

# Aprendendo matemática sem pensar que o é: situações com alunos do 3.º ano\*

Carlos Miguel Ribeiro    Fernanda Joaquim    Ana Colaço

\* Este texto é um resumo de uma comunicação apresentada no XI Encontro Nacional — A matemática nos Primeiros Anos.

Neste artigo pretendemos apresentar duas situações em que os alunos desenvolveram actividades matemáticas, concretamente relacionadas com geometria, sem se aperceberem de que estavam a desenvolver competências matemáticas. Estas tarefas permitiram aos alunos explorar as simetrias e o *Origami* numa perspectiva bastante distinta daquela a que estavam habituados e contribuíram também para a construção de uma nova perspectiva face à matemática, deixando de a considerar como algo estático — produto acabado — e encarando-a numa perspectiva dinâmica — que se vai construindo.

Enquanto professores, uma das nossas competências é a de conseguir que os alunos adquiram/construam conhecimentos e aprendam a gostar de matemática. Indo ao encontro do que vem preconizado na Organização Curricular e Programas do 1.º ciclo (DEB, 1991a), como sendo uma das grandes finalidades do ensino da matemática, preparámos um conjunto de tarefas que considerámos motivadoras e potenciadoras de aprendizagens significativas. Estas foram preparadas de modo a que a resolução das consequentes actividades permitisse aos alunos desenvolver as capacidades de raciocínio, comunicação e resolução de problemas.

As actividades aqui descritas foram concretizadas por duas turmas distintas do 3.º ano, cujas professoras se encontram a frequentar o Programa de Formação Contínua em Matemática. Ambas as aulas foram gravadas em áudio, o que levou a que as professoras pudessem efectuar uma des-

crição/reflexão mais profunda e profícua contribuindo para um enriquecimento do seu portefólio e, como consequência dessa reflexão, também para uma tomada de consciência da sua postura enquanto profissionais. Apenas assim foi possível registar os comentários dos alunos em cada situação que se mostraram uma mais valia na descrição e reflexão sobre as tarefas implementadas.

Estas tarefas estão relacionadas fundamentalmente com reflexões (simetrias axiais) e com alguns conteúdos de geometria e de números e operações que se podem explorar na construção de *origami*. A necessidade de preparar um conjunto de tarefas relacionadas com as simetrias surgiu pois os alunos evidenciaram anteriormente imensas dificuldades na determinação da imagem de uma determinada figura (utilizando papel quadriculado), segundo um eixo de simetria vertical, pois a grande maioria efectuava translações. A exploração matemática do *Origami* surgiu como forma de mostrar aos alunos a presença da matemática para além daquela que se aprende na escola.

Por serem duas aulas distintas, apesar de terem em comum o denominador de os alunos considerarem não estar a abordar conteúdos matemáticos, e de modo a ilustrar mais claramente o percurso de cada aula, iremos referir-nos separadamente a cada uma delas. Iniciaremos pelas actividades de simetria e posteriormente as que se relacionam com o *origami*.

## As reflexões enquanto jogo

Esta tarefa foi proposta a uma turma de 23 alunos do 3.º ano e, como motivação e contextualização ao tipo de actividade matemática a ser desenvolvida, num momento anterior foi realizado um jogo, a pares. Comumente realizados no Pré-Escolar (DEB, 1997), este não era conhecido de nenhum dos alunos, e consistia na representação da sua imagem ao espelho. Durante esta actividade apenas foram focadas questões de lateralidade e proximidade/afastamento existentes entre as díades, (os alunos iam trocando de papéis), não tendo sido prestada qualquer atenção aos termos matemáticos empregues pelos alunos, nem ao rigor matemático da medição das distâncias.

## O desenrolar da actividade de simetrias

Esta actividade apenas foi possível realizar na sala de aula pois o chão desta era composto por mosaicos quadrangulares<sup>1</sup>. A sala foi disposta em U e colocada uma fita-cola castanha no chão da sala, ao longo das juntas dos mosaicos quadrangulares. Esta disposição permitiu que até os alunos que estavam no lugar participassem pois podiam corrigir as posições dos colegas.

