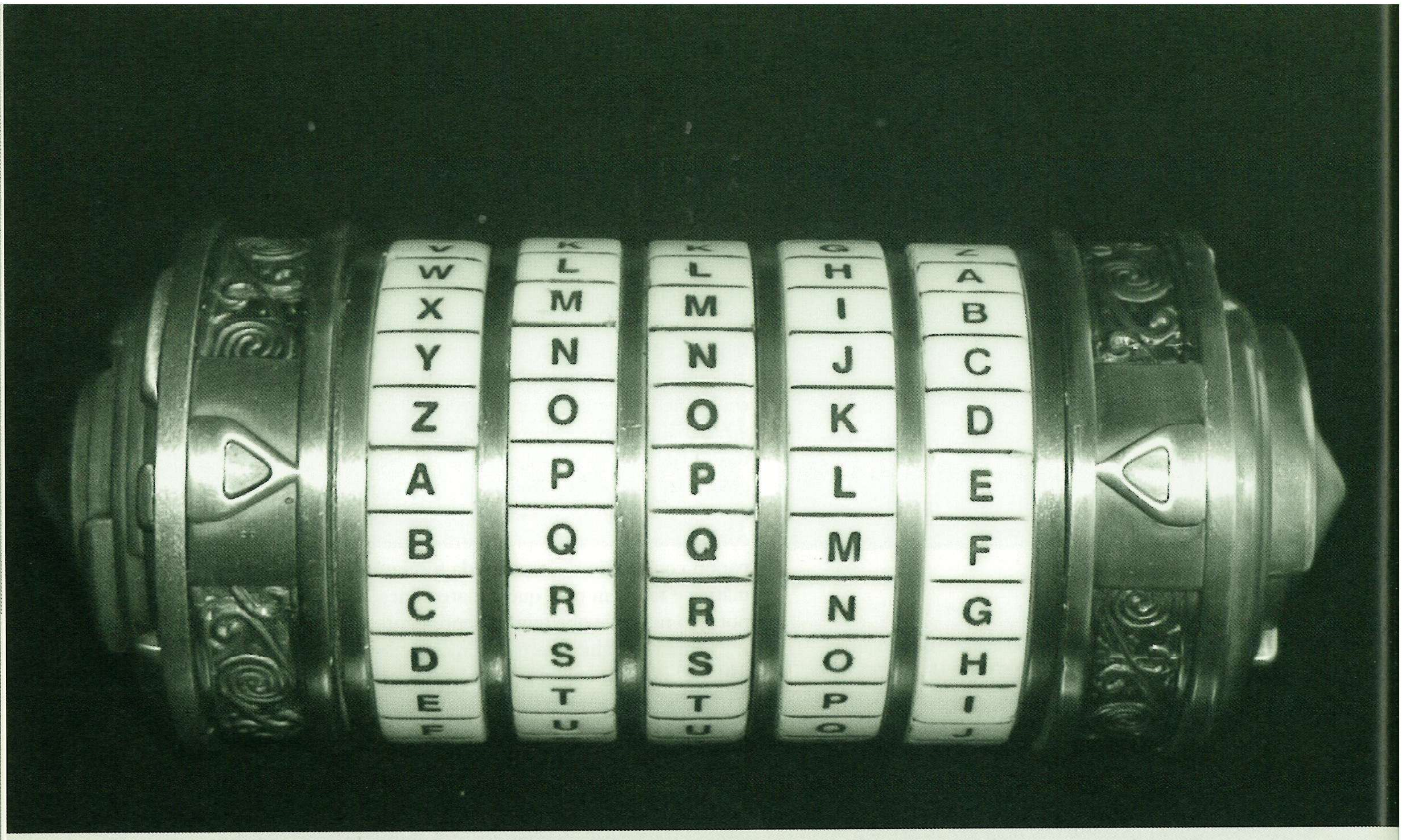

Ler e Resolver Problemas

Luciana Pereira de Brito

Como professora, que avalia também através de testes/exames, observo nos alunos algumas estratégias de resolução: há aqueles que mal recebem o enunciado folheiam a prova por um todo, começando pelas questões onde se aplica o conteúdo que trazem mais latente na memória a curto prazo; outros apenas folheiam para conhecer o tamanho da prova e identificar o grau de dificuldade, e começam pela primeira questão. Após a leitura de um enunciado, apresentam uma resposta (ou esboçam algum raciocínio) se o mesmo despertou algum tipo de compreensão, ou avançam para a questão seguinte. Findas as questões, voltam ao início da prova à procura das questões em branco e fazem uma leitura mais atenta, até ao *nível máximo de concentração*[1] que cada um consegue imprimir à leitura em função dos conhecimentos ou capacidades que o leitor possui e que a leitura desperta. E gerindo o tempo: analisando e por vezes corrigindo as respostas dadas em outras questões.

