

À descoberta das fórmulas das áreas

Do rectângulo ao triângulo, um percurso construtivo com alunos do 4.º ano

Maria do Carmo Chaves

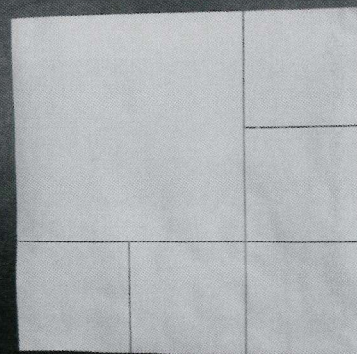
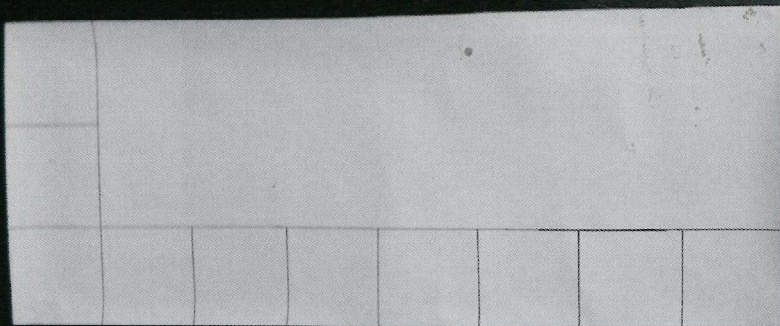
Maria do Céu Sousa

Carlos Miguel Ribeiro

Este artigo descreve um conjunto de tarefas preparadas com a finalidade de que sejam os alunos a descobrir as fórmulas para o cálculo das áreas do quadrado, do rectângulo, assim como do triângulo. Não obstante o facto de, nas Orientações Curriculares e Programas do 1.º Ciclo do Ensino Básico, não se encontrar referida a determinação da fórmula para o cálculo da área do triângulo, propusemo-nos a tentar levar os nossos alunos um pouco mais além e permitir que sejam eles, já nesta fase, a descobrirem a fórmula para o cálculo da área de um qualquer triângulo rectângulo (construído a partir de um quadrado ou rectângulo).

Estas tarefas foram propostas a duas turmas, ambas com 12 alunos, do 4.º ano de escolaridade e foram preparadas num ambiente de trabalho colaborativo, entre duas professoras do 1.º Ciclo e um professor da Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve. As actividades aqui apresentadas foram realizadas pelos alunos na última de quatro aulas dedicadas ao estudo das medidas de área — durante as quais os alunos tinham já construído os conceitos de decímetro, centímetro e metro quadrados.

Para esta aula foram preparados, em papel cenário, rectângulos e quadrados de diversas medidas — a fim de serem



colocados no quadro — os quais tinham representados, num dos lados, os decímetros quadrados necessários para cobrir cada um deles e, no outro lado apenas tinham marcados os que delimitavam dois dos lados perpendiculares.

No início da actividade, feita em grande grupo, foi colocado no quadro um dos rectângulos preparados em papel cenário (três por oito), mostrando apenas os decímetros que delimitam o comprimento dos lados.

Professora: — *Então que figura é esta que eu tenho aqui, Grace!*

Grace: — *Um rectângulo.*

Professora: — *Quanto é que este rectângulo vai ter de área, Adriana?*

Adriana: — *Vinte e quatro.*

Professora: — *Vinte e quatro quê Adriana?*

Adriana: — *Decímetros quadrados.*

Professora: — *Toda a gente concorda com a Adriana?*

Alunos: — *Sim!*

Professora: — *Então agora a Adriana vai explicar-nos como é que fez.*

Adriana: — *Então, fiz três vezes oito, como está ali.*

Professora: — *Três vezes oito porquê?*

Adriana: — *Então, estão três quadrados na vertical e oito na horizontal.*

As intervenções da professora, através do diálogo interactivo com os alunos, têm por objectivo permitir que estes expressem correctamente o seu raciocínio e, ao mesmo tempo, trabalhar a oralidade — numa perspectiva de currículo transversal.