A professora dialoga com os alunos, à medida que cola a fita-cola, de modo a despertar-lhes a curiosidade sobre a actividade e contextualizá-los no que iriam desenvolver. Os alunos associam a fita-cola a um espelho e ao falar em simetrias referem que é eixo de simetria.

Com a finalidade de que todos os alunos percebessem o que se pretendia, a professora assume a função de objecto inicial e um dos alunos desempenha o papel de reflexão. Esta actividade permitiu avaliar até que ponto os alunos compreenderam as relações existentes entre o original e a imagem e a maneira de identificar o local onde se situa cada um dos intervenientes — considerando o interior dos quadrados. (Esta foi já realizada numa turma do 1.º ano de escolaridade, mas “legendando” com uma folha o aluno que representa a imagem para que não ocorressem equívocos.)

Com a finalidade de poderem apropriar-se dos conteúdos que estavam a ser trabalhados, todos os alunos realizaram a actividade. Uma vez que o espaço disponível na sala não permitia que todos realizassem o jogo em simultâneo, fizeram-no quatro pares de cada vez, o que se revelou positivo, pois, desta forma, os restantes elementos da turma observaram o trabalho desenvolvidos pelos colegas e corrigiam, oportunamente, as suas falhas, o que permitiu uma tomada de consciência dos conceitos de distância, posição relativa e simetria conduzindo, deste modo, a uma efectiva construção de conceitos por parte de todos os alunos.

## Um problema improvável

Uma vez que todos os alunos, no papel de imagens, representavam, sem dificuldade o que era realizado pelo colega que se estava a “ver ao espelho”, foi então colocado um novo problema à turma. Foi pedido, a uma das alunas, que



Figura 1.

tem na altura o papel de original, que transponha, com um dos pés o eixo. Recorde-se que os alunos consideravam a fita-cola no chão como um espelho, evidenciando que não consideravam estar a efectuar uma actividade de matemática, mesmo após terem referido, no início da aula, que a fita-cola representava o eixo de simetria.

Professora: Veneta, passa lá o pé para o lado da Daniela.

Tiago: *Ai! Partiste o espelho!*

Valter: *Ela está a pisar o espelho...*

Gonçalo: *Professora, está mal! Partiu o espelho!*

Nesta altura gerou-se alguma confusão na aula. A aluna no papel de “reflexo” colocara o pé para trás, afastando-se do eixo, evitando a todo o custo, também ela, “partir o espelho” (figura 1).

Visto que era uma actividade completamente nova para eles, apesar de estar no seguimento de tudo o que estavam a fazer, obrigava a um entendimento perfeito do conceito de simetria; os alunos demonstraram uma enorme vontade de aprender a solucionar este problema e iam fornecendo oralmente algumas hipóteses de resolução. Algumas delas não estavam correctas, mas a professora, ao aceitar os contributos de todos os alunos e ao confrontar toda a turma com as opiniões dos colegas, leva a que todos participem, não se sintam inibidos com o facto de errarem, e utiliza o erro em prol das aprendizagens.

Professora: Então tomem lá atenção, Veneta colocou a perna direita assim (a atravessar o eixo), então a Daniela (o reflexo) ia pôr a perna dela onde?

Aluno: Eu sei!

Professora: Vai lá explicar Benjamin

Benjamim (pega na perna direita da colega): Tens de pôr esta perna para cá!

Professora: Estão de acordo com o Benjamin?

Daniela M.: Não, tem de ser a outra, para ficar também com a perna do mesmo lado a partir o espelho...

Professora: Então vem cá explicar o que é que a Daniela tem de fazer.

Daniela M (pega na perna esquerda da colga): A Daniela (imagem) tem de pôr esta perna para o lado de lá.

Professora: Em que quadrado?

Aluno: No mesmo que a Veneta mas do outro lado.