Dito de outra forma, no resultado de um inocente exercício de deleite (esquema 1).

```
Se faltam mais de X minutos para acabar a prova então
    {Para i=1 até nível máximo de concentração
        {Para n=1 até nº da última questão
            {Se a questão n ainda estiver por responder então
                {Ler o enunciado da questão com concentração de nível i
                Apresentar resposta mediante a compreensão processada}
        n=n+1}
    i=i+1}
Se a prova acaba dentro de X minutos então
    {Para n=1 até nº da última questão
        (Hipótese 1) {Se a questão n foi respondida então
            {Ler o enunciado da questão
            Ler resposta e corrigir se necessário}
    n=n+1}
```

Esquema 1.

O processo trunca quando o tempo acaba, e tudo depende da variável "X = tempo disponível" e das características dos alunos: alguns preferem não deixar nada em branco e esboçar uma resposta qualquer; outros, quando sabem que só lhes restam mais 5 minutos com a prova, preferem nem começar a ler uma questão que deixaram em branco e rever com muita calma as respostas dadas às outras questões (hipótese apresentada no algoritmo). Outros não revêem nada e muito antes do fim do tempo (1 ou 2 de nível máximo de concentração?) já viraram a prova e relaxaram: "Já acabei". Fizeram o que sabiam, entendendo-se por "o que sabiam" o conceito ou processo matemático que a leitura lhes despertou.

Segundo o GAVE, nos Resultados do Exame de Matemática do 9° ano de 2005, 79% dos alunos não obtiveram classificação positiva, sendo que 25% deixaram em branco as questões de Resolução de Problemas.

Excluindo as hipóteses do tempo da prova ser curto e dos problemas terem sido mal formulados/enunciados, uma conclusão que retiro é a de que nossos alunos têm dificuldades em resolver problemas que lhes são apresentados por escrito. Se um problema se diz matemático envolverá um raciocínio lógico-matemático para a sua compreensão e resolução. Se 25% dos alunos nem sequer tentaram resolver os problemas, o nível máximo de concentração dos nossos alunos não é suficiente para a compreensão dos enunciados e esboço de algum raciocínio: a sua leitura não despertou conhecimentos adquiridos ou, de facto, não os adquiriram. Ou, ainda, não souberam como passar para o papel os seus raciocínios.

Inerente a esta conclusão coloca-se aos professores, pelo menos um problema:

Como ensinar os nossos alunos a resolver problemas que lhes são apresentados por escrito?

E, meta-cognitivamente falando, não temos conseguido resolvê-lo.

As discussões filosóficas — análise das variáveis, o que é pedido, quais são os dados disponíveis — têm-se conseguido com muito mérito em várias partes do mundo.

A solução não me parece estar à vista: é um problema aberto. Aberto demais, tão aberto quanto os portões da escola, o seu papel, as muitas exigências a que se sujeitou e as poucas a que sujeita os alunos. Os portões da escola devem estar abertos, sim, mas todos devemos entrar e sair de forma organizada, num equilíbrio entre as verdadeiras necessidades e as soluções que verdadeiramente podem ser oferecidas.

Não tenho, portanto, a menor pretensão de aqui apresentar uma solução. Mas como professora, que supostamente resolve (vários) problemas, pareceu-me interessante adoptar o método de Pólya: após identificá-lo, pesquisei um pouco mais para o compreender melhor e aqui apresento um pequeno ensaio sobre uma variável deste problema que me parece de grande importância.

A leitura

Segundo Foucambert (citado por Mônica Garcia Barros em *As Habilidades de Leitura: Muito Além de Uma Simples Decodificação*), "ler é funcionar como uma agulha de um gira-discos que transforma vibrações de um certo tipo em sinais de um outro tipo". E parece-me que nossos alunos têm dificuldades em resolver problemas escritos pois a agulha está torta, ou não têm a sensibilidade para apreciar a melodia que ela produz.

