

Jogo justo?

Pedro Almeida

- Vamos fazer um jogo. Jogamos um bocado e depois paramos para pensar um pouco sobre o jogo. Depois voltamos a jogar, está bem? Este jogo é para dois jogadores. Como somos muitos fazemos duas equipas: A e B. Lançam-se dois dados. Não é importante quem lança os dados, mas como todos gostamos, vamos lançar os dados um vez cada um. Se a diferença entre os dados for 0, 1 ou 2, ganha um ponto a equipa A. Se a diferença for 3, 4 ou 5, ganha a equipa B. Alguém tem dúvidas?
- E se calhar 6 e 6?
- Como é que se vê a diferença?
- O que é a diferença, por exemplo, um dado mostra 3, o outro mostra 4, qual é a diferença?

Há alunos que mostram dificuldade em compreender a linguagem e outros dão a resposta e explicam como entendem a diferença. Um dos alunos demorava-se a dizer a diferença entre 5 e 6 e os colegas impacientavam-se e queriam explicar-lhe, mas o professor insistiu para que lhe dessem tempo. Por fim disse “O seis é maior.” O professor retorquiu “Quanto? É maior, mas quanto?” Os colegas insistiram “Tens cinco, para chegar a seis é mais quanto?” A resposta foi dada de imediato. Questionaram-se mais alguns alunos para se ter a certeza de que todos eram capazes de determinar a diferença. A turma está entusiasmada e mostra vontade de começar. O aluno que lança os dados determina a diferença e o professor regista a pontuação no quadro (figura 1).

Perante a pontuação registada no quadro, a vitória era evidente.

- Gostaram do jogo? — era evidente — Agora que já sabem jogar, querem experimentar jogar sozinhos com os vossos colegas de mesa? — todos querem — Mas antes quero só pedir para repararem numa coisa ...

0 1 2			3 4 5
	Equipa A	Equipa B	

Figura 1

O professor abriu um parênteses para perguntar porque teria feito o registo daquela maneira e não como habitualmente, com os risquinhos ao lado uns dos outros. Ouviram-se várias hipóteses, umas mais próximas que outras, até que foi confirmada a intenção de uma maior facilidade de contagem. Curiosamente, nos jogos que se seguiram todos usaram o mesmo processo de registo. Havia cinco grupos de quatro a jogarem dois contra dois.

Combinou-se que fariam 20 lançamentos. No fim compararam-se as pontuações.

- Então, gostaram do jogo? — todos acharam muito giro.
- Não notam nada estranho?

Não, ninguém achava nada estranho, a não ser, enfim, o facto — pelos vistos, pouco significativo — de terem ganho só as equipas A. O professor propôs então que voltassem a jogar, mas quem tinha sido da equipa A passava a ser da equipa B e vice-versa.

A proposta foi acolhida com entusiasmo renovado (talvez, quem sabe, pelos que tinham sido da equipa B).

No fim voltou a verificar-se o mesmo espectáculo: as equipas A tinham ganho todas (figura 2).

- Não acham isto estranho? — fez-se um silêncio aqui e ali interrompido por um não, tímido, em jeito de encolher de ombros. — Vamos a ver: imaginem que agora no intervalo um de vocês propõe a outro este jogo, mas diz logo “Eu sou da equipa A.”. Que diz o outro?

Houve quem dissesse com ar desafiador que aceitava, mas perante a insistência do professor uma aluna reconheceu que o outro também queria ser da equipa A. Foi o suficiente para que logo outro confessasse que se calhar iriam discutir. Ou então o outro não aceitaria jogar.

0 1 2	Equipa A	Equipa B	3 4 5
	16	4	
	15	5	
	13	7	
	11	9	
	14	6	

Figura 2

Eq.	Dif.	Hipóteses possíveis										Totais	Total				
		0	1	2	3	4	5	6							6		
A	0																
	1	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	10	24			
	2	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	8				
B	3	1	2	3	6	5	4						6		12		
	4	1	2	6	5								4				
	5	1	6										2				
Total												36	36				

Tabela 1

- E então se fizessem a proposta de jogar a um colega de outra turma, que não sabe o que vocês sabem deste jogo?
- Ele aceitava. — alguns esfregaram as mãos e sorriram para os compinchas.
- E o que lhe ia acontecer?
- Ia perder!....
- Mas isso era batota. — exclamou uma colega com alguma indignação.
- Era batota, diz a V. Concordam? Podemos continuar a achar este jogo muito giro?
- É um jogo batoteiro.
- Isso não é jogar, porque já sabemos quem vai ganhar.
- É como às vezes no futebol. Há meninos que não se importam de jogar com os que não sabem jogar na mesma equipa, mas há outros meninos que só querem jogar com os que sabem jogar, porque não querem perder.

A conversa continuou mais uns minutos até que chegou a hora do intervalo e saímos, mas de fugida alguns passaram pelo professor para dizerem que sabiam porque é que a equipa A ganhava sempre. Partiam com a promessa que falariam sobre isso quando voltassem.