Os alunos sentiram alguma dificuldade em lidar com esta situação, o que aliás é normal, uma vez que o conteúdo matemático a que se refere a colocação do eixo de simetria nesta situação (cortando a imagem), apenas é parte integrante do programa do 9.º ano de escolaridade (DEB, 1991b).

Porém, a discussão, o diálogo e debate de ideias, e a utilização de uma estratégia de tentativa e erro, corrigido pelos próprios, permitiu que os alunos entendessem que a simetria exige sempre um movimento a partir do eixo e a aluna realizou, finalmente, o movimento correcto, atravessando o eixo no chão (partindo assim ambas o espelho).

Esta tarefa, apesar de, ou talvez por, ser considerada pelos alunos como não estando relacionada com matemática, proporcionou-lhes a oportunidade de construir, uns, e reforçarem, outros, o seu conhecimento e entendimento referente a simetrias.

Nas actividades seguintes — utilizando papel quadriculado — os alunos evidenciaram uma clara compreensão dos conceitos de simetria evidenciando o facto da actividade anterior ter sido efectivamente motivadora e promotora de aprendizagens, pois deixaram de efectuar translações e de se enganar na determinação das distâncias. Foi também efectuada uma introdução à localização de pontos no plano, sendo uma primeira abordagem ao conceito de coordenadas cartesianas.

### A construção do Origami e suas potencialidades matemáticas

A arte do *origami* — efectuar construções apenas dobrando papel — pode ser utilizada nas escolas de diversas maneiras, em particular na área da Matemática. De uma forma geral, e particularmente no 1.º ciclo, o processo de construção de *origami* permite abordar conteúdos como sejam as figuras geométricas — quadrados, rectângulos, triângulos — suas propriedades e relações entre eles, as noções de rectas paralelas, perpendiculares, ângulos, bissetriz, diagonal de um polígono, área de um rectângulo, de um triângulo, metade, terça parte, etc, cabendo ao professor seleccionar que conteúdos focar em cada situação específica. A sua construção permite ainda que os alunos aprendam a seguir e a dar instruções, analisar e ler esquemas, sendo também um possível ponto de partida para o estudo dos circuitos e caminhos.

Nas tarefas propostas pretendia-se explorar alguns dos conceitos geométricos referidos, ao mesmo tempo que os alunos construíssem uma caixa e um cão seguindo os esquemas fornecidos pela professora. Este conjunto de tarefas foi proposto a uma turma do 3.º ano de escolaridade, composta por 20 alunos de cinco nacionalidades (russa, moldava,

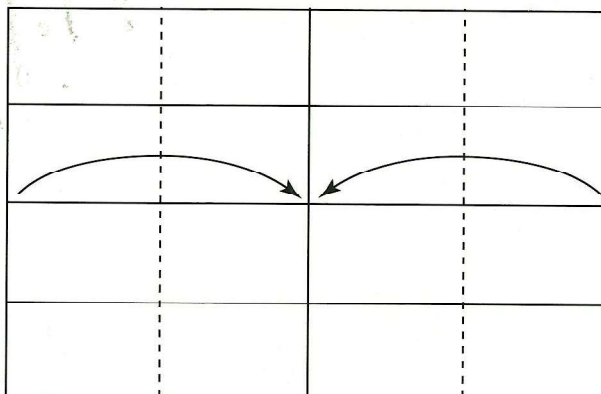


Figura 2.

ucraniana, irlandesa e portuguesa). Para a primeira construção, os alunos utilizaram uma folha rectangular e, na segunda, duas folhas quadrangulares de dimensões similares.

Os alunos trabalham sozinhos, mas uma vez que se encontram sentados em díades, sempre que têm alguma dúvida recorrem, em primeiro lugar, ao colega.

Esta tarefa foi preparada com o objectivo matemático primordial de abordar alguns temas geométricos, nomeadamente a classificação de alguns quadriláteros que se iriam obter aquando da construção dos *origamis*, bem como a classificação de triângulos e sua relação com os quadrados/rectângulos a partir dos quais alguns deles eram obtidos. Um outro tópico abordado relaciona-se com os conceitos de metade, quarta parte, dobro, quádruplo, ....

