Quadrados sobrepostos

Se pegarmos em dois quadrados iguais, é possível, sobrepondo-os, fazer uma figura onde estão três quadrados: os dois iniciais e mais outro.

Qual é o máximo de quadrados que se pode obter a partir de três quadrados iguais?

E com quatro quadrados iguais?

E...?

(Respostas até 25 de Abril para zepaulo@armail.pt)

O máximo do mínimo, e vice-versa

O problema proposto no número 99 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

— Desenhem um triângulo com um lado a medir 53 cm, outro 28 cm e o terceiro à vossa escolha – pediu o professor.

— Vou construir o meu triângulo de modo que o menor ângulo seja o máximo possível — disse a Helena.

— Pois eu – acrescentou o Ricardo, — vou fazer ao contrário: o maior ângulo vai ter o menor valor que se consegue.

Quanto medem os terceiros lados dos triângulos da Helena e do Ricardo?

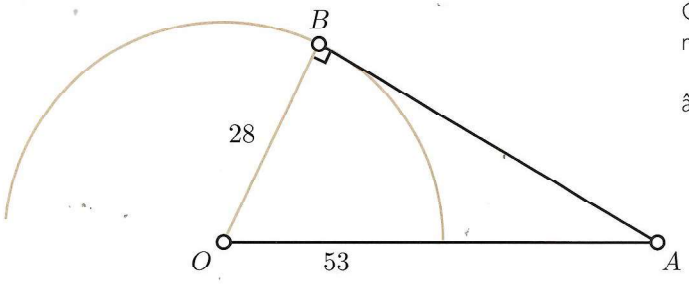
Este problema não entusiasmou os nossos leitores, nem mesmo os que gostam de trabalhar com programas de geometria dinâmica. Provavelmente foi considerado muito difícil. É que só nos chegaram duas respostas, enviadas por Graça Braga da Cruz (Ovar) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

A Graça aplicando o Teorema de Carnot, definiu as funções que dão os cosenos de cada um dos ângulos do triângulo em função das medidas dos lados (28, 53 e x). A seguir, chegou à solução por métodos gráficos, acrescentando finalmente uma impecável (mas complexa) resolução analítica.

O Pedrosa Santos, no entanto encontrou as soluções fazendo apenas considerações geométricas bastante simples. Vejamos como.

Triângulo da Helena

Sabemos que, num triângulo, ao menor lado opõe-se o menor ângulo. Sejam $[AO]$ o lado que mede 53 cm e $[OB]$ o de 28. Se admitirmos que o lado $[AO]$ está fixo, o ponto B terá de ficar numa circunferência de centro em O e raio 28 cm.



Excepto quando B está muito perto do lado $[OA]$, o menor lado é $[OB]$ e portanto o menor ângulo é o de vértice em A. Ora ele terá o seu valor máximo quando $[AB]$ for tangente à circunferência descrita pelo ponto B, ou seja, será máximo quando o triângulo for rectângulo em B.

O terceiro lado medirá:

$$\overline{AB} = \sqrt{53^2 - 28^2} = 45 \text{ cm.}$$

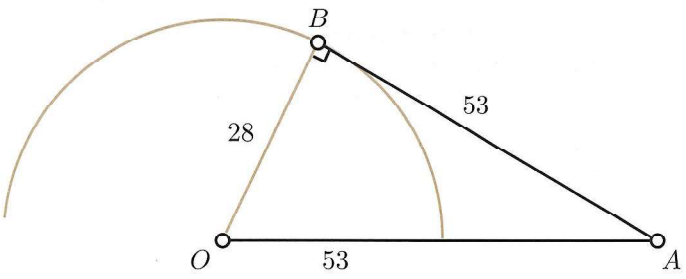
Por curiosidade, podemos determinar o valor máximo do menor ângulo.

$$A = \frac{28}{45}, \text{ logo } A \approx 31°53'27''.$$

Triângulo do Ricardo

Sabemos que, num triângulo, ao maior lado opõe-se o maior ângulo.

Na posição em que, no triângulo anterior, ficou o ponto B, o maior lado é $[OA]$ e o maior ângulo é de vértice em B. Se B rodar no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, o ângulo em B vai diminuindo até se tornar igual ao ângulo em O. A partir daí, o maior ângulo passa a ser o O, que começa a aumentar.



Conclusão, o maior ângulo (que são dois...) tem o seu valor mínimo quando o triângulo é isósceles e $[AB]$ mede 53 cm.

Podemos também determinar o valor mínimo do maior ângulo.

$$B = \frac{53}{14}, \text{ logo } B \approx 75°12'12''.$$