É de salientar que a Adriana, contando o número de quadrados com um decímetro de lado que cobrem a super-

fície do rectângulo, demonstra uma completa interiorização do modo como calcular a área de um rectângulo quando é conhecido o número de decímetros quadrados que “cabem” em cada um dos lados. Todos os alunos da turma perceberam perfeitamente o processo utilizado pela Adriana, pois estavam habituados a trabalhar, noutras situações, o modelo rectangular da multiplicação.

Até este momento não foram feitas discriminações quanto à correcção matemática de nos referirmos, indiferenciadamente, aos lados, independentemente de nos referirmos a quadrados ou rectângulos.

Professora (indica no rectângulo o lado mais pequeno): — *E alguém sabe como é que se chama este lado aqui do rectângulo?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *O lado mais pequeno vai ser a largura...*

Jordan: — *Então tem três decímetros quadrados de largura.*

Ivan: — *Não! Tem três decímetros de largura, os quadrados é que lá cabem três vezes.*

Nem todos os alunos têm ainda clara a diferença entre medidas de comprimento e de área, mas, uma vez que nem todos estão confusos, e têm por hábito esclarecer as dúvidas uns dos outros, rapidamente, e através da discussão — trabalhando também assim a oralidade — em grande grupo, esses conceitos são clarificados. Pela justificação apresentada pelo Ivan podemos concluir que as experiências matemáticas, vivenciadas anteriormente, lhe permitiram construir um entendimento claro da diferença entre medida de área (decímetros quadrados) e medida de comprimento (decímetros).

Professora: — *Este aqui é o lado maior que se vai chamar...?*

Alunos: — *Comprimento.*

Ivan: — *Tem oito decímetros de comprimento.*

Inês: — *Professora eu fiz... contei os de baixo e fiz, oito, mais oito, mais oito.*

Professora: — *E será que podemos fazer de outra maneira?*

Adriana: — *Três vezes oito.*

Professora: — *Então a Adriana fez três vezes oito, ou também podemos fazer o quê?*

Alunos: — *Oito, mais oito, mais oito.*

Professora: — *Muito bem, e a Adriana multiplicou este lado por este, (largura por comprimento) não haverá outra maneira?*

Alfie: — *Sim, também podemos fazer oito vezes três.*

Beatriz: — *E continuava a dar vinte e quatro...*

Inês: — *Aqui também dava três, mais três mais três, ..., mais três.*

Professora: — *Sim, e aí estavas a fazer o quê?*

Ivan: — *Oito vezes três.*

Os alunos, para além de se terem apropriado do modo de determinar a área de um rectângulo, utilizam já, com relativa facilidade, as propriedades da multiplicação. A utilização, ainda que informal, ou talvez por isso, das propriedades da multiplicação leva a que os alunos, quando tomarem contacto com a formalização desses conceitos (6.º ano de escolaridade) eles não lhes sejam de todo estranhos e seja apenas e só um nome a dar a algo com que eles estão já familiarizados.

Professora: — *Perceberam? Então será que podemos arranjar uma forma de calcular a área do rectângulo?*

Alfie: — *Sim, fazemos largura vezes comprimento.*

Alunos: — *Ou comprimento vezes largura, dá sempre a mesma coisa!*

Evidencia-se uma clara compreensão da propriedade comutativa da multiplicação associada a uma já elevada capacidade de abstracção de efectuar a transposição do particular para o geral.

É importante clarificar que, quando os alunos se referem à multiplicação do comprimento pela largura, estão a fazê-lo como modo simplificado de somas sucessivas (linhas por colunas, ou o contrário), ou seja, estão a calcular o número de quadrados necessários para cobrir a superfície e não a multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura — modelo rectangular da multiplicação.

De modo a possibilitar a validação da sua conjectura, e ao mesmo tempo permitir a transformação, nesta fase, num teorema por si construído, é então virado ao contrário o rec-

tângulo em papel cenário (que tem do outro lado todos os decímetros quadrados representados).

Maximiliam: — *Então agora viramos para ver se está certo.*

Professora: — *Vocês disseram que dava quanto?*

Alunos: — *Vinte e quatro.*

Professora (ao mesmo tempo que vira o rectângulo colado no quadro.): — *Então se a fórmula estiver bem e se vocês não se enganaram... tem que dar...?*

Alunos: — *Vinte e quatro.*

Naísa: — *Parece aquela coisa do preço certo...*

O facto de os alunos poderem comprovar as suas conjecturas torna os resultados obtidos mais fortes e evidentes, facilitando a compreensão dos mesmos, de tal forma que são feitas comparações com as suas vivências e experiências fora do meio escolar.