E voltou-se à carga:

- A equipa A ganha porque o 0, o 1 e o 2 são os números mais utilizados.
- Que queres dizer com mais utilizados? Alguém quer ajudar o D. a explicar melhor isto!
- São os números que calham mais nos dados, os outros são mais difíceis de calhar.
- Se o B ganhasse com 0, 1 e 2 e o A com 3, 4 e 5, passava a ganhar sempre a equipa B.
- Pois é, os números é que interessam.

- E vocês acham que podemos tornar este jogo mais justo, mais equilibrado?
- Eu estava a pensar... podíamos fazer o A ganhar, quando saísse a diferença 1 e o B ganhava com a diferença 2.
- E as outras diferenças? Tens a certeza que isso tornava o jogo mais justo? Como podemos ter a certeza?
- Há umas diferenças que saem mais que as outras...
- Isso já vimos, mas será que podemos saber qual é a que sai mais? — o professor começou a temer o desinvestimento perante a tarefa que, a ele mesmo, lhe parecia gigantesca e resolveu ajudar.
- Digam-me quais são as diferenças que podem sair. — e foi registando numa coluna 0, 1, ... 5. — Quais são as hipóteses de sair 0?
- 3/3; 6/6;
- Primeiro 1/1, depois 2/2 — sugeriu uma aluna que até então tinha estado sempre calada.

A ideia desta aluna foi poderosa na fase seguinte porque foi ela mesma que achou que devia dizer as hipóteses inversas; por ex.: diferença 1 — 1/2; 2/3; ... 5/6; 6/5; 5/4; ... Fez-se o levantamento das hipóteses (tabela 1).

- A partir do 10 vai descendo.
- A equipa A está sempre a ganhar.
- A equipa A tem o dobro das hipóteses da equipa B.
- Já sei uma maneira de fazer o jogo justo: a equipa A ganha com a diferença 0 e a B com a diferença 3, porque assim têm o mesmo número de hipóteses.
- E as outras diferenças, não arranjam maneira de as distribuir pelas duas equipas? — o nível de abstracção estava muito alto. Propôs-se que os alunos pintassem as hipóteses com cores diferentes (cada grupo tinha já copiado para papel quadriculado a tabela que se foi fazendo no

Solução 1

Dif. 5		Diferença 1						Diferença 0											
1	6	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	A
6	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6		
1	2	6	5	1	2	3	4	6	5	4	3	1	2	3	6	5	4	B	
5	6	2	1	3	4	5	6	4	3	2	1	4	5	6	3	2	1		
Dif. 4		Diferença 2						Diferença 3											

Solução 2

Dif. 5		Diferença 1						Diferença 3											
1	6	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	1	2	3	6	5	4	A
6	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	4	5	6	3	2	1		
1	2	6	5	1	2	3	4	6	5	4	3	1	2	3	4	5	6	B	
5	6	2	1	3	4	5	6	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6		
Dif. 4		Diferença 2						Diferença 0											

Solução 3

Diferença 1						Diferença 2													
1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	2	3	4	6	5	4	3	A	
2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	3	4	5	6	4	3	2	1		
1	2	3	4	5	6	1	2	3	6	5	4	1	2	6	5	1	6	B	
1	2	3	4	5	6	4	5	6	3	5	4	1	5	6	2	1	6	1	
Diferença 0			Diferença 3			Dif. 4			Dif. 5										

quadro) e as recortassem para depois experimentarem maneiras de distribuir as hipóteses.

- Já sei, podemos usar a técnica do relógio — referia-se a um problema que a turma tinha resolvido umas semanas antes: *dividir o mostrador de um relógio em duas partes, de modo a que a soma dos números de uma parte seja igual à da outra* — juntamos os maiores com os menores.

Essa foi a técnica explicitamente utilizada por um grupo, mas outros foram ao encontro da solução por tentativa e erro. (Ver soluções nesta página)

Por fim foi pedido um levantamento do que foi aprendido ou trabalhado:

- Aprendemos um jogo de dados.
- Aprendemos a não ser injustos.
- Aprendemos a fazer jogos justos.
- Aprendemos a fazer cálculos.

— Aprendemos a diferença entre dois números.

— Aprendemos a ver as hipóteses...

— ... com ordem! — referindo-se ao facto de terem sido metódicos na análise das probabilidades.

O que surpreende neste trabalho é a aceitação da injustiça, uma espécie de mentalidade fatalista, coexistindo com uma sensibilidade tão forte à própria injustiça. Isto é, qualquer injustiça sentida na pele é vivida de uma forma total, mas a capacidade para se colocar numa posição crítica perante as situações não assume uma realização plena. Esperemos que esta actividade tenha contribuído para o desenvolvimento desse tal sentido crítico tão necessário a uma cidadania vivida em democracia.

Pedro Almeida
Grupo de Trabalho do 1º CEB da APM