

Construindo argumentações matemáticas nos primeiros anos

A importância de explicar e justificar ideias

Este número da revista centra-se no tema *Raciocinar em Matemática*. Em salas de aula em que é valorizado o raciocínio, a explicação e a justificação são aspectos chave da actividade dos alunos, o que traz para primeiro plano a necessidade de se dedicar uma atenção especial às actividades de argumentação matemática em todos os níveis de escolaridade.

Partindo deste pressuposto, seleccionámos para este número um artigo da autoria de Joy Whitenack e Erna Yackel, dois autores de referência no campo da argumentação no ensino da Matemática. Este artigo, intitulado *Making Mathematical Arguments in the Primary Grades: The Importance of Explaining and Justifying Ideas*, foi publicado na revista *Teaching Children Mathematics* em Maio de 2002 e, como o próprio título indica, foca-se nos primeiros anos de escolaridade. A publicação da tradução que aqui apresentamos foi autorizada pelo NCTM, a quem agradecemos.

Neste texto, os autores, partindo da descrição e análise de um episódio que ocorreu numa turma do 2º ano, sublinham a importância, para a aprendizagem, dos alunos apresentarem e discutirem argumentos matemáticos e analisam o papel do professor na constituição e manutenção de ambientes que promovem a argumentação. Globalmente, a sua leitura pode contribuir para iluminar a dinâmica da argumentação na aula de Matemática e para evidenciar desafios com que o professor se confronta quando orienta o seu trabalho no sentido de ajudar os alunos a construírem argumentos sobre os seus processos de resolução e a analisarem criticamente ideias apresentadas por colegas.

Os alunos do 2º ano da professora Jones acabaram de voltar a reunir-se depois de trabalharem em diversos problemas. Assim que os alunos se sentaram na frente da sala, a professora Jones pede a Casey para explicar a sua resposta de 16 para o seguinte problema: "A tia Mary tinha 31 rebuçados no balcão e o tio Johnny come 15 rebuçados. Mostra quantos rebuçados a tia Mary tem no balcão agora." Casey vai ao quadro e escreve: $30 - 15 = 15$; $15 + 1 = 16$. E então explica:

"Eu tirei este 1 de 31. E 30 menos 15 é igual a 15. E mais 1 é igual a 16. Se pegarmos neste 1 e o adicionarmos ao 30 para fazer 31 é o mesmo que quando fazemos menos, só que temos um número maior em 1, e se tirarmos o 1 do 30 e adicionarmos ao 15, ficamos com 16. E foi assim que fiquei com 16."

Quando a professora Jones pede comentários ou perguntas, uma outra aluna, Shari, imediatamente diz que a abordagem de Casey "foi muito fixe": Explica, então, porque é que Casey resolveu o problema da forma como o fez: "Porque, às vezes, as pessoas sabem que 15 mais 15 é igual a 30. Então se sabermos isso, é capaz de ser mais fácil." Quando a professora Jones pergunta a Casey se usou os dobros, $15 + 15 = 30$, ele diz que sim.

Os *Principles and Standards for School Mathematics* afirmam que "os programas educacionais devem permitir ao aluno desenvolver e avaliar argumentos matemáticos e provas?" (NCTM 2000, p. 56). O exemplo anterior ilustra este tipo de raciocínio matemático nos primeiros anos. Quando Casey explica o seu pensamento à turma, a sua argumentação matemática torna-se parte da discussão seguinte. Depois de apresentar a sua argumentação, a turma é capaz de encontrar

sentido na sua estratégia e não apenas na sua resposta. De maneira significativa, a sua explicação torna-se o ponto de partida para os seus colegas desenvolverem argumentações matemáticas que apoiam, melhoram, ou, eventualmente refutam as suas ideias. Shari, por exemplo, explicou porque é que Casey resolveu o problema da forma como o fez, isto é, tentou clarificar a explicação do seu pensamento, quando afirmou que a abordagem de Casey era uma maneira "mais fácil" ou mais eficiente de encontrar a resposta. Além de tornar o pensamento de Casey mais claro para outros, Shari e Casey abriram caminho para os outros alunos desenvolverem argumentos que apoiassem ou, eventualmente, contrariassem o pensamento de Casey enquanto a discussão continuava. Como este exemplo ilustra, explicar as próprias ideias, é uma parte essencial do desenvolvimento de argumentações matemáticas. Por outras palavras, raciocinar envolve construir argumentações matemáticas, nomeadamente explicar as próprias ideias para as tornar claras para outros.