De modo a abordar a fórmula da área do quadrado a professora cola no quadro um quadrado apenas com os lados delimitados.

Professora: — *O que é isto que eu tenho aqui?*

Andreia: — *É um quadrado.*

Professora: — *E o que é um quadrado?*

Ivan: — *É uma figura geométrica, como o rectângulo, mas com os lados todos iguais.*

Professora: — *Então aqui eu vou ter comprimento e largura?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *Então, Jordan, qual é a área?*

Jordan: — *Nove decímetros quadrados.*

Inês: — *Porque o três vezes o três dá nove.*

Professora: — *Então e aqui o que é que é cula três?*

Inês: — *O número de quadrados...*

Vladelena: — *Dos lados.*

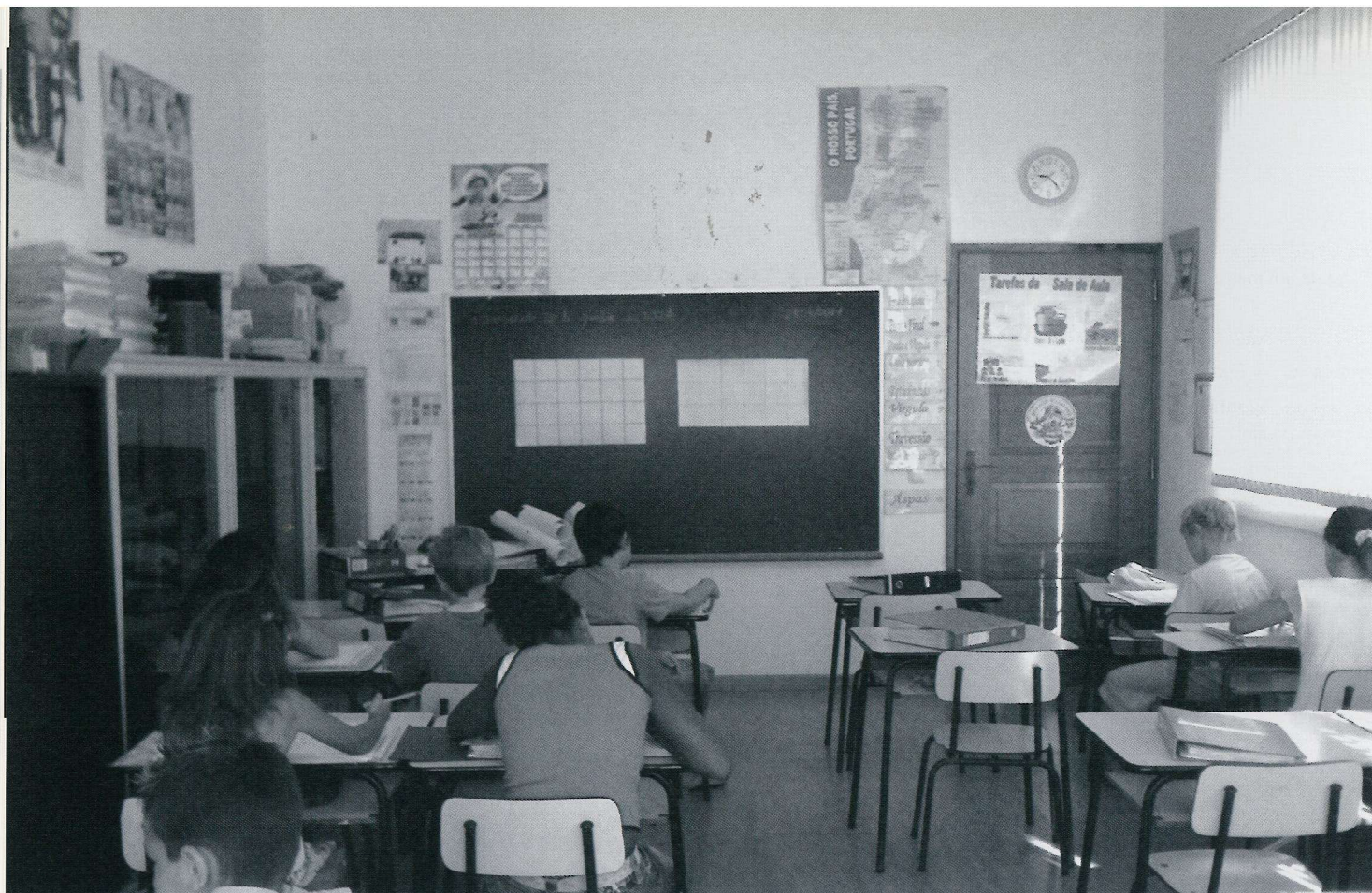
Professora: — *Então, para calcular a área o que é que fizeram aqui?*