Segundo Cabral (citado no mesmo artigo), "a habilidade de leitura não se resume a descodificar, traduzindo isoladamente sílabas ou palavras em sons. A boa leitura deve passar pelas seguintes etapas:

1° Descodificar;

2° Compreender;

3° Interpretar, e

4° Reter."

A minha infeliz experiência indica-me que alguns alunos em Matemática lêem o enunciado de um problema seguindo com os olhos (da esquerda para a direita) as palavras à procura de um número ("logicamente, a aula é de Matemática e não de Português"). Se a calculadora estiver à mão pois digitam-no. Seguem o enunciado à procura de outro número. Pensam na matéria que estiveram a "dar"... fazem então uma soma, ou produto. Ou seno, ou raiz quadrada, qualquer coisa que tenham aprendido nas últimas aulas. Já está, o resultado é a resposta ao problema, "fizeram o que sabiam". Como apresentar um triângulo rectângulo conhecidas as medidas dos catetos, e pedir "determina a área". Se o teorema de Pitágoras foi o último conteúdo abordado pois bem certo que esses alunos apresentarão como resposta à área o comprimento da hipotenusa. ("logicamente, a última vez que vi um triângulo rectângulo foi para calcular a medida de um cateto ou hipotenusa, e aqui é a da hipotenusa"). Os mesmos alunos tinham trabalhado algumas semanas atrás na determinação da área de um triângulo, com sucesso. Mas aqui não leram o enunciado. Descodificaram-no de forma primária, numa simples identificação visual e recurso à memória de curto prazo.

Quando esta não é suficiente para aceder ao conceito ou algoritmo que decoraram pois perguntam frequentemente "o que é para fazer aqui". Não compreenderam o que leram pois descodificaram as letras em palavras mas não reconheceram significado matemático em "área". "Aquilo do base vezes altura" teria sido a ajuda mais (des)esperada: um processo que interiorizaram por mecanização, deixando claro que, afinal, não houve sucesso na interiorização do conceito.

Aqui há tempos surgiu numa aula de 8° ano, na sequência dos casos notáveis da multiplicação, um exercício que pedia que se simplificasse a expressão $(x+1)^2-(x-3)^2$.

Todos os alunos haviam demonstrado na aula anterior dominar a técnica do desdobramento do quadrado de 1 binómio, mas nenhum foi capaz sequer de começar o exercício. Porquê? Porque não foram capazes de descodificar o enunciado: o sinal de – separa 2 quadrados de binómios, por isso ele pede que se desdobre o quadrado de 2 binómios, e que depois se determine a diferença entre os desdobramentos. Se o enunciado fosse 1^2-3^2 assim o teriam feito conhecidas que são as prioridades das operações: primeiro o cálculo das potências, depois a diferença entre os seus valores.

Quando lhes é apresentado um enunciado do tipo "completa as lacunas" alguns alunos descodificam-no e apenas perguntam "o que quer dizer *lacuna?*" Outros tentam resolver esse problema, e observam o resto da questão. Descobrem o que é *lacuna*. *Lacuna* é palavra que muitos desconhe-

cem, uma também das muitas lacunas de nossos alunos, o domínio do vocabulário da língua materna. Outros, infelizmente muitos, voltam a perguntar "o que é para fazer aqui?". Outros não perguntam: simplesmente deixam a questão em branco ou procuram inspiração no teste do lado.

No 9° ano os alunos compreendem por simples observação e intuição que, numa circunferência, duas cordas paralelas definem dois arcos iguais. Se tal lhes for dito, tal como nos manuais, da forma "Arcos compreendidos entre duas cordas paralelas têm a mesma amplitude" muitos esbarram no Português e não descodificam os "arcos compreendidos entre". "As cordas paralelas é que têm a mesma amplitude" (!), logo desenham duas cordas paralelas e iguais.

Após descodificar, o aluno deveria captar o sentido do enunciado lido: saber do que se trata, compreender o que se pretende e ser capaz de explicá-lo por suas palavras. Para tal, as respostas podem ser encontradas literalmente no próprio texto ou escritas de outra forma, mas estão explícitas no texto. Como num longo enunciado, identificar os dados e saber dizer exactamente qual a questão que ele levanta.