Construir argumentações matemáticas também pode envolver justificar as ideias próprias aos outros. Na justificação matemática, um aluno apresenta explicações para lidar com um desafio às suas ideias colocado por um colega. Para ilustrar a diferença entre explicação e justificação regressamos à discussão que ocorreu após Casey e Shari terem explicado as suas ideias. À medida que a discussão continua a professora, pergunta aos alunos se têm perguntas ou comentários e Teri responde.

Professora Jones: Então aquilo era algo que Casey já sabia e ele começou por aí. Mais alguém tem algum comentário ou pergunta?

Teri: Porque é que o juntaste [o 1] ao 30 e o puseste no 16? O 1 para o 16?

Casey: Eu adicionei-o ao 15 para obter 16.

Teri: Hã?

Professora Jones: Faz sentido, Teri?

Teri: Mas porque é que o adicionaste ao 30 primeiro e depois ao 15?

Professora Jones: Podes mostrar-nos o teu primeiro pensamento? O que é que pensaste primeiro? Acho que isto pode ajudá-la a perceber o que fizeste.

Quando, da primeira vez, Teri perguntou a Casey porque é que ele adicionou o 1 ao 15 para obter 16, podemos inferir que queria que Casey clarificasse o seu pensamento, isto é, pediu-lhe uma explicação. Ao fazer a pergunta seguinte, porém, parecia estar a desafiar o raciocínio de Casey. Quando este aluno respondeu à primeira pergunta com "eu adicionei-o a 15 para ter 16" a sua explicação não foi convincente. Consequentemente, quando Teri coloca a sua segunda pergunta, "Mas porque é que o adicionaste ao 30 primeiro e depois ao 15?" estava a pedir a Casey para justificar o seu raciocínio.

Determinar se um aluno está a explicar ou a justificar o seu pensamento, exige que consideremos as razões pelas quais o aluno está a apresentar um argumento. Em algumas alturas, o aluno pode explicar uma ideia para clarificar o seu pensamento para outros. Noutras alturas, o aluno apresenta um argumento para validar o seu pensamento ou para justificar a sua actividade. Fazer estas distinções subtis durante o ensino é difícil e, não necessariamente vantajoso. Aqui estabelecemo-las para detalhar os papéis complexos e importantes que tanto a explicação como a justificação desempenham enquanto os alunos desenvolvem argumentações durante as discussões.

Em suma, quando os alunos argumentam matematicamente, não partilham simplesmente as suas respostas; em vez disso, explicam e justificam as ideias que tiveram enquanto pensavam e resolviam o problema. Explicar e justificar são aspectos importantes do raciocínio sobre ideias matemáticas, isto é, de construir argumentações para a resolução de problemas.

A importância de construir argumentações matemáticas

Um professor pode encorajar os alunos a explicar e a justificar as suas ideias durante as discussões, por muitas razões. Todos os alunos podem beneficiar com estas discussões, incluindo o aluno que está a explicar e os outros que estão a participar na discussão. Quando lhes pede para explicar e justificar o seu pensamento, os alunos podem visitar as suas ideias matemáticas. Por exemplo, à medida que a aluna explica a sua resposta, pode construir uma argumentação matemática mais forte, ou pode encontrar uma nova forma de olhar o problema. A aluna não só desenvolve uma compreensão mais aprofundada das ideias sobre as quais se está a debruçar, mas também pode construir novas compreensões. Além destes benefícios, os seus colegas têm oportunidades de reflectirem sobre novas ideias. Por exemplo, depois de