Ivan: — *Multiplicámos um lado pelos quadrados do outro.*

Professora: — *Então, qual vai ser a fórmula para calcular a área do quadrado?*

Vladelena: — *Lado vezes lado.*

Apesar de não terem ainda uma linguagem matematicamente correcta — quer na definição de quadrado quer quando se referem à medida dos lados do mesmo, podemos constatar que estes alunos têm uma noção clara e desenvolvida de que, se os lados têm a mesma medida, então terão de ter também o mesmo nome.



As intervenções da Inês, da Vladelena e do Ivan, ao complementarem-se, demonstram que efectivamente não há confusão entre medidas de comprimento e de área pois têm bem claro que estão a contar quadrados.

Depois de terem descoberto as fórmulas para o cálculo da área do quadrado e do rectângulo é então tempo de ver se estes mesmos alunos conseguem realizar a transposição, quando se lhes fornece “apenas” a medida do lado de uma destas figuras geométricas (sem os quadrados desenhados nos lados). Com esse objectivo é então colocado no quadro um rectângulo sem qualquer medida ou representação.

Professora: — *Que figura é que vos parece que é esta?*

Alunos: — *Um quadrado... um rectângulo.*

Professora: — *Como podemos tirar as dúvidas?*

Alunos: — *Vamos medir!*

As dúvidas dos alunos surgiram pois o rectângulo tinha de comprimento e largura, quatro e três decímetros respectivamente.

Professora (coloca a régua para medir a largura): — *Então digam-me lá quanto é que mede deste lado.*

Alunos: — *Três decímetros.*

Professora: — *Então e este quanto é que mede?*

Alunos: — *Quatro! É um rectângulo.*

Professora: — *É um rectângulo, então como é que eu faço para calcular a área?*

Jordan: — *Três vezes quatro.*

Professora: — *E isso dá...?*

Jordan: — *Doze decímetros quadrados, pois cabem lá doze quadrados daqueles.*

É de salientar que nesta altura estes alunos, ao contrário de muitos outros, têm já claro que para o cálculo da área, apesar de dizerem que é comprimento vezes largura, estão a determinar o número de quadrados que cobrem a superfície, fazendo $3 \times 4 \text{ dm}^2$ ou $4 \times 3 \text{ dm}^2$, dependendo se estão a contar por colunas ou linhas, mas nunca $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$.

Com este tipo de exemplos e diálogos é possível avaliar até que ponto os alunos compreenderam e/ou clarificaram efectivamente as diversas construções que foram realizando ao longo da actividade. Um exemplo disso é o Jordan que, desde a altura em que se pretendia determinar a área do rectângulo apenas com as medidas do comprimento e da largura (vide segundo episódio), clarificou a diferença entre as noções de comprimento e área.

A actividade prosseguiu no sentido de ir ao encontro da realidade diária dos alunos e de lhes proporcionar a oportunidade da tomada de consciência, por meio de um exemplo, de que o que tinham estado a trabalhar tem efectivamente uma aplicação prática.

Professora: — No outro dia vocês perguntaram qual era a área da sala e eu disse que era 28 metros quadrados. Acham que peguei em placas de um metro de lado e andei a ver quantas vezes elas cabiam na sala?

Alunos: — Não!

Professora: — Então como foi?

Vladelena (apontando para as paredes da sala): — Mediu e fez isto vezes aquilo...

Alunos: — Largura vezes comprimento.

Professora: — Se a sala tem de área 28 metros quadrados, quais é que acham que são as medidas do comprimento e da largura? Imaginem lá, quanto é que podem medir as paredes.

Inês: — Seis... quatro vezes seis...

Professora: — E isso dá...?