No entanto, "a compreensão só ocorre se houver afinidade entre o leitor e o texto; se houver uma intenção de ler, a fim de atingir um determinado objectivo". (Menegassi, R. J.; Calciolari, citação de Mónica Barros)

Há essa intenção quando o aluno domina pelo menos razoavelmente os conteúdos matemáticos, e o objectivo a atingir é decifrar qual deles utilizar. Nessa tentativa de decifrar o aluno aumenta o seu nível de concentração[2].

Também há essa intenção e esse esforço de concentração quando o aluno está motivado e atribui importância ao objectivo, por exemplo na consequência para a sua vida escolar da classificação no teste. Daqui concluo, numa análise mais profunda do problema inicial, que a motivação é outra variável crucial; no entanto, e pelas inúmeras complexidades que a ela são inerentes, deve ser tema para outro ensaio.

Na interpretação o aluno não encontra facilmente as respostas no enunciado, pois apenas com uma boa compreensão conseguirá interpretar informações que não estão escritas literalmente. Se um texto descreve um triângulo equilátero de perímetro 12 cm, a muitos alunos escapa a interpretação desta informação, e a consequente tradução para outra forma que melhor se adeqúe a uma estratégia de resolução do problema: é um triângulo com 3 lados iguais (cada um com 4 cm de comprimento) e 3 ângulos iguais (cada um de 60° de amplitude). Se o problema tem medidas em metros e centímetros, talvez seja importante fazer uma conversão, para melhor compreender os dados.

A fase da interpretação aplica-se não só ao enunciado como também à solução matemática obtida, na verificação da sua possibilidade no contexto do problema. Frequentemente aparecem respostas como "Podem ir ao cinema 2,7 pessoas.", ou "O João tem 55 anos e seu avô tem 20." Observo que, no rasgo de actividade cerebral que se faz quando o aluno pensa ter interpretado correctamente o enunciado, rapidamente passa para o papel a ferramenta matemática que julga necessária, e, "como estamos em Matemática", nessa satisfação esquece do resto.

Esse esquecimento acontece, a meu ver, porque o aluno não reteve as informações trabalhadas nas etapas anteriores (descodificação, compreensão e interpretação) de leitura do enunciado. Não armazenou as informações mais importantes na memória de longo prazo. Os que o fazem não esquecem durante a resolução do problema que a idade do João nunca pode ser maior que a do seu avô, pois interiorizam o que o texto diz, fazem analogias, comparações, um paralelo com o seu quotidiano e procedem às suas próprias análises críticas.

Esta falha no armazenamento na memória de longo prazo é regularmente verificada pelos professores, por exemplo quando os alunos demonstram já ter esquecido uma regra ou conceito trabalhado na semana anterior. Constata-se portanto que não foram compreendidos e trabalhados nas várias formas de interpretação. Os alunos não se apropriaram deles, não os retiveram. Registaram a lápis, não a caneta. Na memória a curto prazo.

Penso que há em muitos alunos uma angústia inerente à Matemática, que é tão maior quanto a ausência de hábitos de leitura e de trabalho e de pré-requisitos e, quanto menor for a sua compreensão. Tal como estudam História decorando, muitos alunos apropriam-se de conceitos e procedimentos matemáticos para uso directo, numa aplicação clara: *calcula*, *resolve*. Angustiam-se quando uma questão começa com "Considera a seguinte figura", porque esta frase não lhes pede para fazerem nada do que "estudaram": rapidamente perguntam "o que é para fazer aqui" antes de, tranquilamente, lerem o resto do enunciado. Tendo a Matemática uma linguagem própria, interiorizam não as suas traduções (que em muitos casos são de aplicação simples do dia-a-dia) mas o aspecto visual (numa observação algo superficial) dos seus conceitos e procedimentos. Observo assim que muitos alunos têm dificuldades em criar e manter actualizada essa base de dados visual da Matemática: confundem polinómios com equações, aplicam a Propriedade Distributiva sempre que vêem parênteses, "simplificam números" (!) tal como simplificam fracções, generalizam o uso do Teorema de Pitágoras a todo o triângulo que se pareça rectângulo.

Num texto que enuncia um problema, procuram números para fazerem contas, em muitos casos, sem significado. O aluno que não domina o conceito e os cálculos com fracções sua frio quando vê o denominador em $2 = x/4$. Quando traduzo de "Matematiquês" para Português digo apenas "2 é o resultado da divisão de um número por 4. Que número é esse?", pelo que o semblantes relaxam e a resposta surge de imediato. Apresento novos exemplos, variados, pedindo que façam o mesmo tipo de tradução. Talvez alguns alunos retenham esse conhecimento e atribuam daí para a frente novos significados a signos matemáticos antes arrepiantes.

Tento transmitir aos meus alunos que há aulas de matemática em que somos todos... mecânicos de automóvel. Conhecemos uma ferramenta nova: como funciona, e em que situações podemos utilizá-la. Nos momentos de avaliação pois chega um carro à oficina. *Como verificar o nível do óleo sem abrir o capô? Vamos usar um abre-latas para tal? Uma chave-inglesa para desaparafusar? Podemos desaparafusar 4 parafusos ao mesmo tempo? E depois, podemos deitar fora os parafusos? Será que o carro não anda porque, simplesmente, não tem gasolina???...*

Por exemplo, no exercício do quadrado do binómio, explico que $(a + b)^2$ é o parafuso apertado, e com a chave de fendas certa desaparafusa-se, obtendo $a^2 + 2ab + b^2$. Apresento-lhes vários parafusos apertados e desapertam-nos; vários desapertados e voltam a apertá-los. Em $(x + 1)^2 - (x-3)^2$ apercebo-me que se atrapalham com o aspecto, apetece-lhes martelar aquilo tudo com a chave de fendas. Muitos alunos martelam com o que tiverem à mão tudo o que se lhes aparece à frente.

"Calma. São apenas dois parafusos apertados. Vamos começar, um de cada vez. Mas não os deitem fora!"

Esta metáfora do mecânico tem servido para que alguns alunos desmistifiquem a Matemática e evoluam na sua capacidade de resolver verdadeiros problemas.

Outros, infelizmente, nem sequer a compreendem.

Ao compreenderem melhor as ferramentas os alunos apropriam-se melhor do seu uso, e mais facilmente a associam a um determinado raciocínio subjacente a uma parte de um problema, potenciando assim os seus níveis de concentração.

Claro, há ainda a outra angústia que advém do contexto de exame escrito. No silêncio da procura. Sem a voz conhecida de há 100 ou 120 aulas que traduzia e dava significado a muito do que estava escrito. Que dizia "atenção, isto não é uma equação, é um polinómio", ou "se cada rebuçado custa 0,2€ então por x rebuçados paga-se...? $0{,}2x$ €." ou apenas "*Considera a figura* significa que a deves ter em consideração, pois mais adiante são postas questões sobre essa mesma figura".

Têm que, sozinhos, descodificar e compreender, interpretar e reter, num espaço de tempo limitado.

Educar na verdadeira concepção é paradigmático: é ajudar o educando a não necessitar de nossa ajuda.

Se a escola, a formação e a avaliação passam e passarão em grande escala pelo registo escrito, essa autonomia não será conseguida enquanto o aluno não atribuir significado e for crítico em relação ao que lê.

Esse é o espírito pretendido. Como tal, partindo dos resultados do exame do ano passado, e da análise ao problema inicial que aqui apresentei deparo-me com outro: se os alunos têm que, sozinhos, descodificar, compreender, interpretar e reter informação escrita num tempo limitado, como ensiná-los a tal, num tempo também limitado?

E aqui jaz uma segunda variável: o tempo. O Professor, os alunos; a autonomia pretendida e o tempo disponível.

Em última análise, podemos comparar a situação do aluno frente ao exame com a situação do professor, hoje, frente a uma turma. Há várias questões a resolver, como vários tópicos a abordar. Os alunos folheiam a prova para a conhecerem e identificarem superficialmente conteúdos mais fáceis/difíceis; os professores fazem um diagnóstico das competências que os alunos revelam e que são necessárias para as aprendizagens a realizar. O nível máximo de concentração equivale ao nível máximo de aprofundamento que o professor imprime aos conteúdos a leccionar em função dos conhecimentos ou capacidades que os alunos possuem e que o conteúdo em si potencialmente desperta.

E há tempo limite para a realização de ambas as tarefas. E ambas dependem da motivação dos intervenientes.

