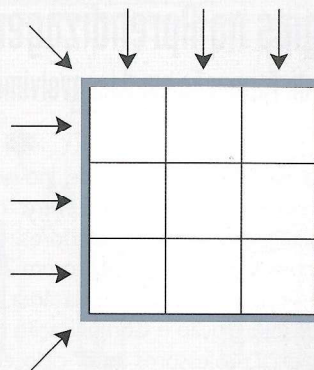


## Múltiplos de 9 em quadrado mágico

Colocar os algarismos de 1 a 9, um em cada casa, de tal modo que os três números lidos na horizontal, os três números lidos na vertical e os dois números lidos nas diagonais principais sejam todos eles múltiplos de 9.

(Respostas até 15 de Outubro)



### Números incríveis

O problema proposto no número 96 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

*A Graça diz que arranjou dois números tais que:*

*se os somar, se os multiplicar ou se dividir um pelo outro, os resultados são sempre iguais.*

*Quais são esses números?*

Recebemos 9 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Armando Fernandes (Aveiro), Francisco Estorninho (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), Iola Ribeiro (Faro), José Paulo Coelho (Santana de Portel), Maria João Alves (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e Sérgio Peixoto (Braga).

Os processos utilizados na resolução do problema foram praticamente idênticos.

Se representarmos os números procurados por  $x$  e  $y$ , com  $y \neq 0$ , e o resultado comum das três operações por  $k$ , temos as seguintes equações:

$$\text{equação (1)} \quad x + y = k$$

$$\text{equação (2)} \quad x \cdot y = k$$

$$\text{equação (3)} \quad \frac{x}{y} = k$$

Nota: alguns dos leitores não utilizaram o número  $k$  e definiram apenas duas equações,

$$x + y = x \cdot y \text{ e } x \cdot y = \frac{x}{y}.$$

De (1) e (2) vem

$$x \cdot y = \frac{x}{y} \text{ ou } x \cdot y^2 = x \text{ e portanto } y = 1 \text{ ou } y = -1.$$

Se  $y = 1$ , as equações (1) e (2) dariam:

$$x + 1 = k \text{ e } x = k \text{ (impossível).}$$

Se  $y = -1$ , pelas equações (2) ou (3) vem:  $x = -k$ .

A partir de (1) substituímos estes valores e temos:

$$\begin{aligned} x + y = k &\Leftrightarrow x - 1 = -x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Conclusão: os números da Graça são  $x = 1/2$  e  $y = -1$ .

Confirmação:

$$x + y = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$x \cdot y = \frac{1}{2} \cdot (-1) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} / (-1) = -\frac{1}{2}$$

O José Paulo Coelho acrescentou ainda uma resolução gráfica a partir das equações resolvidas em ordem a  $y$ .