

## Para este número seleccionámos...

Apesar da vulgarização do uso das calculadoras no nosso quotidiano, a instituição escolar portuguesa tem persistido, na melhor das hipóteses, em ignorar a sua existência. E digo na melhor das hipóteses porque, em alguns anos de escolaridade, chega a proibir o seu uso.

Noutros países, a polémica gerada em torno da utilização das calculadoras ainda não se extinguiu, sobretudo quando estão envolvidos alunos do ensino elementar. Contudo, numa meta-análise publicada em Março de 1986, na revista **Journal for Research in Mathematics Education**, Ray Hembree e Donald Dessart, depois de terem analisado 79 estudos diferentes, concluíram que: (1) quando usam calculadoras em testes, os alunos obtêm melhores resultados do que quando usam papel e lápis, quer se trate de efectuar operações aritméticas básicas, quer se trate de resolver problemas; (2) os alunos que usam calculadoras revelam atitudes mais positivas relativamente à Matemática do que aqueles que o não fazem; (3) o uso das calculadoras pode, mesmo melhorar o desempenho dos alunos tanto na execução de operações com papel e lápis, como na resolução de problemas (excepção feita relativamente aos sete estudos que envolviam alunos do quarto ano de escolaridade, em que o efeito médio era negativo).

Segundo aqueles investigadores, a questão não está em se as calculadoras devem ser usadas, mas, antes, em como devem ser usadas.

No artigo que seleccionámos para este número e que foi publicado no **1989 NCTM Yearbook — New Directions for Elementary School Mathematics** — Barbara Reys sugere algumas actividades que podem promover o desenvolvimento do raciocínio e de estratégias de resolução de problemas, a compreensão de conceitos e a sua aplicação.

(Leonor Moreira)

## A calculadora como uma ferramenta para o ensino e a aprendizagem

Barbara J. Reys

Muito tem sido dito e escrito sobre o papel da calculadora na aula de Matemática. Grande parte da investigação conduzida nos últimos quinze anos, sobre este tópico, restringiu-se a aspectos restritos. A situação é, claramente, descrita por Hembree e Dessart (1986, p. 84): “Muita investigação incidiu sobre a probabilidade de as calculadoras prejudicarem a aquisição de competências básicas, mas pouco esforço foi feito no sentido de melhorar o desempenho dos alunos através do uso sistemático de calculadoras”. Contudo, actualmente, a investigação, o diálogo profissional e a prática na sala de aula começam a colocar questões a respeito do papel da calculadora no ensino, na aprendizagem e na avaliação. E, mais importante, como é que usar a calculadora como uma ferramenta de cálculo pode alterar a ênfase no currículo e os métodos de ensino?

### Mudanças nos métodos de ensino

Neste artigo, exploram-se as mudanças nas abordagens e métodos de ensino, associadas ao uso das calculadoras. As mudanças curriculares são exploradas por Coburn noutro capítulo deste *yearbook*.

A premissa básica desta discussão é que: *o uso da calculadora como ferramenta de cálculo proporciona, a professores e estudantes, o tempo necessário para*

*focar o esforço e a concentração dos estudantes na compreensão conceptual e no pensamento crítico.* Diversas actividades ilustrarão formas de usar a calculadora para atingir estes novos objectivos.

### Incidência na compreensão conceptual e no pensamento crítico

Imagine-se um professor do quinto ano de escolaridade. O objectivo da sua aula de Matemática é a introdução do conceito de *média*. Quando as ferramentas de cálculo disponíveis eram só o papel e o lápis, os alunos perdiam muito tempo adicionando grandes listas de números e fazendo divisões, para calcular a média. Muitas vezes, devido ao excessivo tempo e esforço dispendidos nos cálculos (e pesquisa de erros), a atenção da actividade desviava-se do objectivo. Consideremos as alterações que a calculadora pode introduzir: uma vez que todos os cálculos podem ser feitos pela calculadora, os alunos podem concentrar-se no conceito em questão, desligando-se do cálculo repetitivo e enfadonho. Surgirão ainda erros de cálculo (muitas vezes relacionados com o uso das teclas), mas refazer os cálculos já não é aborrecido, deixou de ser uma tarefa desagradável para os alunos. Para o professor, esta forma de abordagem disponibiliza tempo adicional útil, para que o conceito

adquirir significado para os alunos, ajudando, pois, a reter o seu interesse. Com o recurso à calculadora, pode-se, por exemplo, considerar uma variedade maior de exemplos, utilizando diferentes tipos de dados e analisar conjuntos de dados mais directamente ligados a situações da vida real. Os primeiros dados podem ser fornecidos pela própria turma, e explorados (ex: Qual é a altura média dos alunos da turma? O tamanho médio de uma família? O *score* médio da equipa de basquetebol da Escola?). Neste exemplo, a atenção incide directamente na compreensão do conceito de média e muito pouco no simples cálculo da média.

Muitos outros tópicos e conceitos podem ser tratados mais profundamente remetendo os cálculos rotineiros para a calculadora — percentagens, manipulação de fórmulas, resolução de problemas — são, apenas, alguns deles. Tradicionalmente, estes tópicos são considerados “incómodos”. São reconhecidos como “difíceis de ensinar” pela maioria dos professores veteranos, devido ao facto de envolverem bastantes cálculos. Deveria ser alertado que, simplesmente permitir o uso das calculadoras nas aulas, não resolve todos os problemas. De facto, estes tópicos são complexos, e exigem algum tempo para serem plenamente desenvolvidos. O valor do uso da calculadora, provém do facto, de permitir que os alunos centrem a atenção directamente nos conceitos em causa.

### Novas formas de desenvolver velhos tópicos

O poder de cálculo da calculadora também *permite ao professor abordar e desenvolver tópicos sob novas formas*. Considere-se, por exemplo, a área de um triângulo. Suponha que desenvolveu, já, a fórmula que permite calcular a área de um triângulo. Pretende que, em seguida, os alunos usem a fórmula com vários tipos de triângulos. Considere-se, então, a actividade 1.

**Actividade 1:** Explorar a área de um triângulo  
Dê a cada aluno uma cópia de um triângulo. Peça-lhes que calculem a área do triângulo. Terão que:

1. Decidir qual o lado a usar como base.
2. Medir a base.
3. Identificar e medir a altura.
4. Usar a fórmula com as medidas obtidas.

Peça, depois, aos alunos, que calculem a área do triângulo considerando, como base, cada um dos restantes lados do triângulo.  
Comparar as medidas da área.

Os principais objectivos desta actividade são os seguintes:

- \* praticar o uso da fórmula (usam a fórmula três vezes para o mesmo triângulo);
- \* ter oportunidade de praticar medições (o que realça a eficiência do sistema métrico);
- \* valorizar o rigor na medição (os três valores aproximados da área terão, apenas, o rigor que tiverem as medidas);

- \* reforçar o significado de base e de altura de um triângulo;
- \* proporcionar a discussão da noção de erro nas medições.

Esta actividade é valorizada quando os alunos utilizam a calculadora para executar os cálculos. De facto o uso da calculadora promove maior rigor nas medições, já que os alunos não são penalizados nos cálculos por terem sido exigentes na medição. Mais uma vez, a calculadora é usada como uma ferramenta permitindo que mais tempo e energia sejam dispendidos na compreensão dos conceitos em jogo. É evidente que a actividade podia ser desenvolvida sem calculadora, mas os alunos passariam a maior parte do tempo a fazerem cálculos enfadonhos. O uso das calculadoras deixa-lhes tempo para explorar, comparar e experimentar.

### Explorando estratégias de resolução de problemas

A calculadora, também, *promove a exploração natural de estratégias de resolução de problemas e a aplicação de processos intuitivos*. O problema, que se segue, foi recentemente apresentado numa aula do sexto ano de escolaridade:

Quero comprar uma bicicleta que custa 11 500\$00 mas, de momento só disponho de 10 300\$00. Tenho um plano para economizar 80\$00 por semana.

Daqui a quantas semanas terei dinheiro suficiente para comprar a bicicleta?

A intenção era que os estudantes constatassem que mesmo que tivessem uma calculadora, a solução do problema já estava achada mesmo antes de começarem a usar a calculadora. Esperava-se que os alunos abordassem o problema de uma forma padronizada: subtrair 10 300 a 11 500 para determinar a quantia em falta e, depois, dividir a diferença por 80 para determinar o número de semanas. Como as abordagens ao problema foram discutidas, tornou-se óbvio que muitos alunos tinham usado uma abordagem diferente, precisamente uma abordagem que a calculadora facilitava. Um aluno descreveu a sua estratégia de resolução da seguinte forma: “Introduzi 10 300 na calculadora, depois pressionei + 80 =. Então, limitei-me a ir pressionando a tecla = (adicionando, sucessivamente, 80) até obter 11 500, contando o número de vezes (semanas) que foi necessário adicionar 80.” Neste caso a calculadora permitiu que o aluno explorasse uma abordagem obviamente intuitiva.

### Gerando dados

*O poder da calculadora para gerar, rapidamente, muitos exemplos, pode ajudar os alunos a desenvolverem a compreensão conceptual.*

Da mesma forma que as crianças do primeiro ano de escolaridade desenvolvem a compreensão dos números inteiros, através de uma grande variedade de actividades de contagem, os alunos mais velhos também deviam

explorar os decimais com actividades de contagem. Muitas das calculadoras mais baratas têm a possibilidade de adicionar uma parcela constante accionando sucessivamente a tecla =, característica esta que é usada na actividade 2.

**Actividade 2:** Contar com decimais

Propor aos alunos que teclem, sucessivamente, 0 + 0.1 e que continuem a pressionar a tecla = dizendo os números antes de eles aparecerem (uma décima, duas décimas, três décimas, etc.). Observe o que acontece quando os alunos atingem 0.9 — qual é o próximo? Muitos alunos dirão “dez décimas”. Aproveite esta oportunidade para realçar as diferentes representações de dez décimas (como fracção e na forma de 1). Os alunos devem continuar esta actividade, contando alto e passando por vários números inteiros.

A seguir pedir-lhes que digam os nomes dos diferentes números que aparecem ao adicionar, sucessivamente, 0.01. O que é mais rápido, contar até 10 de décima em décima ou contar até 1 de centésima em centésima?

Os principais objectivos desta actividade são os seguintes:

- \* reforçar a relação entre 0.01, 0.1 e 1;
- \* proporcionar aos alunos a oportunidade de obterem imediato *feedback* ao preverem cada um dos números;
- \* proporcionar a oportunidade de identificar padrões no sistema de base dez e “ouvir” esses mesmos padrões.

A possibilidade da calculadora proporcionar *feedback* imediato pode ajudar os alunos a desenvolverem a compreensão da multiplicação, quando um dos factores é próximo da unidade (maior ou menor). É esse, precisamente, o objectivo do jogo do ALVO (actividade 3). Só é necessária uma calculadora especial, associada a um retroprojector.

Os alunos divertem-se e aprendem ideias muito valiosas acerca de números próximos da unidade e da forma como eles afectam a multiplicação por números inteiros.

**Actividade 3:** Explorar factores próximos da unidade

Dê aos alunos um intervalo como ALVO — por exemplo, 2000-2100 — e um valor de partida — digamos 36.

Introduza 36 na calculadora, pressione x, e peça um voluntário para estimar um factor que, multiplicado por 36, conduza a um produto dentro do intervalo. Segue-se um exemplo de como o jogo pode decorrer:

60 (diz o aluno).

$36 \times 60 = 2160$  fora do intervalo, por excesso.

O ponto de partida é, agora, 2160. Por que número deverá ser multiplicado 2160 para obtermos um produto que caia dentro do intervalo?

Experimente 0,9.

$2160 \times 0.9 = 1944$  fora do intervalo, por defeito.

O ponto de partida é, agora, 1944. Por que número deverá ser multiplicado 1944 para obtermos um produto que caia dentro do intervalo?

Experimente 1,05.

$1944 \times 1,05 = 2041,2$  aí temos!

A calculadora pode, rapidamente, gerar dados para serem analisados. A possibilidade de trabalhar com uma parcela constante pode ser usada na actividade 4 para os alunos estudarem padrões e iniciarem o desenvolvimento da noção de múltiplo.

**Actividade 4:** Padrões de contagem

Dê a cada aluno, ou par de alunos, uma calculadora e uma folha de registos com quatro quadrados de 10 x 10 com os números de 0 a 99.

Os alunos, usando a característica da parcela constante, contam de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4, ...

Em cada contagem, os alunos assinalam, na folha de registo, os números obtidos.

Um exemplo de extensão desta actividade consiste em os alunos usarem o mesmo quadrado de registo para assinalarem, a amarelo, os números obtidos quando contam de 3 em 3 e, de azul, os números obtidos quando contam de 4 em 4. Quais são os números que ficaram pintados de verde (combinação do amarelo com o azul)?

Um outro exemplo de como a calculadora pode ajudar na exploração de um conceito, gerando muitos exemplos, é no desenvolvimento do conceito de raiz quadrada (actividade 5).

**Actividade 5:** Desenvolver o conceito de raiz quadrada

Usando uma calculadora simples, de preferência sem a tecla da raiz quadrada, os alunos têm de procurar a raiz quadrada de 7569. A estratégia será de “adivinhar e testar” até encontrarem a raiz quadrada. Encoraje os alunos a seguirem pistas do tipo: se a raiz for inteira, então o algarismo das unidades só pode ser 3 ou 7.

Os alunos farão, provavelmente, várias tentativas antes de encontrarem a raiz quadrada. Esta exploração é valiosa e reforça o conceito. Cada vez que uma tentativa é testada, esse número é introduzido na calculadora e multiplicado por si próprio, reforçando, assim, o conceito de raiz quadrada.

## Sumário

A calculadora é um poderoso auxiliar da aprendizagem. O seu potencial é grande e ainda não foi totalmente explorado, nem no desenvolvimento de conceitos, nem no desenvolvimento de atitudes positivas e de persistência na resolução de problemas. Como referido no NCTM's *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, “o uso reflectido e criativo das calculadoras melhora extraordinariamente a qualidade do currículo e da aprendizagem das crianças” (1987, p.21). Não podemos perder de vista o principal objectivo do ensino da Matemática: desenvolver a compreensão conceptual das ideias matemáticas. A calculadora pode ajudar a atingir este objectivo se tirarmos partido do seu poder de cálculo.