Arrisco um cenário: no exame, os alunos leram os problemas 1, 2, quem sabe 3 vezes. Não os compreenderam. Olharam para o relógio, e para outras questões em branco. "Não insisto, este não sei fazer" ou "Vou escrever qualquer coisa e já está.". Avançaram para outras questões. Arrisco também dizer que assim fazemos nós, professores: planificamos leccionar um sem número de conteúdos num calendário rígido. Quando um número considerável de alunos finalmente começa a descodificar e compreender um conceito ou ferramenta matemática olhamos para o relógio, e para o resto do programa: "não insisto, eles têm muitas dificuldades em compreender os problemas. Traduzo o enunciado deste problema, resolvo-o e já está". E avançamos para novos conteúdos a, infelizmente, obrigatoriamente sumariar. Ficamo-nos pela criação e árdua manutenção da base de dados visual; ficamo-nos pelo "*calcula e resolve*".

Não temos tempo ou condições para um nível mais elevado de aprofundamento que, quem sabe até linearmente, poderia conduzir a níveis mais elevados de concentração nas leituras que propomos aos nossos alunos.

Costumo dizer aos meus alunos que para os ajudar na sala de aula podem contar com os colegas, comigo e com o autor do manual adoptado. Só que este não pode estar presente, e envia todos os seus conhecimentos pelo livro. Que quando proponho alguma actividade do livro é, na verdade, o autor que lhes está a falar. *Ouçam o que diz, percebam o que ele pretende. Façam-lhe perguntas, as respostas devem estar lá, é só saber procurá-las.*

Parece-me fundamental criar nos alunos essa intimidade com os livros, com o mundo de informação importante e interessante que ali está, escrita. E motivá-los para a escrita dos seus pensamentos, num silêncio de diário. Peço que escrevam composições sobre o que entenderam e não entenderam, gostaram e não gostaram, explicando os porquês. Como aqui fiz.

Há, pois, dado o nosso problema inicial e segundo Pólya, a necessidade de elaborarmos uma estratégia para a sua resolução que passe, dentre muitas outras situações, por ensinar os alunos a descodificar, compreender, interpretar e reter informação escrita, rentabilizando este processo ao longo de toda a escolaridade:

- Incutindo, desde o 1° ciclo, hábitos de leitura;
- Trabalhando continuamente, desde o 1° ciclo, a interpretação oral e escrita de textos escritos, sendo o papel do professor fundamentalmente de dinamizador de debate — compreensão, reflexão, formulação de hipóteses;
- Fomentando a expressão de ideias/opiniões, hipótese/conjecturas, na língua materna e em linguagem matemática;
- Trabalhando o significado da linguagem matemática, traduzindo e interpretando de forma oral e escrita textos de linguagem corrente para matemática e vice-versa.

Outras variáveis aqui surgiram, outras estratégias de resolução podem e devem ser implementadas.

Não sendo possível alterar o passado, o Plano de Acção para a Matemática que hoje implemento foca essencialmente esse problema: ajudar os alunos a resolver problemas. Pois, fundamentalmente, devem os professores (de)mo(n)strar que também são capazes de o fazer.

Notas

1 Para exemplificar o conceito de *nível máximo de concentração*: se me é apresentada uma frase em chinês, sendo esta uma língua sobre a qual não possuo qualquer conhecimento, não repetirei a leitura pois sei que não sou capaz de descodificar os símbolos, pelo que o nível máximo de concentração é 1. Em francês, apesar de não dominar de todo a língua, tentarei uma 2ª leitura, ou 3ª, ou 4ª em função do tempo de que disponho e da minha motivação, pois sei que posso encontrar algumas palavras que conheça e, a partir delas, tentar atribuir algum sentido à frase e assim responder à questão apresentada.

2 Em suma, o *nível máximo de concentração* depende em primeiro lugar da motivação do aluno para atingir o produto final, que é apresentar a resposta (que considera) certa ao problema que lhe é apresentado. Tentará concentrar-se mais se considerar que "vale a pena o esforço", numa complexa gestão da autoconfiança nas suas capacidades, do tempo disponível e da importância que atribui ao sucesso na tarefa naquele momento. A partir daí — da sua motivação — tentará aumentar o nível dessa concentração se sentir que tem sucesso na passagem para a etapa seguinte do processo de leitura: se após algumas leituras achar que descodificou tentará compreender, se acha que compreendeu tentará interpretar.

Luciana Pereira de Brito
EB 2,3 de António Feio