Ivan: — Sete, quatro vezes sete, que dá vinte e oito.

Ao efectuarem estimativas, utilizando a divisão como propriedade inversa da multiplicação, os alunos estreitam a ligação com o que tinham descoberto anteriormente, mas numa abordagem mais “matemática escolar”, com a utilização desses conceitos no meio que os rodeia. Esta utilização é também evidenciada nos valores estimados para as medidas da sala, medidas essas que se aproximavam do efectivo valor real.

Numa fase final da actividade, e com o objectivo de possibilitar aos alunos a descoberta da fórmula para o cálculo da área do triângulo, foi colocado no quadro um dos quadrados em papel cenário — completamente limpo — igual ao que tinha sido utilizado anteriormente. A professora marcou então uma das suas diagonais, pintando, com giz, um dos triângulos obtidos.

Professora: — Que figura é esta que eu tenho aqui pintada?

Alunos: — Um triângulo.

Professora: — E quanto é que acham que este triângulo vai ter de área?

Vladelena: — Um, dois, três, ..., dez.

Professora: — Então vamos lá a pensar. Nós vimos que a área deste quadrado é de quanto?

Alunos: — Vinte e cinco decímetros quadrados.

Professora: — Qual é a relação deste triângulo com o quadrado?

Alunos: — Metade!

Inês: — Então é metade de vinte e cinco.

Apesar de o quadrado exposto no quadro não estar dividido em quadrados com um decímetro de lado, a Vladelena tentou estimar, sem que tivesse sido necessário solicitá-lo, o número destes necessários para o cobrir, evidenciando assim um tipo de hábito de trabalho conducente à criação de uma aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas.

Através do diálogo, não socrático, com a professora, a globalidade dos alunos evidencia capacidade de fazer analogias entre os diversos conteúdos, associando metade do va-

lor da área do quadrado à figura que se obtém traçando uma das suas diagonais.

Professora: — E quanto é que é metade de vinte e cinco?

Ivan: — Hum... quinze?

Professora: — Quanto é que é metade de vinte e quatro?

Alunos: — Doze...

Ivan: — Doze vírgula cinco.

Professora: — Então se a área deste triângulo é doze vírgula cinco decímetros quadrados, qual é a área do triângulo de cima?

Alunos: — Tem de ser também de doze vírgula cinco pois os dois são o quadrado.

Mais uma vez, por estimativas, os alunos efectuam aproximações de modo a calcular, sem recurso ao algoritmo, metade de vinte e cinco. Nesta situação a professora desempenha o papel de clarificadora dos conteúdos, efectuando uma ligação entre o cálculo das áreas do triângulo e do quadrado, metade e dobro.

A mesma actividade é realizada com alguns dos rectângulos utilizados, de modo a permitir aos alunos a verificação da sua conjectura referente ao modo de calcular a área de um triângulo obtido a partir de uma das diagonais de um quadrado ou rectângulo.

Enquanto professores, uma das grandes aprendizagens que podemos retirar da realização destas actividades é que, ao serem os alunos a descobrir as fórmulas conducentes ao cálculo das áreas do quadrado, do rectângulo e do triângulo elas jamais serão esquecidas pois foram efectivamente compreendidas. Permitiu-nos ainda constatar que, desta forma, ficaram com a ideia clara de que para calcular uma área não vão multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura (e dividir por dois, no caso do triângulo), mas sim calcular o número de decímetros quadrados necessários para cobrir a superfície que pretendem.

Consideramos que será importante fornecer aos nossos alunos uma diversificada mostra de actividades e vivências de modo a que estes possam, partindo destas experiências significativas, e de todas as anteriores, ir construindo o seu conhecimento matemático. Esta construção, por parte do aluno, está, em grande parte, dependente do papel desempenhado pelo professor e da abordagem efectuada, quer na preparação das tarefas quer no decurso das próprias actividades, pois apenas com uma postura que, tendo sempre presente o conteúdo que se pretende trabalhar, baseia o processo de ensino/aprendizagem na experimentação, acção, comunicação, ..., é possível iniciar, no aluno, o desenvolvimento de uma semente conducente à auto-aprendizagem.

Maria do Carmo Chaves
EB1 Porches

Maria do Céu Sousa
CD1 Carvoeiro

Carlos Miguel Ribeiro
Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve