições Gradiva, p. 126 (a partir daqui será referenciado apenas *Flatland*).

² *Flatland*, p. 126.

³ *Flatland*, p. 128.

⁴ *Flatland*, p. 127.

⁵ Embora se tenha mantido a notação do texto original é importante salientar que, na actual notação, um segmento de recta define-se por dois pontos.

⁶ *Flatland*, p. 44-45.

⁷ *Flatland*, p. 94.

⁸ *Flatland*, p. 94.

⁹ *Flatland*, p. 101-102.

¹⁰ *Flatland*, p. 114.

¹¹ *Flatland*, p. 5.

¹² Embora, também existam marcos do período moderno no texto. O registo biográfico da ascensão do Quadrado ao plano das três dimensões, pode permitir a inserção deste texto na modernidade.

¹³ Platão, *O Banquete*, 204 a, Edições 70.

Bibliografia

Abbott, Edwin, *Flatland, o País Plano*, Lisboa, Edições Gradiva.

Platão, *República*, Lisboa, FCG, 1990.

Platão, *O Banquete*, Edições 70, 1991.

Luizete Dias

Escola Secundária Poeta António Aleixo