Através da leitura e interpretação dos esquemas por parte dos alunos, foi possível à professora efectuar uma avaliação construtiva dos conhecimentos que os alunos possuíam já sobre os temas focados.

### O processo de construção e algumas evidências

Seguindo o esquema, os alunos dobram, inicialmente, as folhas ao meio e, num segundo momento, dobram-nas em quatro partes iguais, segundo o comprimento, como se pode observar na figura 2.

Nesse processo a professora vai questionando os alunos sobre que tipos de figuras geométricas obtêm e qual a relação entre estas e a folha inicial:

Professora (mostra uma folha dobrada ao meio): *Antes tinha isto, que é o quê? Agora tenho isto, que é... (mostra a folha com cada metade dividida ao meio.)*

Vyatcheslav (Slava): *São duas iguais, é metade!*

Professora: *Todos concordam!*

Alguns alunos: *Não!*

Professora (mostrando as duas folhas — uma dividida ao meio e outra dividida em quatro partes iguais.): *O Slava diz que são iguais e que são metade, vocês dizem que não. Afinal, são iguais ou não?*

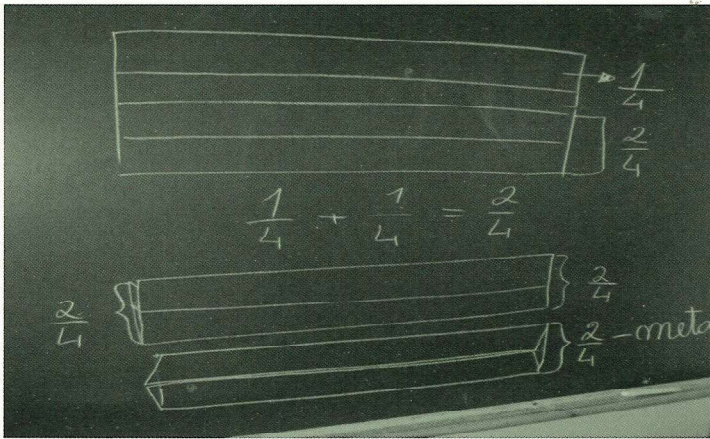


Figura 3.

Este momento de comunicação e de questionamento por parte da professora põe em evidência algumas das normas sociais e sociomatemáticas aceites e praticadas pela turma, revelando espírito crítico por parte dos alunos face às respostas apresentadas pelos colegas e que não têm qualquer pudor em reconhecer que não sabem ou que não estão de acordo com algum comentário/resposta fornecida.

De modo a clarificar esta situação os alunos sobrepuseram as duas dobragens, desempenhando as discussões e argumentações geradas por esta situação uma base para uma consolidação de conteúdos relativamente às relações entre unidade, metade e quarta parte.

Professora: *Quantas quartas partes tem a folha toda?*

Alunos: *Tem quatro.*

Professora: *Quantas quartas partes tem metade da folha?*

Alunos: *Tem duas.*

Professora (indica na folha dobrada): *Então isto [2/4] forma o quê?*

Slava: *Duas quartas partes mais duas quartas partes dá quatro quartas partes ( $2/4 + 2/4 = 4/4$ )*

O Slava, com o seu comentário, demonstra que interiorizou já perfeitamente a noção de metade e de equivalência de fracções, conteúdo apenas constante do programa do 5.º ano de escolaridade (DGEBS, 1991).

Para que todos os alunos pudessem partilhar efectivamente da contribuição do Slava, a professora representa no quadro a folha e respectiva divisão em quatro partes equitativas (figura 3).