Casey e Shari terem explicado o método de resolução de Casey, um outro aluno, George, disse que não tinha compreendido o pensamento de Casey. Referiu, "É difícil para mim compreender isto porque ninguém fez um problema como este antes." Porque Casey apresentou uma nova maneira de pensar, George e os outros alunos foram incentivados a reflectir para compreenderem as ideias de Casey. Estas situações são oportunidades de aprendizagem para todos os alunos. Por fim, estas discussões dão a cada aluno a possibilidade de desenvolverem argumentos matemáticos e podem fazer avançar as ideias matemáticas que são partilhadas por todos os participantes (NCTM 2000).

Desenvolvendo a argumentação durante o ensino da Matemática

O documento *Principles and Standards for School Mathematics* refere:

Se os alunos têm de aprender a formular conjecturas, a experimentar diversas abordagens de resolução de problemas, a construir argumentações matemáticas e a responder a argumentações de outros, então é essencial criar um ambiente que fomente este tipo de actividades. (NCTM 2000, p. 18)

Como esta citação sugere, fomentar um ambiente em que os alunos explicam e justificam as suas ideias é importante, mas como criar ambientes que promovem a argumentação matemática? Para responder a esta pergunta, precisamos de compreender o papel dos professores e alunos nas salas de aula em que a explicação e a justificação são aspectos importantes no ensino da Matemática.

O documento *Principles and Standards for School Mathematics* sugere que quando os professores encorajam os alunos a apresentar as suas ideias de forma a que outros as possam avaliar, proporcionam oportunidades para que desenvolvam argumentações matemáticas (NCTM 2000). Ajudar os alunos a compreender como e quando argumentar matematicamente é uma parte importante deste processo. Na verdade, a professora Jones e os seus alunos estabeleceram, em conjunto, normas para a explicação e justificação de ideias matemáticas. Com o tempo, os alunos aprendem a ouvir-se uns aos outros, a colocarem questões quando não entendem a contribuição de um colega e a explicarem e justificarem as ideias uns dos outros. O papel do professor é ajudá-los a compreenderem as suas responsabilidades durante as discussões.

O professor não só facilita discussões em que os alunos falam acerca das suas ideias matemáticas, mas também, quando necessário, inicia discussões em que a turma "fala sobre falar sobre a matemática" (Cobb, Wood e Yackel, 1993). Neste tipo de comunicação matemática, o professor e os alunos podem discutir, por exemplo, como e quando os alunos podem explicar as suas ideias. Por um lado, ambos os tipos de discussão são essenciais para ajudar os alunos a aprender a comunicar as suas ideias e, por outro, a ouvir e a valorizar as ideias dos seus colegas. Ao desenvolverem estas capacidades, o professor e os alunos estabelecem e "mantêm um ambiente que respeita, fortalece e encoraja os alunos" a construir sentido para a Matemática (NCTM 2000, p. 122).

Figura 1 O raciocínio independente de cada aluno contribui para as discussões com toda a turma.
Raciocinar por si próprio → Estabelecer significados partilhados

Figura 2 Formas partilhadas de comunicar e de raciocinar contribuem para o raciocínio individual de cada aluno.
Raciocinar por si próprio ← Estabelecer significados partilhados

Figura 3 A relação entre o raciocínio individual e o raciocínio colectivo é dinâmica.
Raciocinar por si próprio ↔ Estabelecer significados partilhados

Os professores podem usar diversas estratégias para ajudar os alunos a explicarem as suas ideias. Para ilustrar algumas destas estratégias, regressamos ao diálogo entre a professora Jones e os seus alunos, enquanto discutem o método de resolução de Casey. É de recordar que depois de Casey e Shari falarem sobre o método de resolução deste aluno, a discussão continuou pois a Professora Jones encorajou outros alunos a pensarem sobre a abordagem de Casey. No nosso exemplo, a professora encorajou os seus alunos a levantarem questões e a fazerem comentários. Depois da primeira questão de Teri "Porque é que o juntaste [o 1] ao 30 e o puseste no 16?" a professora fez uma pergunta importante: "Faz sentido, Teri?" Ao formular esta pergunta a professora permitiu a Teri continuar a discutir as ideias de Casey com ele. Por outras palavras, incentivou Teri a colocar mais uma questão a Casey. Ao mesmo tempo, a professora Jones ajudou Casey a ter em conta a pergunta de Teri e sugeriu como poderia o aluno aprofundar a sua explicação sobre o porquê de ter adicionado 1 ao 15. Desta forma, a professora facilitou uma discussão em que os alunos tiveram oportunidades tanto de explicar as suas ideias como de responder a questões dos colegas. Estes também contribuíram para a discussão ao colocarem perguntas de esclarecimento, ao apresentarem desafios ou ao explicarem e justificarem as ideias de outros.

A importância do papel da professora Jones durante estas discussões não pode ser exagerada. Focou-se em diversos aspectos do raciocínio dos alunos e continuou as conversações com diferentes alunos de formas diferentes (NCTM 2000, p. 125). Em particular, reconheceu pontos que os alunos não perceberam e tornou as suas questões e comentários o centro da discussão. Também permitiu que os alunos colocassem perguntas no seguimento de intervenções de colegas e deu a estes alunos a oportunidade de responderem. Incentivou os alunos a continuarem a raciocinar; à medida que discutiam as ideias uns dos outros. Além disso, ao encorajá-los a partilharem as suas ideias, comunicou aos seus alunos que as suas ideias são importantes. Os alunos contribuíram explicando as suas ideias; por isso, também eles ajudaram a conversação a progredir. Neste sentido, a professora Jones e os seus alunos estabeleceram conjuntamente como e quando comunicar ideias (Yackel e Cobb 1996; Hiebert et al. 1996).

Envolvimento na argumentação matemática: algumas reflexões finais

Uma questão mais geral é a relação entre o raciocínio em que os alunos se envolvem enquanto trabalham individual-

mente e o raciocínio que acontece durante as discussões na turma. As crianças devem ter oportunidades para raciocinar individualmente sobre problemas, isto é, para se convencerem a eles próprios enquanto resolvem problemas. Devem ter tempo para desenvolver argumentações em que explicam e justificam os seus métodos de resolução. À medida que resolvem problemas, podem fazer perguntas a si próprios, tais como "Porque é que eu posso usar esta abordagem e não outra? Que informação posso usar para me ajudar a resolver este problema? Posso resolver o problema de mais de uma maneira? Há abordagens 'mais fáceis' ou mais eficientes?" Permitir que os alunos raciocinem individualmente, ajuda-os a compreender como partilhar, explicar e justificar as suas ideias durante as discussões na turma. À medida que contribuem para estas discussões, contribuem em parte para fazer avançar as ideias matemáticas que são conjuntamente partilhadas por todos os participantes. Esta relação é ilustrada na figura 1. A seta mostra como é que o pensamento e o raciocínio individual de cada aluno contribui, em parte, para ajudar todos os alunos a desenvolverem formas partilhadas de comunicar e de raciocinar matematicamente.

Além disso, à medida, que os alunos acordam formas de comunicar e de raciocinar matematicamente durante discussões com toda a turma, também motivam os seus colegas a considerar as suas ideias, isto é, a convencerem-se a si próprios relativamente a ideias de outros. Quando tal acontece, podem começar a usar estas ideias quando trabalham individualmente. Assim, enquanto os alunos desenvolvem formas partilhadas para raciocinar como uma turma, também se auto-ajudam a raciocinar autonomamente sobre novas ideias. Esta relação é ilustrada na figura 2 pela seta invertida.

Claro que estas relações são dinâmicas; acontecem simultaneamente durante o ensino. Esta relação dinâmica é ilustrada pelas setas que apontam em ambos os sentidos (ver figura 3). Regressando à discussão anterior sobre a importância de raciocinar ou de se convencer a si próprio, e de desenvolver significados partilhados, a seta representa as oportunidades de aprendizagem que podem ocorrer durante este processo. A relação entre o raciocinar individualmente e estabelecer significados partilhados com os outros é verdadeiramente essencial.

Observações finais

Ajudar os alunos a explicarem e a justificarem as suas ideias, isto é, a argumentarem sobre os seus métodos de resolução, pode tornar o trabalho do professor, por vezes, estimulante e

exigente. Em algumas situações, os alunos podem não saber apresentar argumentos matemáticos aos colegas. Por exemplo, os alunos nem sempre sabem que palavras usar, especialmente se as suas ideias são novas ou não estão completamente desenvolvidas. Além disso, podem não saber como lidar com desafios, nem como colocar perguntas que requeiram um esclarecimento. O professor deve monitorizar continuamente a discussão, enquanto dá aos alunos oportunidades para desenvolverem formas de raciocinarem uns com os outros.

Os alunos colhem muitos benefícios de raciocinar matematicamente. Frequentemente desenvolvem ou melhoraram as suas ideias, enquanto explicam e justificam o seu pensamento. De uma forma mais geral, ao permitirem que os alunos expliquem e justifiquem as suas ideias, os professores ajudam-nos a desenvolver predisposições para a matemática. Os alunos começam a ver a actividade matemática não só como a obtenção de respostas correctas ou a utilização e descrição de procedimentos rotineiros, mas também como a exploração de ideias matemáticas. Com o apelo para delinear novas abordagens educativas que apoiem a construção de sentido matemático pelos alunos, ajudá-los a verem-se a si próprios e a outros como pensadores matemáticos, parece ser um importante ponto de partida.

Notas

¹ Por nos parecer que é mais simples compreender o raciocínio da criança a partir das suas palavras, apresentamos o texto original correspondente a "Se pegarmos neste 1 e o adicionarmos ao 30 para fazer 31, é o mesmo que quando fazemos menos, só que temos um número maior em 1": "If you take that 1 and add it onto the 30 to make 31, it's just when you minus you just have 1 higher number".

² A palavra *proof* foi traduzida por prova.

Referências

- Cobb, Paul, Terry Wood, and Erna Yackel. "Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom Practice." In *Contexts for Learning: Sociocultural Dynamics in Children's Development*, edited by Ellice A. Forman, Norris Minick, and C. Addison Stone, pp. 99–119. New York: Oxford University Press, 1993.
- Hiebert, James, Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Karen Fuson, Pict Human, Hanlic Murray, Alwyn Olivier, and Diana Wearne. "Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics." *Educational Researcher* 25 (May 1996): 12–21.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 2000.
- Yackel, Erna, and Paul Cobb. "Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics." *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (1996): 458–77.

Tradução: Rita Zurraba

Revisão: Ana Luísa Paiva



Raciocinar em... Desporto

Para que lado pontapear a bola?

Um guarda-redes num *penalty* opera com probabilidades e, tanto quanto possível, condiciona as opções do marcador da penalidade, o que aumenta a probabilidade de antecipar correctamente o lado para que a bola é pontapeada. Do outro lado passa-se exactamente o mesmo, mas em sentido contrário. Este jogo fascinante passa-se em pouquíssimos segundos e a probabilidade de a bola ser colocada num ponto é o resultado de decisões de sentido contrário, que antecipam outras decisões impossíveis de prevêr. No desporto moderno, sobretudo no que envolve competição entre jogadores, raciocinar é tomar decisões, em processos dinâmicos de alta complexidade, severamente constringido pelo tempo. Por isso nos é tão fácil tomar decisões enquanto espectadores, sobretudo depois do acontecimento.

João Barreiros [Professor]
Faculdade de Motricidade Humana, UTL