De modo a possibilitar que os alunos cimentem estes conteúdos, a que relacionem estes conceitos, e a permitilhes a construção de uma outra forma de pensar/considerar a metade (o mais usual é considerar-se que as metades têm de estar juntas, ideia que a professora pretendia desmistificar), a professora prossegue com as suas questões:

Professora — *Então, à metade da metade eu chamo...?*

Volodimir (Vova) — *Um quarto, porque está dividido em quatro partes!*

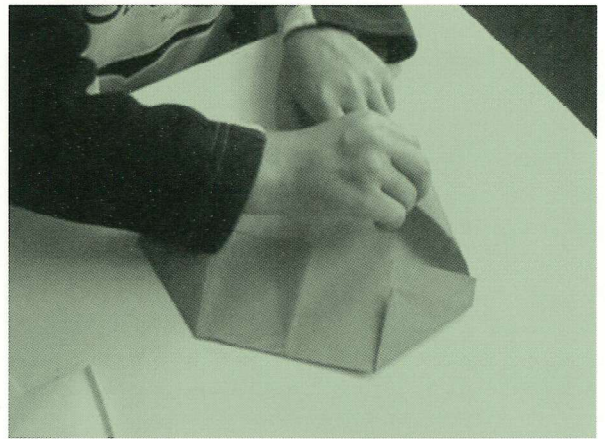


Figura 4.

Professora (indica a representação no quadro) — *Então, se eu disser que as duas partes das pontas são metade, estou a dizer certo ou não?*

Vova — *Sim, está a dizer certo porque são duas de quatro partes.*

Prosseguindo com a actividade de construção do origami, foi efectuada a terceira dobragem constante do esquema e, uma vez que a folha de papel ficava dividida longitudinalmente em oito partes iguais, a professora aproveitou também esta situação para recordar o termo com que se designa cada uma das oito partes.

Perto do fim da construção da caixa, na 5.ª dobragem, os alunos, seguindo o esquema, efectuem a dobragem dos quatro vértices (figura 4).

Ao dobrarem um deles, a professora, com o intuito de fazer uma revisão das figuras geométricas questiona-os sobre que figuras obtêm em cada canto ao que os alunos respondem: *um triângulo recto!*, e ao abrir a dobragem referem que: *obtêm um quadrado pois tem os lados todos iguais!*. Os alunos identificam o quadrado como soma dos dois triângulos rectângulos, apesar de não se exprimirem em termos matematicamente correctos. Com efeito, quando a professora os questiona de modo a justificarem a identificação que tinham efectuado, apenas referem que é um quadrado pois as medidas dos lados são todas iguais, apresentando assim uma justificação baseada na percepção da representação e não uma justificação matematicamente correcta.

Terminada a construção da caixa de papel, é então iniciada a construção de um cão (utilizando para tal as duas folhas de papel quadrangulares).

A professora explorou com os alunos algumas propriedades das figuras geométricas e dos segmentos de recta que se obtinham em cada dobragem. Numa das dobragens da construção um aluno equívoca-se na leitura do esquema e em vez de efectuar a dobragem indicada, dobra a folha quadrangular pelos eixos de simetria não diagonais, obtendo não o que se pretendia mas um conjunto de quadrados (figura 5).

Este equívoco por parte de um aluno é aproveitado pela professora para explorar uma outra perspectiva da visualização.

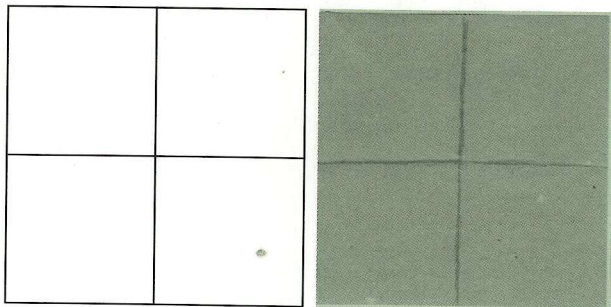


Figura 5.

Professora — *Quantos quadrados podemos contar aqui?*

Catarina — *São cinco.*

Professora — *Estão de acordo?*

Alunos (Em coro) — *Não!*

Catarina — *Ai são, são!*

A Catarina não está de acordo com os colegas e não tem qualquer problema em o expressar. Os alunos apenas visualizavam os quatro quadrados interiores, não contando com o quadrado da folha. Dado que, aparentemente, apenas a Catarina conseguiu ver os cinco quadrados, é então solicitado à aluna que explique aos colegas qual o processo utilizado para efectuar a contagem, que foi contrário ao utilizado pelos colegas pois partiu do maior para os mais pequenos.

Com tarefas deste tipo é possível demonstrar aos alunos a presença da matemática nos mais diversos domínios, no caso, a arte do *origami*, de que por vezes os alunos não se apercebem, nem mesmo após terem realizado as actividades e durante o seu desenrolar terem sido discutidos inúmeros conceitos matemáticos:

Professora — *E o que é que nós aprendemos com estes trabalhos?*

Alunos — *Muitas coisas!*

Slava — *Aprendemos as rectas paralelas e as perpendiculares. Aprendemos...*

Vova — *A metade que é como dois quartos!*

Slava — *Yah! E descobrimos figuras geométricas dentro de outras... Parecia um jogo, professora!*

Catarina — *Pois parecia, mas essas coisas é de Matemática! Nós não fazemos Matemática!*

Para a Catarina, apesar de terem sido abordados vários conteúdos matemáticos, por estarem a construir os *origamis* (a caixa e o cão), não estavam a fazer matemática pois estavam imersos num outro tipo de actividade. Apesar de ser habitual na sala de aula, não tinham ainda sido explorados, de forma tão intensiva, os conteúdos matemáticos subjacentes às construções realizadas, daí a resposta da Catarina.

## Alguns comentários

Estas duas actividades, e os comentários decorrentes, tornam evidentes que os alunos necessitam de ser motivados e contextualizados nas tarefas que desenvolvem pois se isso ocorrer poderemos levá-los a ver uma matemática com utilidade e numa perspectiva um pouco distinta daquela que muitos conhecem e de que não gostam.

Ao preparar tarefas motivadoras e que possuam significado para os alunos — ainda que estes considerem nada ter a ver com matemática, apesar de assim não ser — e que permitam abordar os conceitos (matemáticos) de modo integrado nos diversos domínios, facultamos aos alunos de hoje, adultos de amanhã a possibilidade de irem, ao seu ritmo, construindo os seus próprios conhecimentos, contribuindo para a construção de uma sólida formação e cultura matemática e também para que a matemática deixe de ter a conotação negativa que tem presentemente.

Dando aos alunos a oportunidade de realizarem actividades com estas características, estamos a possibilitar que estes adquiram desde cedo o gosto pela matemática e tomem consciência da sua existência e importância na escola e fora dela.

Por relacionarem diferentes conteúdos e domínios matemáticos, consideramos que estas tarefas contribuem para solidificar a educação matemática dos alunos, permitindo-lhes uma visão mais ampla dos diversos domínios abordados, desmistificando também, assim, que a matemática é a ciência dos números, tal como o expressou a Catarina.

## Nota

- 1 Esta actividade foi já desenvolvida com outras turmas em que as professoras tiveram necessidade de recorrer ao hall da escola ou mesmo ao exterior, pois eram os únicos locais em que o chão se adequava à sua realização.

## Referências

- Departamento de Educação Básica (1991a). *Organização Curricular e Programas — Ensino Básico — 1.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Departamento de Educação Básica (1991b). *Programa de Matemática Ensino Básico — 3.º Ciclo: Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem* (5.ª ed. Vol. II). Lisboa: Ministério da Educação.
- Departamento de Educação Básica (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Direcção Geral dos Ensinos Básico e Secundários (1991). *Programa de Matemática Ensino Básico — 2.º Ciclo: Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem* (Vol. II). Lisboa: Ministério da Educação.

Carlos Miguel Ribeiro, ESE da Universidade do Algarve

Fernanda Joaquim, EBI Lagoa

Ana Colaço, EBI Carvoeiro